Tema 3. Monopoli i duopoli

Lliçons 1–7

Antoine Augustin Cournot (1801–1877)
http://en.wikipedia.org/wiki/Cournot

Economista, matemàtic i filòsof francès. Pioner de l'economia matemàtica. Al seu llibre *Recherches sur les principes mathématiques de la théorie des richesses* (1838) presenta i analitza els models de monopoli i duopoli.

Arthur Cecil Pigou (1877–1959)
http://en.wikipedia.org/wiki/Arthur_Cecil_Pigou

Economista anglès. Estudiant d'Alfred Marshall. Pioner de l'Economia del Benestar. Formulà la distinció entre discriminació de preus de primer, segon i tercer grau a *The Economics of Welfare* (1920). John M. Keynes va escriure *The General Theory…* (1936) presentant Pigou com l'exemple del que estava malament a l'anàlisi macroeconòmica.

Heinrich Freiherr von Stackelberg (1905–1946)
http://en.wikipedia.org/wiki/Heinrich_Freiherr_von_Stackelberg

Economista alemany nascut a Moscou. Presentà el seu model de duopoli a *Marktform und Gleichgewicht* (*Mercat i equilibri*, 1934). El duopoli d'Stackelberg es diferencia del model de Cournot en el fet que un duopolista (el líder) decideix abans que l'altre (el seguidor).

Lliçó 1. Funcions de costs

DEFINICIÓ 1. La <u>funció de cost total</u> d'un productor d'un bé expressa el cost monetari total $C(q)$ per al productor de produir la quantitat (o volum de producció) q del bé.

- Al Tema 2, la funció d'utilitat ha estat l'element sobre el qual s'ha construït una teoria sobre com pren decisions un consumidor preu acceptant. En el cas d'un productor (no necessàriament preu acceptant), la funció de cost total és el punt de partida per a <u>representar com un productor d'un bé pren decisions sobre la quantitat del bé que desitja produir</u> i vendre.

DEFINICIÓ 2. El <u>cost fix</u> CF és el cost total $C(0)$ de produir $q = 0$ (o cost de no produir). La funció de <u>cost variable</u> $CV(q) = C(q) - CF$ és la diferència entre el cost total i el cost fix, i expressa el cost derivat del fet de produir.

- Per tant, el cost total és la suma d'un <u>cost fix</u> (cost que ha d'assumir el productor si no produeix) i un <u>cost variable</u> (cost causat per posar-se a produir). Així, tota funció de cost total $C(q)$ pot expressar-se de la forma $C(q) = CF + CV(q)$, on $CF = C(0)$ és el cost fix CF i $CV(q)$ és la funció de cost variable, definida de manera que $CV(0) = 0$.

EXEMPLE 3. A la funció de cost total $C(q) = 10 - \frac{q}{4} + 3q^2$, el cost fix CF és $C(0) = 10$ i la funció de cost variable és $CV(q) = C(q) - CF = \left(10 - \frac{q}{4} + 3q^2\right) - 10 = -\frac{q}{4} + 3q^2$.

DEFINICIÓ 4. La <u>funció de cost marginal</u> $CMg(q)$ que correspon a una funció de cost total $C(q)$ és la derivada $\frac{\partial C(q)}{\partial q}$ de la funció de cost total.

- Una funció de cost marginal expressa la <u>variació</u> en el cost total deguda a la producció de l'"última" de les unitats produïdes. Equivalentment, $CMg(q)$ és el <u>cost de producció generat per l'"última" unitat produïda</u> quan es produeix la quantitat q del bé.

REMARCA 5. Atès que $C(q) = CF + CV(q)$ i que CF (el cost fix) és una constant, <u>la funció de cost marginal també és la derivada de la funció de cost variable</u> $CV(q)$.

EXEMPLE 6. La funció de cost marginal de $C(q) = 10 - \frac{q}{4} + 3q^2$ és $CMg(q) = \frac{\partial C(q)}{\partial q} = -\frac{1}{4} + 6q$. Aquesta és la mateixa funció que s'obté derivant la funció de cost variable $CV(q) = -\frac{q}{4} + 3q^2$. Per exemple, $C(8) = 10 - \frac{8}{4} + 3 \cdot 8^2 = 200$ diu que produir les 8 primeres unitats del bé genera una despesa de 200 unitats monetàries i $CMg(8) = -\frac{1}{4} + 6 \cdot 8 = 47'25$ diu que l'"última" unitat produïda quan es produeix la quantitat 8 ha generat una despesa de 47'25 unitats monetàries.

EXEMPLE 7. Les següents representacions gràfiques són exemples de la relació entre una funció de cost total i la seva funció de cost marginal.

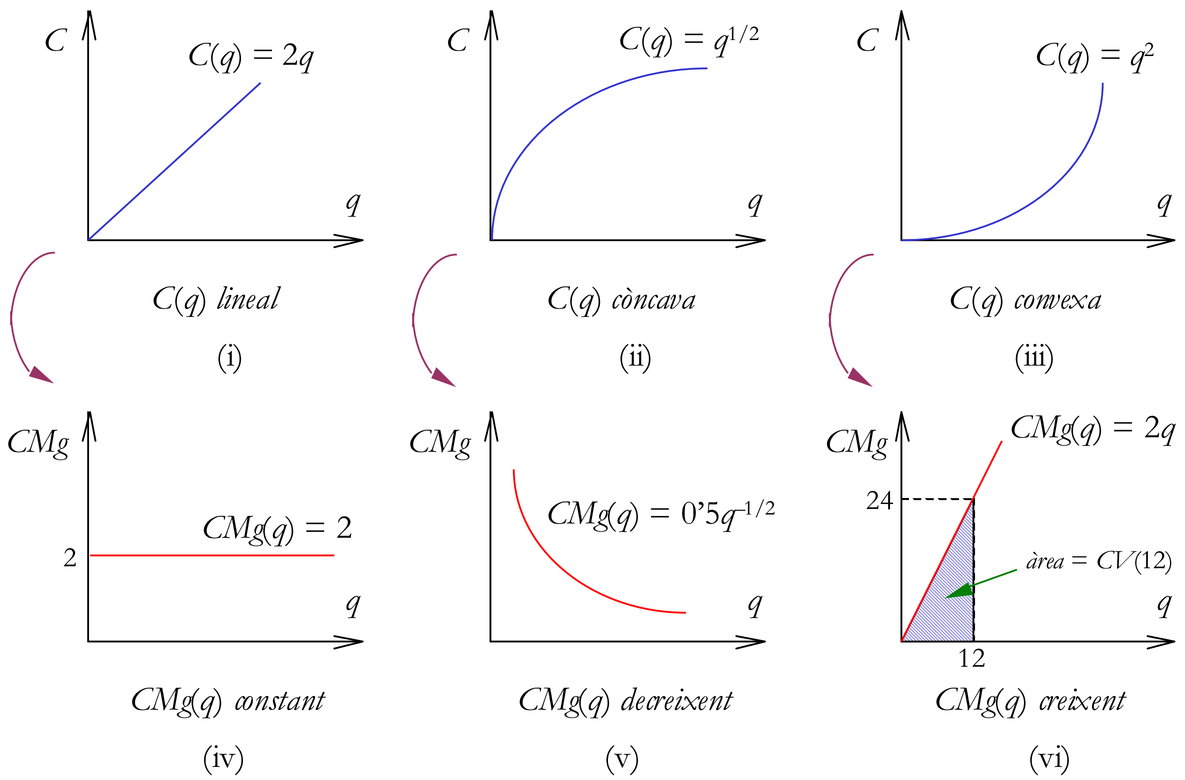

Fig. 1. Relació entre la funció de cost total i la funció de cost marginal

REMARCA 8. Atès que la funció de *CMg* és la derivada de la funció de cost variable i que el cost variable de $q = 0$ és zero, la funció de cost variable s'obté integrant la funció de *CMg*. Això significa que <u>el cost variable és l'àrea per sota la funció de cost marginal</u>.

- A tall d'exemple, sigui $CV(q) = q^2$ (Fig. 1(iii)). Aleshores, $CMg(q) = 2q$ (Fig. 1(vi)). Prenguem un valor qualsevol de q, com ara $q = 12$. L'àrea per sota la funció de cost marginal limitada a l'esquerra per l'eix d'ordenades i a la dreta per la recta vertical traçada sobre $q = 12$ és l'àrea d'un triangle amb base 12 (el valor de q) i alçada 24 (el cost marginal quan $q = 12$), tal i com mostra la Fig. 1(vi). L'àrea d'aquest triangle és $(12 \cdot 24)/2 = 144$, que és el cost variable quan $q = 12$: $CV(12) = 12^2 = 144$.

Exercicis de la Lliçó 1

1. Representa gràficament les següents funcions de cost total i les corresponents funcions de cost marginal: (i) $C(q) = 2 + 3q$; (ii) $C(q) = 2 + 3q^{1/3}$; (iii) $C(q) = 2 + 3q^3$; (iv) $C(q) = 2$; (v) $C(q) = 2 \ln q$.

2. Omple la següent taula en el que es pugui, assumint que q només pren valors discrets.

q	*C*	*CF*	*CV*	*CMg*
0	5			
1			4	
2	30			
3			50	
4				20
5				
6				

Lliçó 2. El mercat monopolístic (o monopoli)

DEFINICIÓ 1. Un mercat monopolístic (o monopoli) és un mercat on hi ha un únic productor (anomenat monopolista), on tots els consumidors són preu acceptants i on el preu del bé (o preu de mercat del bé) és el mateix per a tots els consumidors.

- Els consumidors es representen mitjançant una funció de demanda de mercat. Per a simplificar, suposarem que la funció de demanda de mercat és lineal.

- El monopolista es representa mitjançant un funció de cost total (típicament, una funció derivable, creixent i convexa). S'assumeix que el monopolista sap quina és la funció de demanda de mercat.

REMARCA 2. Un monopoli pot ser interpretat com un joc seqüencial on: (i) inicialment, el monopolista tria tant un preu de mercat p com una quantitat produïda q; i (ii) a continuació, observant el preu p fixat pel monopolista, els consumidors trien (seguint la funció de demanda de mercat) la quantitat total demandada q^d.

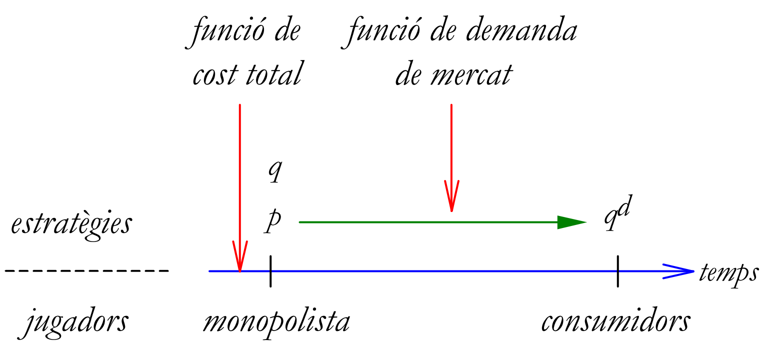

Fig. 2. Esquema del monopoli com a joc seqüencial

DEFINICIÓ 3. La funció d'ingrés total d'un monopolista és $I(p, q) = p \cdot q$. Aquesta funció indica quin és l'ingrés que obté el monopolista quan ven la quantitat q a preu p.

DEFINICIÓ 4. La funció de beneficis d'un monopolista és $\Pi(p, q, q^d) = I(p, q^d) - C(q)$, on $q \leq q^d$. Aquesta funció indica quin és el benefici del monopolista quan produeix la quantitat q i ven la quantitat $q \leq q^d$ a preu p.

- Trobar la solució del monopoli consisteix en determinar quin és el preu de mercat i quina la quantitat intercanviada al mercat, és a dir, quina quantitat els consumidors compren (que no necessàriament és la quantitat que demanden) al monopolista.

- La solució del monopoli, com la de qualsevol joc, es trobarà suposant que consumidors i monopolista són racionals. Per a cada consumidor, racionalitat significa triar q de manera que es maximitza la seva funció d'excedent. Això implica triar d'acord amb el que indica la seva funció de demanda. Quan es consideren tots els consumidors, racionalitat implica triar d'acord amb la funció de demanda de mercat.

DEFINICIÓ 5. Un monopolista és <u>racional</u> si tria el preu de mercat p i la quantitat produïda q amb l'objectiu de <u>maximitzar la seva funció de beneficis</u>.

REMARCA 6. <u>Que un monopolista produeixi la quantitat q no significa que vengui q</u>: com a màxim, vendrà la quantitat q, però pot acabar venent menys. El que vengui, depèn dels consumidors i, específicament, de la quantitat demandada pels consumidors al preu de mercat.

REMARCA 7. Si el monopolista és racional i la seva funció de cost total és creixent, la llibertat que té de triar el parell (p, q) consistent en un preu de mercat p i una quantitat q a produir i vendre es troba sotmesa a una restricció: <u>que el parell (p, q) que triï sigui un punt de la funció de demanda de mercat</u>.

- El fet que el monopolista sigui l'únic venedor del bé li atorga el poder de triar tant el preu de mercat p del bé com la quantitat q a produir i vendre. Però si és racional, es veu forçat a triar p i q de forma que q sigui la quantitat total demandada a preu p. Això significa que, de fet, <u>el monopolista no pot triar p i q independentment</u>: si tria el valor d'una de les variables, el valor de l'altra el determina la funció de demanda de mercat.

- Per a il·lustrar aquest fet, sigui la funció de demanda de mercat $q^d = 120 - 2p$ de la Fig. 3. Comprovem que, si el monopolista és racional, no triarà un punt (p, q) fora de la funció de demanda de mercat. Raonem per contradicció: suposem que tria un punt fora la funció de demanda de mercat i mostrem que no maximitza beneficis.

- <u>Opció 1</u>: el monopolista tria un punt per damunt la funció de demanda de mercat. Suposem que tria a a la Fig. 3. Aquest punt representa la decisió de produir $q = 60$ i vendre cada unitat produïda a preu $p = 50$. Però si el monopolista fixa $p = 50$, només podrà vendre la quantitat demandada a preu $p = 50$, que és $q^d = 120 - 2{\cdot}50 = 20$. Així que el benefici del monopolista si fixa el preu $p = 50$, produeix $q = 60$ i només ven $q^d = 20$ serà $\Pi(50, 60, 20) = I(50, 20) - C(60)$. En canvi, si només produís $q = 20$ i se situés al punt b, el seu benefici seria $\Pi(50, 20, 20) = I(50, 20) - C(20)$. Assumint que la funció de cost total és creixent, $C(60) > C(20)$ i, d'aquí, $\Pi(50, 60, 20) < \Pi(50, 60, 20)$. En resum, al punt a el monopolista no maximitza beneficis, ja que al punt b el benefici és superior.

- Intuïtivament, al punt a el monopolista no maximitza el seu benefici perquè no ven tot el que produeix: produeix 60 i ven només 20, de forma que 40 unitats generen un cost de producció per al monopolista però no li proporcionen cap ingrés. Per tant, el monopolista augmentaria el benefici produint justament la quantitat que ven.

- <u>Opció 2</u>: el monopolista tria un punt per sota la funció de demanda de mercat. Suposem que tria d a la Fig. 3. Aquest punt representa la decisió de produir $q = 60$ i vendre cada unitat produïda a preu $p = 10$. El preu $p = 10$ permet al monopolista vendre $q = 60$. De fet, la funció de demanda de mercat indica que, a preu $p = 10$, el monopolista podria arribar a vendre $q^d = 120 - 2{\cdot}10 = 100$. La funció de demanda de mercat també estableix que el monopolista podria continuar venent la quantitat $q = 60$ a un preu superior. L'alçada de la funció de demanda corresponent a $q = 60$ indica quin és el preu màxim que permetria vendre $q = 60$. Aquest preu és 30. Així que el benefici del monopolista si triés d seria $\Pi(10, 60, 60) = I(10, 60) - C(60)$. Però a d no es maximitza el benefici perquè a c seria superior: el benefici a c seria $\Pi(30, 60, 60) = I(30, 60) - C(60)$. A c el cost de producció és el mateix però l'ingrés és superior, d'on resulta un benefici més gran.

- Resumint, si el monopolista pretén vendre $q = 60$: (i) un preu superior al preu $p = 30$ que estableix la funció de demanda no farà possible vendre $q = 60$, de manera que el monopolista assumirà un sobrecost per produir unitats que no ven; i (ii) un preu inferior a $p = 30$ fa que el monopolista desaprofiti l'oportunitat de carregar un preu més gran sense córrer el risc de no vendre $q = 60$. Així que si el monopolista vol vendre $q = 60$ fixarà el preu $p = 30$ que indica la funció de demanda de mercat i acabarà triant el punt c de la Fig. 4.

- En general, <u>si el monopolista pretén vendre la quantitat q^* haurà de fixar el preu que determina la inversa de la funció de demanda de mercat per a $q = q^*$</u>. La inversa de $q^d = 120 - 2p$ és $p = 60 - \frac{q}{2}$ (on s'escriu q en comptes de q^d), de forma que si el monopolista vol vendre q^*, fixarà el preu $p^* = 60 - \frac{q^*}{2}$. Al cas tractat anteriorment, $q^* = 60$ i el preu seria $p^* = 60 - \frac{60}{2} = 30$. El parell resultant (p^*, q^*) es correspon amb el punt c a la Fig. 4.

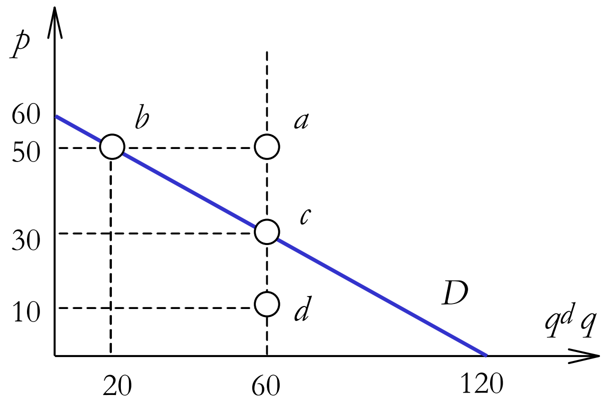

Fig. 3. Monopolista i funció de demanda de mercat

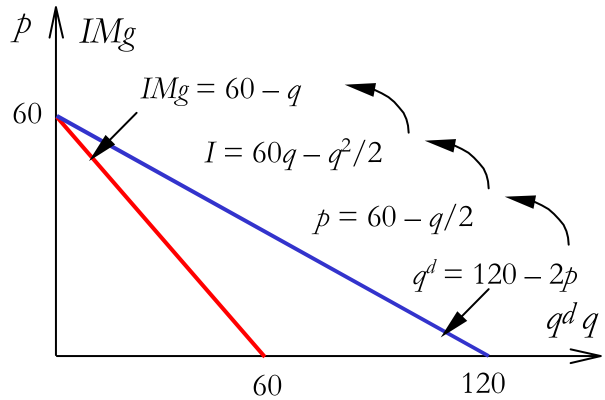

Fig. 4. Obtenció de la funció d'*IMg*

REMARCA 8. Per la Remarca 7, <u>la decisió d'un monopolista racional consisteix en triar un punt de la funció de demanda de mercat</u>.

- El fet que el parell (p, q) que tria el monopolista sigui un punt de la funció de demanda de mercat fa que, atès que aquesta funció s'assumeix decreixent, el monopolista hagi d'acceptar reduir el preu si pretén augmentar la quantitat venuda. Per exemple, si el monopolista ha triat inicialment el punt c a la Fig. 3 i volgués augmentar la quantitat venuda de 60 a 80, no tindria cap més remei que reduir el preu, en aquest cas de 30 a 20.

- El fet que el parell (p, q) que tria el monopolista hagi de ser un punt de la funció de demanda de mercat permet simplificar les funcions d'ingrés total i de beneficis del monopolista, ja que p és funció de q segons estableix la funció de demanda de mercat. Per exemple, un monopolista que s'enfrontés a la funció de demanda de mercat $q^d = 120 - 2p$ triaria un parell (p, q) tal que $q = 120 - 2p$ (o tal que $p = 60 - \frac{q}{2}$).

REDEFINICIÓ 9. La funció d'ingrés total d'un monopolista és $I(q) = p(q)\cdot q$, on $p(q)$ és la inversa de la funció de demanda de mercat.

- La funció d'ingrés total determina, per a cada quantitat q, quin és l'ingrés que obtindria el monopolista si fixés el preu que la funció de demanda de mercat associa amb la quantitat q.

- Per exemple, amb funció de demanda de mercat $q^d = 120 - 2p$, la funció inversa és $p = 60 - \frac{q}{2}$. La funció d'ingrés total que s'obtindria seria $I(q) = (60 - \frac{q}{2})\cdot q = 60q - \frac{q^2}{2}$. Si el monopolista decideix vendre $q = 10$ i fixa el preu $p = 60 - \frac{q}{2} = 55$ que estableix la funció de demanda de mercat per a $q = 10$, obtindrà un ingrés total $I(q) = 60q - \frac{q^2}{2} = 60\cdot 10 - \frac{10^2}{2} = 550$. Aquest resultat no és més que el producte pq de $p = 55$ per $q = 10$.

DEFINICIÓ 10. La funció d'ingrés marginal $IMg(q)$ d'un monopolista és la derivada $\frac{\partial I(q)}{\partial q}$ de la funció d'ingrés total i indica en quant fa variar l'ingrés total l'"última" unitat de la quantitat q.

- Una funció d'ingrés marginal $IMg(q)$ expressa la variació en l'ingrés total deguda a la venda de l'"última" de les q unitats venudes. $IMg(q)$ és, equivalentment, l'ingrés generat per l'"última" unitat venuda quan es ven la quantitat q del bé.

- Atès que la funció d'ingrés marginal s'obté d'una funció d'ingrés total i, aquesta, d'una funció de demanda, la funció d'ingrés marginal expressa com varia l'ingrés total quan ens desplacem "una mica" al llarg d'una funció de demanda.

- La Fig. 4 mostra l'obtenció de la funció d'ingrés marginal $IMg = 60 - q$ que correspon a la funció de demanda de mercat $q^d = 120 - 2p$. Per a funcions de demanda lineals del tipus $q^d = \alpha - \beta p$, on α i β són constants positives, la funció d'ingrés marginal corresponent és $IMg(q) = \frac{\alpha}{\beta} - \frac{2}{\beta}q$. Quan es compara la funció d'IMg amb la inversa $p = \frac{\alpha}{\beta} - \frac{1}{\beta}q$ de la funció de demanda, s'observa que el pendent (en termes absoluts) de la funció d'IMg és el doble del pendent de la funció de demanda. La Fig. 4 il·lustra aquesta relació entre les funcions de demanda i d'ingrés marginal.

REDEFINICIÓ 11. La funció de beneficis d'un monopolista és $\pi(q) = I(q) - C(q)$, on $I(q)$ és la funció d'ingrés total obtinguda de la funció de demanda de mercat a què s'enfronta el monopolista i $C(q)$ és la funció de cost total del monopolista.

- La nova definició de la funció de beneficis d'un monopolista s'obté de la Definició 4 incorporant dues hipòtesis. La primera és que $q = q^d$, que significa que, per a tot preu p que triï el monopolista, el monopolista només produirà la quantitat que sap que vendrà, això és, la quantitat q^d que la funció de demanda de mercat diu que els consumidors estan disposats a comprar a preu p.

- La primera hipòtesi fa que la funció de beneficis depengui de dues variables, el preu de mercat p i la quantitat produïda q. La segona hipòtesi és que el monopolista és racional. Aquesta segona hipòtesi implica, per la Remarca 8, que p i q estan lligats per la relació que estableix la funció de demanda de mercat. Així que el monopolista pot procedir de dues maneres: (i) triar p i després produir la quantitat q^d que la funció de demanda de mercat associa amb p; o bé (ii) triar la quantitat q a produir i després fixar el preu més alt p que fa que la quantitat demandada q^d a preu p sigui justament q.

- Si suposem que el monopolista actua de la segona manera, tot a la seva funció de beneficis acaba depenent de q: el monopolista simplement tria q i aquesta elecció determina, d'una banda, el preu de mercat que estableix (el preu que la funció de demanda associa amb q) i, d'una altra, la quantitat q^d que acaba venent (la qual, per la forma en què s'ha triat el preu de mercat p, serà igual a la quantitat produïda q).

- En resum, la decisió del monopolista es redueix a triar q per tal de maximitzar la funció de beneficis $\pi(q) = I(q) - C(q)$, on $I(q)$ és la funció d'ingrés total obtinguda de la funció de demanda de mercat a què s'enfronta el monopolista.

Exercicis de la Lliçó 2

---

1. Considera les següents funcions de demanda de mercat: (i) $q^d = 10 - p$; (ii) $q^d = 10 - 2p$; (iii) $q^d = 10 - \frac{p}{2}$; (iv) $q^d = \frac{2}{p}$. (a) Determina les funcions d'ingrés total associades amb les funcions de demanda. (b) Calcula i representa gràficament les funcions d'ingrés marginal corresponents.

2. Determina i representa gràficament la funció d'ingrés marginal corresponent a la funció de demanda $q^d = a - bp$, on a i b són constants positives.

3. Sigui la funció de demanda de mercat $q^d = 10 - p$.
(i) Si un monopolista racional vol vendre la quantitat $q = 5$, per què no fixarà el preu $p = 2$?
(ii) Per què tampoc no fixarà $p = 7$
(iii) Quin preu fixarà i per quin motiu?

Lliçó 3. La solució del monopoli

DEFINICIÓ 1. La <u>solució del monopoli</u> és un parell (p^M, q^M) tal que: (i) (p^M, q^M) és un punt de la funció de demanda de mercat; i (ii) q^M maximitza la funció de beneficis del monopolista (construïda assumint que p a la funció d'ingrés total és la inversa de la funció de demanda de mercat).

- La solució de monopoli és un <u>equilibri perfecte en subjocs</u> del joc que juguen monopolista i consumidors. D'entrada, donat el preu p que tria el monopolista, quina és la millor resposta per als consumidors? La manera en què s'ha obtingut la funció de demanda de mercat dóna la resposta: la millor resposta dels consumidors a p és triar la quantitat demandada total q^d que la funció de demanda de mercat associa amb p.

- Passant ara a l'arrel del joc, la hipòtesi que el monopolista coneix la funció de demanda de mercat li permet <u>anticipar quina serà la resposta dels consumidors per a cada preu de mercat</u> que el monopolista fixi. Així que, sabent què faran els consumidors a cada preu, el monopolista triarà el preu que porti associada una quantitat demandada tal que es maximitzin els seus beneficis. Per tant, <u>trobar la solució de monopoli es redueix a calcular el valor q^* que maximitza la funció de beneficis del monopolista</u>. Trobada aquesta quantitat, anirem a la inversa de la funció de demanda de mercat per a obtenir el preu p^* corresponent. El monopolista triarà (p^*, q^*) sabent que, a preu p^*, la quantitat demandada total pels consumidors serà q^*.

PROPOSICIÓ 2. *Sigui la funció de demanda de mercat lineal $q^d = \alpha - \beta p$. Sigui la funció de cost marginal creixent o constant. Suposem que la funció de cost marginal satisfà: (i) $CMg(0) < \frac{\alpha}{\beta}$; i (ii) per a tot $q > 0$, $CMg(q) > 0$. Aleshores existeix un únic valor q^* que maximitza la funció de beneficis del monopolista $\pi(q) = I(q) - C(q)$. Aquest valor és l'únic valor q^* que satisfà $IMg(q^*) = CMg(q^*)$.*

- *Demostració*. Primer comprovem què cal per a què algun valor $q^* > 0$ maximitzi la funció de beneficis. Apliquem les condicions de 1r i 2n ordre de màxim a la funció π.

- La <u>condició de 1r ordre</u> estableix que la derivada de π s'ha d'anul·lar quan s'avalua a $q = q^*$, això és, $\frac{\partial \pi(q^*)}{\partial q} = 0$. Atès que $\pi(q) = I(q) - C(q)$, resulta que $\frac{\partial \pi(q^*)}{\partial q} = \frac{\partial I(q^*)}{\partial q} - \frac{\partial C(q^*)}{\partial q} = IMg(q^*) - CMg(q^*)$. Per tant, $\frac{\partial \pi(q^*)}{\partial q} = 0$ significa que $IMg(q^*) = CMg(q^*)$: l'ingrés rebut per l'última unitat si es ven la quantitat q^* és igual al cost de produir aquesta unitat.

- La <u>condició de 2n ordre</u> diu que la derivada segona de π ha de ser negativa quan s'avalua a $q = q^*$, això és, $\frac{\partial^2 \pi(q^*)}{\partial q^2} < 0$. Atès que $\frac{\partial \pi(q^*)}{\partial q} = IMg(q^*) - CMg(q^*)$, $\frac{\partial^2 \pi(q^*)}{\partial q^2} = \frac{\partial IMg(q^*)}{\partial q} - \frac{\partial CMg(q^*)}{\partial q}$. Per tant, $\frac{\partial^2 \pi(q^*)}{\partial q^2} < 0$ implica $\frac{\partial IMg(q^*)}{\partial q} < \frac{\partial CMg(q^*)}{\partial q}$. Pel fet que la funció *IMg* s'obté d'una funció de demanda lineal decreixent, la funció *IMg* és decreixent i, en conseqüència, $\frac{\partial IMg(q^*)}{\partial q} < 0$. Per la hipòtesi que la funció *CMg* és creixent o constant, $\frac{\partial CMg(q^*)}{\partial q} \geq 0$. Així que la condició de 2n ordre es compleix per a tot $q > 0$ i, en particular, per a $q = q^*$.

- L'anàlisi anterior demostra que si algun valor $q^* > 0$ maximitza la funció de beneficis, aquest valor el trobarem resolent l'equació $IMg(q^*) = CMg(q^*)$.

- La inversa de la funció de demanda de mercat és $p = \frac{\alpha}{\beta} - \frac{1}{\beta} q$. Això fa que la funció d'ingrés totat sigui $I(q) = \left(\frac{\alpha}{\beta} - \frac{1}{\beta} q\right) q = \frac{\alpha}{\beta} q - \frac{1}{\beta} q^2$. D'aquí, la funció d'ingrés marginal és $IMg(q) = \frac{\alpha}{\beta} - \frac{2}{\beta} q$, funció que arrenca del valor $IMg = \frac{\alpha}{\beta}$ i decreix contínuament (Fig. 5).

- Quan la funció *CMg* és constant, la hipòtesi $CMg(0) < \frac{\alpha}{\beta}$ implica que la recta horitzontal que defineix la funció de *CMg* es troba per sota el valor $\frac{\alpha}{\beta}$. I la hipòtesi que, per a tot $q > 0$, $CMg(q) > 0$ implica que la recta es troba per damunt el valor 0. Per tant, com il·lustra la Fig. 5, la intersecció entre *IMg* i *CMg* és única. Aquesta intersecció determina el valor q^* tal que $IMg(q^*) = CMg(q^*)$.

- Quan la funció *CMg* és creixent, la hipòtesi $CMg(0) < \frac{\alpha}{\beta}$ implica que la funció *CMg* comença a créixer en un valor de l'eix vertical inferior a $\frac{\alpha}{\beta}$. I la hipòtesi que, per a tot $q > 0$, $CMg(q) > 0$ implica que la funció *CMg* pren valors positius. Per tant, com il·lustra la Fig. 6, la intersecció entre *IMg* i *CMg* és única. Aquesta intersecció determina el valor q^* tal que $IMg(q^*) = CMg(q^*)$.

- Tot plegat prova que, si hi ha algun valor $q^* > 0$ que maximitza la funció de beneficis: (i) aquest valor és únic; i (ii) satisfà $IMg(q^*) = CMg(q^*)$. Resta per <u>comprovar que l'opció de no produir no proporciona més beneficis que produir el valor q^* trobat</u>. Per tant, si $\pi(q^*) > \pi(0)$ el valor de q que maximitza beneficis és q^*; si $\pi(q^*) < \pi(0)$, el valor de q que maximitza beneficis és 0; i si $\pi(q^*) = \pi(0)$ tant q^* com 0 maximitzen beneficis.

- D'una banda, $\pi(q^*) = I(q^*) - CV(q^*) - CF$. D'una altra, $\pi(0) = I(0) - CV(0) - CF = 0 - 0 - CF = -CF$. Així, $\pi(q^*) > \pi(0)$ és equivalent a $I(q^*) - CV(q^*) - CF > -CF$. O el que és el mateix, $\pi(q^*) > \pi(0)$ equival a $I(q^*) > CV(q^*)$. En paraules: produir q^* proporciona més beneficis que no produir si, i només si, l'ingrés obtingut per la venda de q^* és superior al cost variable de produir q^*. El requisit $I(q^*) > CV(q^*)$ s'anomena <u>condició de</u>

tancament: si els ingressos no cobreixen ni tan sols els costs directament imputables a la producció, és millor no produir (i assumir només el cost fix). En el cas de *CMg* constant, la Fig. 5 mostra que la condició de tancament es compleix; en el cas de *CMg* creixent, és la Fig. 6 que ho mostra. A tots dos casos, $I(q^*)$ és la suma de les àrees *A*, *B* i *C*. De fet, $I(q^*) = p^*q^*$, on p^* és el preu que la inversa de la funció de demanda de mercat assigna a q^*. També a tots dos casos, l'àrea *A* representa el cost variable $CV(q^*)$ de produir q^*: és l'àrea per sota la funció *CMg* limitada a la dreta per valor q^*. Així que $I(q^*) > CV(q^*)$ (la diferència $I(q^*) - CV(q^*)$ és la suma de les àrees *B* i *C*). Això demostra que es compleix la condició de tancament i que q^* maximitza beneficis.■

- La Proposició 2 diu que, amb funció de demanda de mercat lineal i funció de cost marginal amb valors no negatius que sigui constant o creixent, l'únic valor q^* que maximitza els beneficis del monopolista és tal que el que ingressa el monopolista per l'última unitat quan ven la quantitat q^* (aquest ingrés és $IMg(q^*)$) és igual al que li costa al monopolista produir aquesta darrera unitat (aquest cost és $CMg(q^*)$).

- La justificació d'aquesta condició és similar a la justificació de la condició $UMg(q^*) = p$ del Tema 2. Si $IMg(q^*) < CMg(q^*)$, el monopolista estaria obtenint una pèrdua de l'última unitat venuda, ja que el cost de produir-la és superior a l'ingrés que obté per ella. Així, el monopolista augmentaria el benefici no produint ni venent aquesta unitat i, per tant, produir i vendre q^* no maximitza beneficis si $IMg(q^*) < CMg(q^*)$.

- D'altra banda, si fos el cas que $IMg(q^*) > CMg(q^*)$, una unitat addicional també tindria un cost marginal inferior a l'ingrés marginal. Per tant, la producció i venda d'aquesta unitat faria augmentar els beneficis, ja que el cost de produir-la seria inferior a l'ingrés que s'obtindria per la seva venda. Així que si $IMg(q^*) > CMg(q^*)$ el monopolista tampoc no maximitza els beneficis produint i venent q^*, perquè els beneficis augmentarien produint ni venent "una mica" més.

- Com a resultat, cal que $IMg(q^*) = CMg(q^*)$ per a què q^* maximitzi els beneficis. Quan es compleixen les condicions de 2n ordre i tancament, $IMg(q^*) = CMg(q^*)$ és condició necessària i suficient per a què q^* maximitzi beneficis. Geomètricament, $IMg(q^*) = CMg(q^*)$ vol dir que la funció d'ingrés marginal creua la de cost marginal quan $q = q^*$.

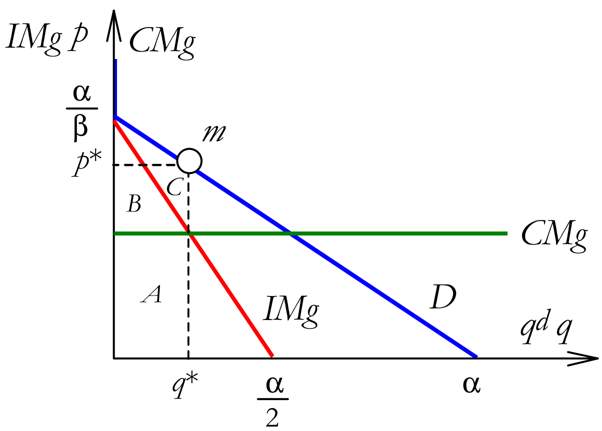

Fig. 5. Solució de monopoli (*CMg* constant)

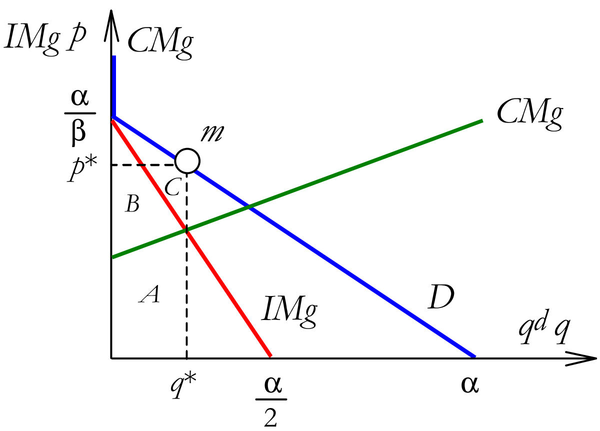

Fig. 6. Solució de monopoli (*CMg* creixent)

REMARCA 3. Assumint les condicions de la Proposició 2, la solució de monopoli ve donada pel punt (p^*, q^*) de la funció de demanda de mercat (punt m a les Figs. 5 i 6) tal que: (i) la quantitat produïda i intercanviada q^* satisfà $IMg(q^*) = CMg(q^*)$; i (ii) p^* és el preu que la inversa de la funció de demanda de mercat atribueix a la quantitat q^*.

EXEMPLE 4. Sigui $q^d = 120 - 2p$ la funció de demanda de mercat i $C(q) = 100 + q^2$ la funció de cost total del monopolista (la Fig. 7 il·lustra gràficament la solució).

- La inversa de la funció de demanda de mercat és $p = 60 - \frac{q}{2}$, la funció d'ingrés total és $I(q) = 60q - \frac{q^2}{2}$ i la funció d'ingrés marginal és $IMg(q) = 60 - q$. La funció de cost marginal és $CMg(q) = 2q$. Aquesta funció compleix les condicions de la Proposició 2 (comprova-ho). Per tant, el valor q^* que maximitza la funció de beneficis $\pi(q) = (60q - \frac{q^2}{2}) - (100 + q^2)$ satisfà $IMg(q^*) = CMg(q^*)$. Això és, $60 - q^* = 2q^*$. D'aquí, $q^* = 20$. El preu p^* que fixaria el monopolista s'obtindria substituint $q^* = 20$ a la inversa de la funció de demanda de mercat $p = 60 - \frac{q}{2}$. En conseqüència, $p^* = 60 - \frac{q^*}{2} = 60 - \frac{20}{2} = 50$. La solució de monopoli seria $(p^*, q^*) = (50, 20)$.

- El valor $q = 20$ també s'obté igualant a zero la derivada de la funció de beneficis: si $\pi(q) = (60q - \frac{q^2}{2}) - (100 + q^2)$, $\frac{\partial\pi}{\partial q} = 60 - q - 2q$. Així, $60 - q - 2q = 0$ implica $q = 20$.

- Per la Proposició 2, no cal verificar ni la condició de 2n ordre ni la condició de tancament per a concloure que $q^* = 20$ maximitza beneficis, però comprovem que se satisfan. La condició de tancament requereix assegurar-se que el benefici de produir i vendre $q^* = 20$ no és inferior al benefici de no produir. Sabent que el preu que resulta quan $q = 20$ és $p = 50$, $\pi(20) = I(20) - C(20) = 50 \cdot 20 - (100 + 20^2) = 500$ i $\pi(0) = I(0) - C(0) = 0 - (100 + 0^2) = -100$. Per consegüent, $\pi(20) > \pi(0)$ i la condició de tancament se satisfà.

- La condició de 2n ordre requereix que $\frac{\partial IMg(20)}{\partial q} < \frac{\partial CMg(20)}{\partial q}$. Del fet que $IMg(q) = 60 - q$, se'n desprèn que $\frac{\partial IMg(q)}{\partial q} = -1$: a tot punt de la funció d'IMg el pendent és -1 (la funció decreix) i, en particular, també ho serà quan $q = 20$. Així que $\frac{\partial IMg(20)}{\partial q} = -1$. Atès que $CMg(q) = 2q$, $\frac{\partial CMg(q)}{\partial q} = 2$: a tot punt de la funció de CMg el pendent és 2 (la funció creix). Així que $\frac{\partial CMg(20)}{\partial q} = 2$. Conclusió: la condició de 2n ordre se satisfà, ja que $-1 = \frac{\partial IMg(20)}{\partial q} < \frac{\partial CMg(20)}{\partial q} = 2$.

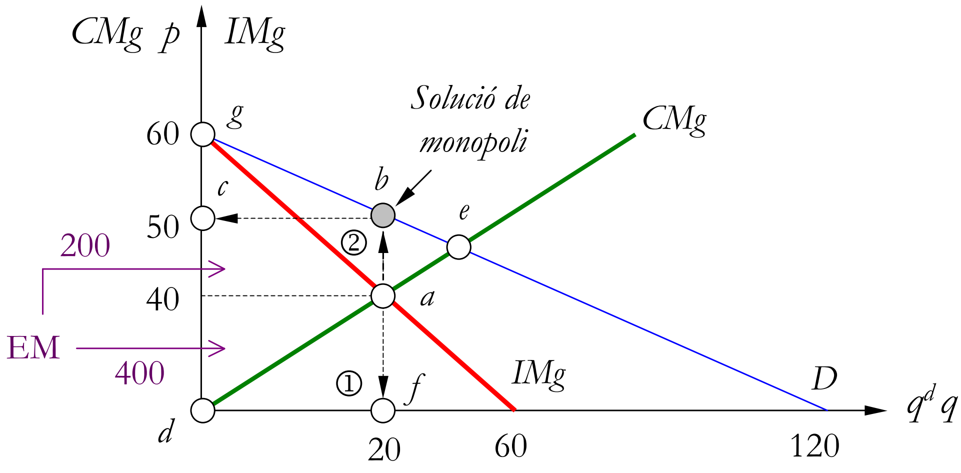

Fig. 7. Solució de monopoli

REMARCA 5. Efectes sobre la solució de monopoli d'un canvi de la funció de *CMg* (amb funció *IMg* decreixent i *CMg* creixent). (i) El desplaçament a l'esquerra de la funció de *CMg*, causa un augment del preu i una reducció de la quantitat intercanviada. (ii) El desplaçament a la dreta de la funció de *CMg*, causa una reducció del preu i un augment de la quantitat intercanviada.

- Aquests efectes s'il·lustren a la Fig. 8. Per exemple, partint de l'Exemple 4, si la funció de cost total canvia a $C(q) = 100 + 2q^2$, el pas de la solució inicial de monopoli *b* fins a la nova solució *d* implica $\Delta p = 4$ i $\nabla q = 8$.

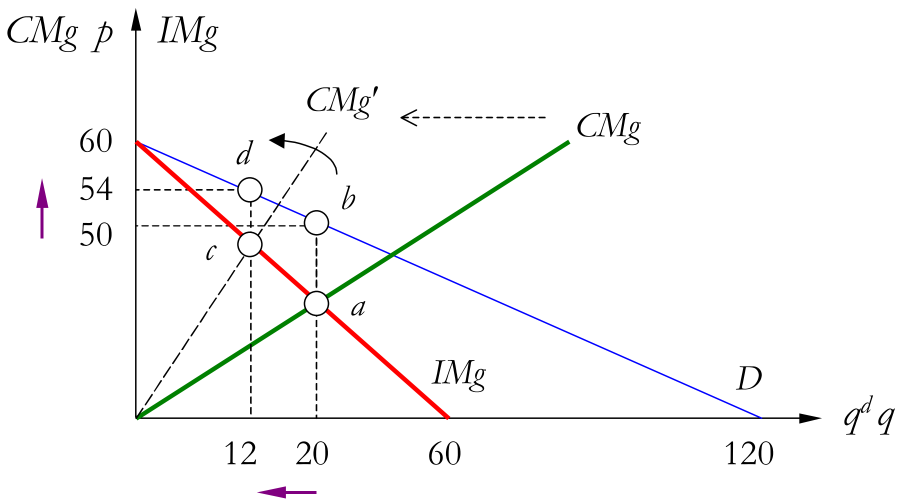

Fig. 8. Efecte sobre la solució de monopoli d'un canvi de la funció de *CMg*

REMARCA 6. Efectes sobre la solució de monopoli d'un canvi de la funció de demanda de mercat (amb funció *IMg* decreixent i *CMg* creixent). (i) El desplaçament a la dreta de la funció de demanda de mercat causa un augment tant del preu com de la quantitat intercanviada. (ii) El desplaçament a l'esquerra de la funció de demanda de mercat causa una reducció tant del preu com de la quantitat intercanviada.

- Aquests efectes s'il·lustren a la Fig. 9. Per exemple, partint de l'Exemple 4, si la funció de demanda de mercat canvia a $q^d = 180 - 2p$, el pas de la solució inicial de monopoli *b* fins a la nova solució *d* implica $\Delta p = 25$ i $\Delta q = 10$.

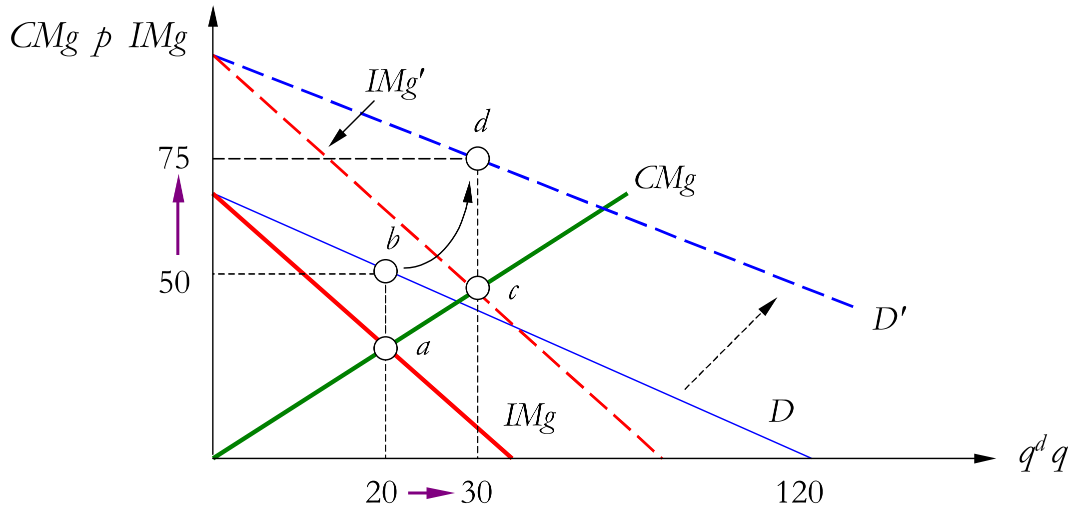

Fig. 9. Efecte sobre la solució de monopoli d'un canvi de la funció de demanda de mercat

DEFINICIÓ 7. L'excedent del monopolista quan produeix i ven la quantitat q a preu p es defineix com $\text{EM}(p, q) = p \cdot q - CV(q)$.

- L'excedent del monopolista és el benefici (ingrés total menys cost total) més el cost fix: si restem el cost fix CF de l'excedent $\text{EM}(p, q)$, s'obté el benefici quan es produeix i ven la quantitat q al preu p. La Fig. 7 indica l'excedent del monopolista a l'Exemple 4.

- L'excedent del monopolista representa el guany derivat de posar-se a produir (el guany sense tenir en compte el cost fix).

- La condició de tancament es pot redefinir de la següent manera: per a tot volum de producció q^* que aspiri a maximitzar la funció de beneficis del monopolista, l'excedent del monopolista ha de ser no negatiu quan produeix i ven q^* al preu p^* que la funció de demanda de mercat associa amb q^*.

REMARCA 8. Atès que la diferència entre excedent del monopolista i benefici del monopolista és una constant (el cost fix), maximitzar el benefici és equivalent a maximitzar l'excedent.

- La decisió sobre produir o no significa que el monopolista produeix només si de la quantitat produïda obté un excedent no negatiu. Si l'excedent és negatiu, no produeix. Per tant, la condició de tancament $I(q^*) \geq CV(q^*)$ significa que l'excedent que obté el monopolista decidint produir i vendre la quantitat q^* no és negatiu. A la solució de monopoli de l'Exemple 4, l'excedent del monopolista és $\text{EM}(50, 20) = 50 \cdot 20 - CV(20) = 1000 - 20^2 = 600$. Descomptant el cost fix $CF = 100$ s'hi arriba al benefici del monopolista: $\pi(20) = I(20) - C(20) = 50 \cdot 20 - (100 + 20^2) = 500$.

Exercicis de la Lliçó 3

1. Amb les dades de l'Exercici 1 de la Lliçó 2, calcula la solució de monopoli si el cost marginal del monopolista és la funció constant $CMg = 5$.

2. Calcula i representa gràficament la solució de monopoli en els següents tres casos. A cada cas, obté el benefici del monopolista, el seu excedent i l'excedent dels consumidors a la solució de monopoli.

(i) La inversa de la funció de demanda de mercat és $p = 120 - q$ i la funció de cost marginal del monopolista és $CMg = 30$.

(ii) La inversa de la funció de demanda de mercat és $p = 120 - 2q$ i la funció de cost total del monopolista és $C(q) = 10 + 30q^2$.

(iii) La funció de cost total del monopolista és $C(q) = 4q^3 - 2q^2 + 10$ i la funció de demanda de mercat és $q^d = 54 - \dfrac{p}{2}$.

3. Troba i representa gràficament la solució del monopoli quan la inversa de la funció de demanda de mercat és $p = a - bq$ i la funció de cost marginal és la funció constant $CMg = c$, essent a, b i c constants positives.

4. Determina la solució de monopoli si les funcions de demanda de mercat i de cost total del monopolista són:

(i) $q^d = 10 - p$ i $C(q) = \dfrac{12}{q}$; i

(ii) $q^d = \dfrac{10}{p}$ i $C(q) = q^2$.

5. Amb les dades de l'Exercici 2(i), determina la variació que experimenta el preu de mercat i la quantitat intercanviada a la solució de monopoli com a conseqüència dels següents esdeveniments.

(i) El cost marginal es duplica

(ii) El cost marginal es redueix a la meitat

(iii) La funció de demanda de mercat és el resultat de l'existència de 120 consumidors idèntics i el nombre de consumidors es duplica.

(iv) La funció de demanda de mercat és el resultat de l'existència de 120 consumidors idèntics i el nombre de consumidors es redueix a la meitat

(v) Succeeix (i) i (iii)

(vi) Succeeix (i) i (iv)

(vii) Succeeix (ii) i (iii)

(viii) Succeeix (ii) i (iv)

(ix) Suceeix (i), (ii), (iii) i (iv)

6. Sigui $q^d = 24 - 2p$ la funció de demanda de mercat i $C(q) = 1 + q^2$ la funció de cost total del monopolista.

(i) Calcula la solució de monopoli.

(ii) Representa gràficament la solució de monopoli.

(iii) Computa el benefici i l'excedent del monopolista a la solució de monopoli.

(iv) Obté l'excedent dels consumidors a la solució de monopoli.

(v) Respon a les mateixes preguntes si $C(q) = 2 + q^2$.

(vi) Respon a les mateixes preguntes si la funció de cost marginal del monopolista és $CMg(q) = 2q$.

Lliçó 4. Discriminació de preus

DEFINICIÓ 1. Hi ha discriminació de primer grau quan cada unitat es ven al preu més alt que algun comprador està disposat a pagar (http://en.wikipedia.org/wiki/Price_discrimination).

- En fer pagar cada consumidor el màxim que està disposat a pagar, el monopolista extreu tot l'excedent dels consumidors.

- Per exemple, si la inversa de la funció de demanda de mercat és $p = 20 - 2q$ i el bé es ven en unitats discretes, la discriminació de primer grau significa fixar $p = 20 - 2 \cdot 1 = 18$ per la primera unitat, $p = 20 - 2 \cdot 2 = 16$ per la segona, $p = 20 - 2 \cdot 3 = 14$ per la tercera, etc.

- Les subhastes d'unitat en unitat del bé són un mecanisme per a aplicar aquesta discriminació (les subhastes són una forma de mercat que Internet ha permès generalitzar a través d'intermediaris com *eBay*, http://www.ebay.com/).

- A la subhasta anglesa (o ascendent), el preu de la unitat que es posa a la venda va pujant a partir de licitacions que fan els compradors, fins que s'hi arriba a un preu que ningú no vol apujar. El comprador que ha ofert el darrer preu s'emporta la unitat subhastada.

- A la subhasta holandesa (o descendent), el venedor va cridant preus de la unitat que es posa a la venda cada cop més petits fins que apareix un primer comprador acceptant el preu que assenyala el venedor. Aquest comprador s'emporta la unitat subhastada.

DEFINICIÓ 2. Hi ha discriminació de segon grau quan el preu que efectivament paga cada comprador per una unitat del bé depèn de la quantitat total que compra.

- La tarifa doble i la quota d'accés són mecanismes de fixació de preus que permeten implementar la discriminació de segon grau.

DEFINICIÓ 3. S'estableix una tarifa doble quan cada unitat comprada per sota un cert volum q^* (la unitat q^* inclosa) té un preu p_1 i cada unitat comprada per sobre el volum q^* té un altre preu $p_2 < p_1$. L'expressió $[p_1, p_2, q^*]$ designarà la tarifa doble segons la qual p_1 és el preu de cada unitat fins a q^* (la unitat q^* inclosa) i p_2 és el preu de les unitats que hi ha més enllà de la unitat q^*.

- La tarifa doble porta implícit un descompte per volum. Per exemple, sigui la tarifa doble $[p_1, p_2, q^*] = [6, 3, 4]$. Si es compren 4 unitats, el preu mitjà p_4 pagat és 6, perquè es paga el mateix preu $p_1 = 6$ per cada unitat. Si es compren 5, el preu mitjà p_5 és $\frac{6+6+6+6+3}{5} = \frac{27}{5} = 5'4 < p_4$. Si es compren 6, el preu mitjà p_6 és $\frac{6+6+6+6+3+3}{6} = \frac{30}{6} = 5 < p_5$. Això mostra que com més quantitat es compri, més baix és el preu mitjà (preu per unitat) pagat.

- La tarifa doble crea un interrogant: quina quantitat demanda un consumidor que s'enfronta a dos preus si la seva funció de demanda s'ha construït suposant que el preu és únic? La resposta no és difícil de trobar si s'assumeix que el consumidor té com a objectiu maximitzar el seu excedent. Els següents tres exemples il·lustren com s'obté la resposta.

EXEMPLE 4. Sigui $q^d = 10 - p$ la funció de demanda d'un consumidor que s'enfronta a la tarifa doble $[p_1, p_2, q^*] = [6, 3, 4]$.

- Determinem primerament la quantitat demandada al preu p_1 de les primeres unitats, perquè cal estar disposat a comprar almenys $q^* = 4$ per a gaudir del preu inferior p_2 de les unitats més enllà de $q^* = 4$. Si $p = 6$, $q^d = 10 - 6 = 4$. Per tant, el consumidor està disposat a comprar totes les unitats necessàries per a poder accedir a la rebaixa de preu per les unitats següents. De fet, el consumidor continuaria comprant més enllà de $q = 4$ perquè per la següent unitat estaria disposat a pagar més que p_2. Donat $p_2 = 3$, el consumidor arribaria fins a $q^d = 10 - 3 = 7$. Així que el consumidor compraria fins a $q = 4$ a preu $p_1 = 6$ (fent una despesa de 24) i després compraria des de $q = 4$ fins a $q = 7$ pagant per aquestes unitats el preu $p_2 = 3$ (fent una despesa de $(7 - 4)\cdot 3 = 9$). El total de la despesa s'apujaria a 33. L'excedent 12'5 seria la suma de l'excedent 8 obtingut fins a $q = 4$ i l'excedent 4'5 obtingut entre $q = 4$ i $q = 7$.

EXEMPLE 5. Sigui $q^d = 10 - p$ la funció de demanda d'un consumidor que s'enfronta a la tarifa doble $[p_1, p_2, q^*] = [6, 3, 3]$.

- En rebaixar-se respecte de l'Exemple 4 la quantitat que, a preu p_1, cal comprar per a poder accedir al preu inferior p_2, és obvi que el consumidor comprarà el mateix que abans. D'entrada, a preu $p_1 = 6$, estaria disposat a comprar $q^d = 10 - 6 = 4$. Però ara només cal que pagui $p_1 = 6$ fins a $q^* = 3$. Per les següents, ha de pagar $p_2 = 3$. Com abans, amb $p_2 = 3$, el consumidor arribaria fins a $q^d = 10 - 3 = 7$. Així que ara el consumidor compraria fins a $q = 3$ a preu $p_1 = 6$ (fent una despesa de 18) i després compraria des de $q = 3$ fins a $q = 7$ pagant per aquestes unitats el preu $p_2 = 3$ (fent una despesa de $(7 - 3)\cdot 3 = 12$). El total de la despesa pujaria a 30. L'excedent 15 seria la suma de l'excedent 7'5 obtingut fins a $q = 3$ i l'excedent 7'5 obtingut entre $q = 3$ i $q = 7$.

EXEMPLE 6. Sigui $q^d = 10 - p$ la funció de demanda d'un consumidor que s'enfronta a la tarifa doble $[p_1, p_2, q^*] = [6, 3, 5]$.

- En principi, a preu p_1, el consumidor estaria disposat a comprar $q^d = 10 - 6 = 4$. Si hagués de comprar una unitat addicional, hauria de pagar per ella més del que la valora. Per exemple, per la unitat 4'1, el consumidor estaria disposat a pagar (segons la inversa $p = 10 - q$ de la seva funció de demanda) com a màxim $p = 10 - 4'1 = 5'9 < p_1 = 6$. Com a conseqüència, no compraria la unitat 4'1. Això és obvi donat que, a preu $p_1 = 6$, la quantitat màxima que vol comprar és el 4 que marca la funció de demanda.

- Semblaria, doncs, que el consumidor no compraria més de $q = 4$. Però no s'ha de descartar la possibilitat que l'excedent negatiu que el consumidor obté comprant entre $q = 4$ i $q = 5$ sigui compensat per l'excedent positiu que obté des de $q = 5$ fins a $q = 7$ (que és la quantitat a què arribaria com a màxim a preu $p_2 = 3$). De fet, comprar des de $q = 4$ fins a $q = 5$ a preu $p = 6$ implica obtenir l'excedent $-\frac{1}{2}$, però comprar des de $q = 5$ fins a $q = 7$ a preu $p = 3$ suposa aconseguir l'excedent 2, que compensa amb escreix l'excedent negatiu de les unitats compreses entre $q = 4$ i $q = 5$. En resum, el consumidor també compraria fins a $q = 7$, tot i que ara faria una despesa de 30 per les unitats fins a $q = 5$ i una despesa de 6 per les unitats entre $q = 5$ i $q = 7$. L'excedent 15 seria la suma de l'excedent 7'5 obtingut fins a $q = 5$ i l'excedent 2 obtingut entre $q = 5$ i $q = 7$.

PROPOSICIÓ 7. *Amb funció de demanda lineal* $q^d = \alpha - \beta p$, $p_1 > p_2$ *i tarifa doble* $[p_1, p_2, q^*]$, *sigui* $q_1 = \alpha - \beta p_1$ *la quantitat demandada a preu* p_1 *i* $q_2 = \alpha - \beta p_2$ *la quantitat demandada a preu* p_2. *Aleshores:*

(i) *si* $q^* \leq q_1$, *el consumidor compra la quantitat* q_2*;*

(ii) *si* $q_2 \leq q^*$, *el consumidor compra la quantitat* q_1*;*

(iii) *si* $q_1 < q^* < q_2$ *i* $EC(p_1, q_1) + EC(p_2, q_2) > EC(p_1, q^*) + EC(p_2, q^*)$, *el consumidor compra* q_2*; i*

(iv) *si* $q_1 < q^* < q_2$ *i* $EC(p_1, q_1) + EC(p_2, q_2) < EC(p_1, q^*) + EC(p_2, q^*)$, *el consumidor compra* q_1.

- *Demostració*. Cas 1: $q^* \leq q_1$. La Fig. 10 il·lustra aquest cas. A preu p_1, cal comprar la quantitat q^* per a beneficiar-se de la reducció de preu de les següents unitats. Però, a preu p_1, el consumidor estaria disposat a comprar més que q^*. Per tant, és evident que el consumidor compraria q^* a preu p_1 i després continuaria comprant fins a q_2, en aquest darrer cas a preu p_2.

- Cas 2: $q_2 \leq q^*$. La Fig. 11 il·lustra aquest cas. El consumidor ha de comprar fins a $q^* > q_2$ per a obtenir la rebaixa de preu. Però encara que obtingués la rebaixa, el consumidor no compraria q^*: s'aturaria a q_2 (analitza el cas $q^* = q_2$). Així, el consumidor compraria només q_1 a preu p_1, ja que l'excedent de cada unitat entre q_1 i q_2 és negatiu.

- Cas 3: $q_1 < q^* < q_2$. La Fig. 12 il·lustra aquest cas. Per a beneficiar-se de la reducció de preu, el consumidor ha de comprar a preu p_1 una quantitat q^* superior a la quantitat màxima q_1 que compraria a preu p_1. Però la quantitat q_1 s'ha determinat suposant que el preu de totes les unitats és el mateix. Ara, però, el consumidor podria compensar l'excedent negatiu que resulta de comprar a preu p_1 les unitats entre q_1 i q^* (l'àrea del triangle *ace*) amb l'excedent positiu que resulta de comprar a preu p_2 les unitats entre q^* i q_2 (l'àrea del triangle *bde*). En conseqüència, el consumidor s'atura a q_1 si l'àrea *ace* és més gran que l'àrea *bde*, però avança fins a q_2 si l'àrea *bde* és més gran que l'àrea *ace* (què passa si les àrees són iguals?). L'àrea *ace* és l'excedent al punt *c* menys l'excedent al punt *a*; això és, l'àrea *ace* és $EC(p_1, q^*) - EC(p_1, q_1)$. L'àrea *bde* és l'excedent al punt *b* menys l'excedent al punt *d*; això és, l'àrea *bde* és $EC(p_2, q_2) - EC(p_2, q^*)$.

- En resum, al cas 3, el consumidor tria q_1 si $EC(p_1, q^*) - EC(p_1, q_1) > EC(p_2, q_2) - EC(p_2, q^*)$, condició que equival a $EC(p_1, q^*) + EC(p_2, q^*) > EC(p_1, q_1) + EC(p_2, q_2)$. I el consumidor tria q_2 si $EC(p_1, q^*) - EC(p_1, q_1) < EC(p_2, q_2) - EC(p_2, q^*)$, condició que equival a $EC(p_1, q^*) + EC(p_2, q^*) < EC(p_1, q_1) + EC(p_2, q_2)$.■

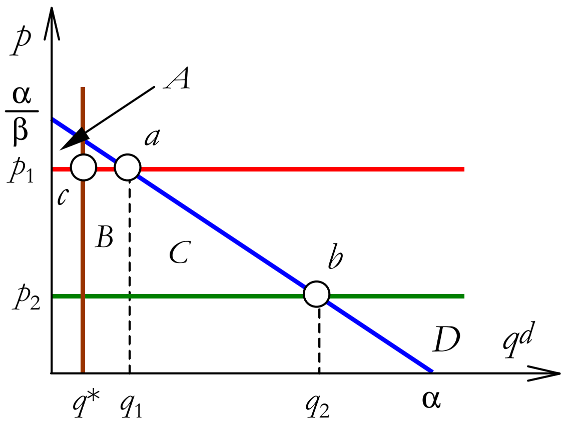

Fig. 10. Compra amb tarifa doble: cas 1 de 3

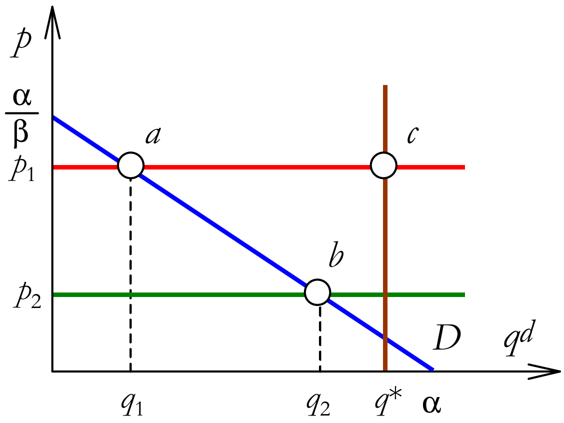

Fig. 11. Compra amb tarifa doble: cas 2 de 3

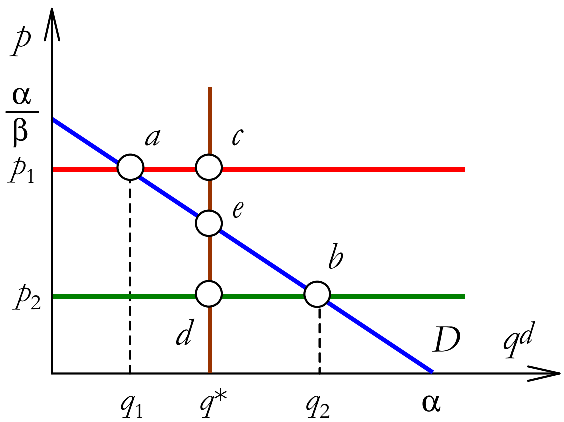

Fig. 12. Compra amb tarifa doble: cas 3 de 3

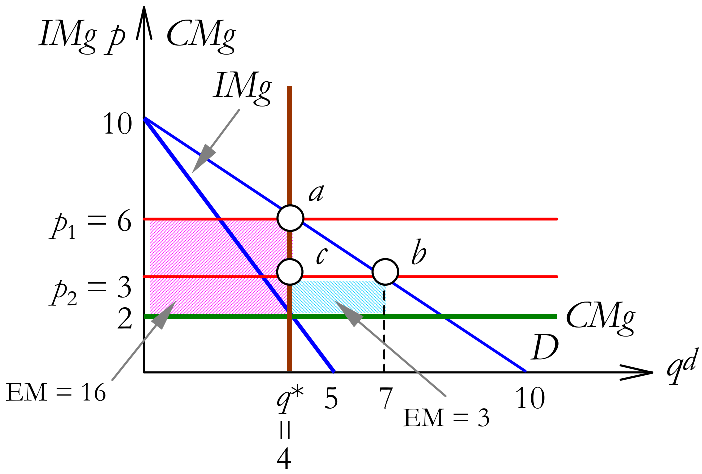

Fig. 13. Anàlisi d'una tarifa doble

REMARCA 8. L'excedent del consumidor als Exemples 4, 5 i 6 és més gran que l'excedent que obtindria si preu $p_1 = 6$ fos l'únic preu. En tal cas, el consumidor compraria fins a $q = 4$, fent una despesa de 24 i obtenint un excedent de 8. Així que <u>una tarifa doble pot ser beneficiosa pels consumidors</u>. Pot ser-ho simultàniament per al monopolista? L'Exemple 9 mostra que sí.

EXEMPLE 9. Cada consumidor té $q^d = 10 - p$ per funció de demanda. La funció de cost marginal del monopolista és $CMg(q) = 2$. El monopolista estableix la tarifa doble $[p_1, p_2, q^*] = [6, 3, 4]$, que es mostra a la Fig. 13.

- Si el preu ha de ser únic, el monopolista fixaria $p = 6$, venent a cada comprador la quantitat $q = 4$ i obtenint de cada comprador l'excedent EM = 6·4 – 2·4 = 16.

- Amb la tarifa doble $[p_1, p_2, q^*] = [6, 3, 4]$, per la Proposició 7, cada consumidor compraria $q^d = 7$, pagant $p_1 = 6$ per fins a la unitat $q^* = 4$ i pagant $p_2 = 3$ per cada unitat entre $q^* = 4$ i $q^d = 7$.

- El monopolista extreu de cada consumidor l'excedent EM_1 = 6·4 – 2·4 = 16 de les unitats comprades a preu $p_1 = 6$. I extreu de cada consumidor l'excedent EM_2 = 3·3 –

$2\cdot3 = 3$ de les unitats comprades a preu $p_2 = 3$. En total, l'excedent del monopolista és $EM_1 + EM_2 = 16 + 3 = 19$, superior al que tindria si no apliqués la tarifa doble.

- D'altra banda, cada consumidor també augmenta el seu excedent amb la tarifa doble. Sense ella, cada consumidor se situa al punt *a* de la Fig. 13, punt on obté l'excedent $EC(6, 4) = 8$. Amb la tarifa doble, cada consumidor també compra $q = 4$ a preu $p = 6$, però continua comprant fins a arribar al punt *b*. L'excedent addicional de cada consumidor és l'àrea 4'5 del triangle *abc*. L'excedent de cada consumidor és ara 12'5.

- Una qüestió interessant però fora de l'àmbit del curs diu: quina és la tarifa doble que maximitza l'excedent del monopolista?

EXEMPLE 10. La quota d'accés. Una quota d'accés al consum d'un bé és un import monetari que el comprador ha de pagar consumeixi o no el bé. A la quota d'accés s'afegeix després el preu per cada unitat consumida del bé. Seguint amb l'Exemple 9, suposem que el monopolista fixa una quota fixa Q per a tenir dret a comprar el bé i un preu p per cada unitat comprada.

- Per exemple, el servei de subministrament d'aigua potable inclou un cànon fix a pagar per la connexió a la xarxa i després la despesa corresponent al consum d'aigua.

- El valor de l'excedent que cada comprador obté de la quantitat comprada és el límit màxim de la quota Q que pot fixar el monopolista. Per exemple, a la Fig. 13, si el monopolista només pogués fixar un preu, fixaria $p = 6$. Cada consumidor compraria $q^d = 4$, situant-se al punt *a*. L'excedent al punt *a* és $4\cdot(10 - 6) / 2 = 8$. Aquest és el guany net que obté cada consumidor en comprar $q^d = 4$ unitats i pagar $p = 6$ per cada una d'elles. Per tant, la quota Q que fixi el monopolista no pot ser superior a 8: si ho fos, l'excedent de cada comprador descomptant-hi la quota seria negatiu i el millor per a cada comprador seria no comprar.

DEFINICIÓ 11. Hi ha discriminació de tercer grau quan els consumidors són dividits en grups i es fixa un preu per a cada grup.

- La discriminació de tercer grau requereix que el monopolista identifiqui diferents grups de consumidors i estableixi un preu per a cada grup. Quan això succeeix, es diu que el monopolista segmenta el mercat (el fet que un mercat estigui segmentat no té res a veure amb l'existència d'un monopoli).

- Per exemple, el mercat de DVDs és un mercat segmentat geogràficament en regions, desde la regió 0 fins a la 9 (detalls a http://en.wikipedia.org/wiki/Dvd_region o http://www.hometheaterinfo.com/dvd3.htm). Aquesta segmentació fa que la mateixa pel·lícula es pugui vendre a diferents regions a diferent preu, ja que, en principi, els lectors de DVDs d'una regió no poden llegir els DVDs d'una altra (tret de la 0, que és absència de regió). També es practica segmentació en certs locals d'esbarjo on els homes paguen entrada i les dones no. Certs serveis a les universitats també estan sotmesos a segmentació: pagues un preu si ets professor i un altre si ets estudiant.

EXEMPLE 12. Segmentació de mercat (Fig. 14). Hi ha 2 grups de consumidors. La funció de demanda que agrega les funcions de demanda dels consumidors del primer grup és $q^d{}_1 = 10 - \frac{p}{2}$; la que agrega les del segon, $q^d{}_2 = 20 - 2p$. La funció de cost marginal del monopolista és $CMg(q) = 4$.

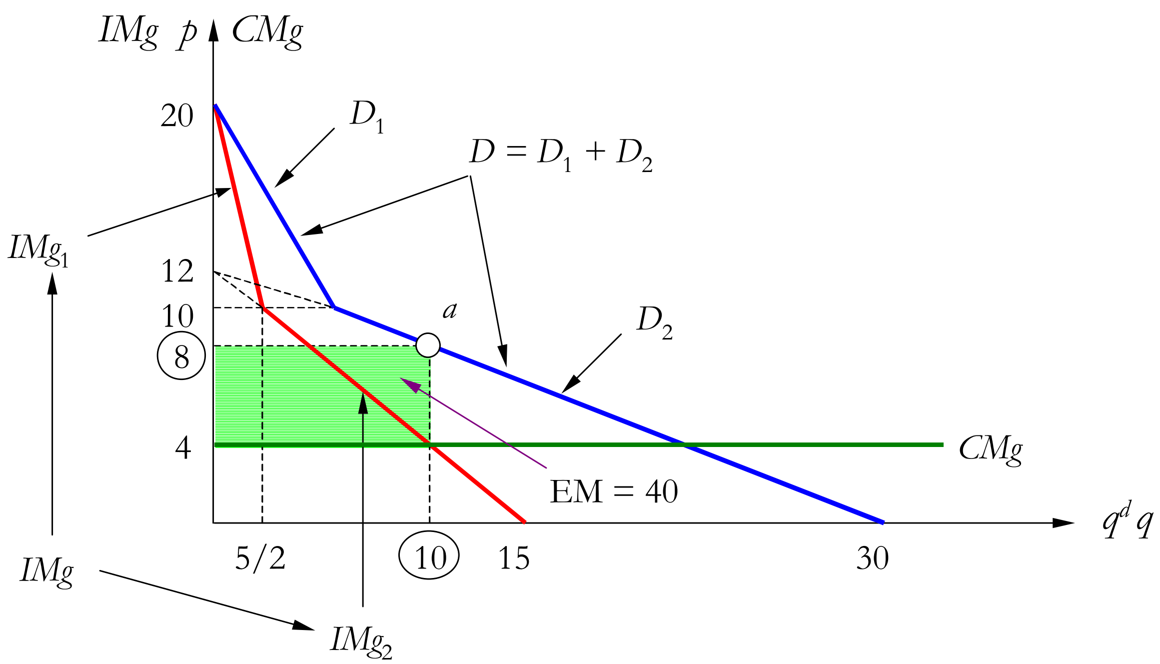

Fig. 14. Solució del monopoli sense segmentació de mercat

- Si el monopolista no segmenta el mercat, fixa el preu considerant el tram rellevant de la funció de demanda de mercat (el tram on intersecta la recta CMg), que és D_2 a la Fig. 14. L'equació que defineix aquest tram és $q^d = 30 - 5\frac{p}{2}$, per a $10 \leq p \leq 0$. Aïllant p, s'obté $p = 12 - 2\frac{q}{5}$. D'aquí resulta la funció d'ingrés marginal $IMg = 12 - 4\frac{q}{5}$. El monopolista produeix i ven $q = 10$ a preu $p = 8$. El seu excedent és EM = 8·10 – 4·10 = 40.

- Si el monopolista pot i decideix separar els dos grups, ha de maximitzar la funció de beneficis conjunta $\pi(q_1, q_2) = p_1q_1 + p_2q_2 - C(q)$, on p_i és el preu que el monopolista fixa al grup $i \in \{1, 2\}$, q_i és la quantitat que ven al grup $i \in \{1, 2\}$ i $q = q_1 + q_2$ és la quantitat total que el monopolista produeix i ven.

- El problema del monopolista rau en determinar la quantitat total a produir i com distribuir aquesta quantitat entre els dos grups. Un cop determinada quina quantitat q_i ven al grup $i \in \{1, 2\}$, el monopolista establirà el preu $p_i(q_i)$ que indica la funció de demanda del grup i. Això es mostra a la Fig. 15.

- Les variables de decisió del monopolista són dues, q_1 i q_2, ja que: (i) sabent q_1 i q_2, se sap la quantitat total $q = q_1 + q_2$; (ii) sabent q_1, se sap p_1 gràcies a la funció de demanda del grup 1; i (iii) sabent q_2, se sap p_2 gràcies a la funció de demanda del grup 2.

- Per a maximitzar $\pi(q_1, q_2)$ respecte de les dues variabels q_1 i q_2, apliquem la condició de 1r ordre, segons la qual la derivada de $\pi(q_1, q_2)$ respecte de cada variable s'iguala a zero: $\frac{\partial \pi}{\partial q_1} = 0$ i $\frac{\partial \pi}{\partial q_2} = 0$. La funció a maximitzar és $\pi(q_1, q_2) = p_1q_1 + p_2q_2 - C(q_1 + q_2)$, ja que el cost total el determina la producció total $q_1 + q_2$ a realitzar. La funció inversa de demanda del primer grup és $p_1 = 20 - 2q_1$. La funció inversa de demanda del primer grup és $p_2 = 10 - q_2/2$. Per la regla de la cadena,

$$\frac{\partial \pi}{\partial q_1} = \frac{\partial p_1}{\partial q_1} q_1 + p_1 - \frac{\partial C}{\partial q_1} = (-2)q_1 + (20 - 2q_1) - 4 = 0 \tag{1}$$

i

$$\frac{\partial \pi}{\partial q_2} = \frac{\partial p_2}{\partial q_2} q_2 + p_2 - \frac{\partial C}{\partial q_2} = (-\frac{1}{2})q_2 + (10 - \frac{q_2}{2}) - 4 = 0 \tag{2}$$

- Per l'equació (1), $q_1 = 4$. El mateix resultat s'obté de la següent manera. Considerem la funció d'ingrés marginal $IMg_1(q_1) = 20 - 4q_1$ que correspon a la funció de demanda $p_1 = 20 - q_1$ del grup 1. La condició (1) és equivalent a $IMg_1(q_1) = CMg(q)$: l'ingrés marginal obtingut per la venda de la quantitat q_1 al grup 1 ha de ser igual al cost marginal de produir <u>tota</u> la quantitat $q = q_1 + q_2$ venuda a tots dos grups. Atès que $CMg(q) = 4$, sigui quin sigui el valor q, la condició $IMg_1(q_1) = CMg(q)$ es concreta en $20 - 4q_1 = 4$, d'on resulta $q_1 = 4$.

- Per l'equació (2), $q_2 = 6$. Com abans, considerem la funció d'ingrés marginal $IMg_2(q_2) = 10 - q_2$ que correspon a la funció de demanda $p_2 = 10 - \frac{q_2}{2}$ del grup 2. La condició (2) és equivalent a $IMg_2(q_2) = CMg(q)$: l'ingrés marginal obtingut per la venda de la quantitat q_2 al grup 2 ha de ser igual al cost marginal de produir <u>tota</u> la quantitat $q = q_1 + q_2$. La condició $IMg_2(q_2) = CMg(q)$ es concreta en $10 - q_2 = 4$, d'on resulta $q_2 = 6$.

- Per tant, podem trobar el parell (q_1, q_2) que maximitza la funció de beneficis $\pi(q_1, q_2)$ derivant-la respecte de q_1 i després respecte de q_2 i igualant cada equació a zero (equacions (1) i (2)) o bé podem aplicar directament la condició $IMg_1(q_1) = IMg_2(q_2) = CMg(q)$: <u>per al parell (q_1, q_2) que maximitza la funció de beneficis $\pi(q_1, q_2)$, l'ingrés per l'última unitat venuda a un grup és igual al l'ingrés per l'última unitat venuda al grup 2, que és igual al cost de l'última unitat produïda</u> (es vengui al grup que es vengui).

- En resum, si el parell (q_1^*, q_2^*) maximitza la funció de beneficis $\pi(q_1, q_2)$, cal que

$$IMg_1(q_1^*) = CMg(q^*) = IMg_2(q_2^*) \tag{3}$$

on $q^* = q_1^* + q_2^*$. Per (3), <u>l'ingrés marginal de la producció venuda a cada grup coincideix amb el cost marginal de tota la producció</u>: l'última unitat produïda genera el mateix ingrés a cada grup i té un cost igual a l'ingrés que genera. Per a què (3) doni la solució, caldria verificar el compliment de la condició de 2n ordre i de la condició de tancament. N'hi ha prou amb dir que totes dues es compleixen.

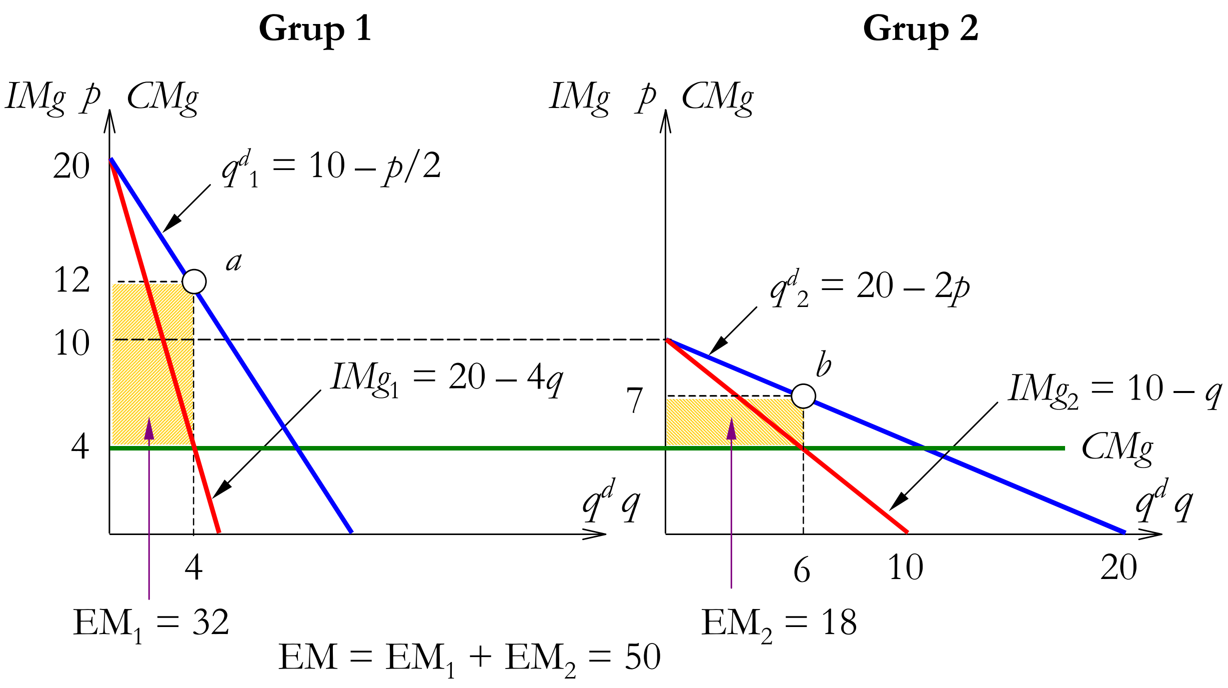

Fig. 15. Solució del monopoli amb segmentació de mercat en dos grups

Exercicis de la Lliçó 4

1. Sigui $C(q) = 2q$ la funció de cost total d'un monopolista és i sigui $q^d = 10 - p$ la funció de demanda de mercat. Determina el benefici del monopolista, el seu excedent i l'excedent dels consumidors a cadascun dels següents casos.

(i) El monopolista no discrimina.

(ii) El monopolista aplica la discriminació de 1r grau.

(iii) La funció de demanda de mercat $q^d = 10 - p$ és la suma de les funcions de demanda de 10 consumidors idèntics i el monopolista aplica discriminació de 2n grau mitjançant una quota d'accés que captura el màxim d'excedent de cada consumidor.

(iv) La funció de demanda de mercat $q^d = 10 - p$ és la suma de dos grups idèntics de consumidors i el monopolista aplica discriminació de 3r grau.

2. Un monopolista amb cost marginal constant i igual a 1 participa a un mercat on hi ha 20 consumidors idèntics amb funció de demanda individual $p = 6 - \frac{q}{2}$. Determina el preu, la quantitat intercanviada, el benefici del monopolista, el seu excedent i l'excedent dels consumidors a la solució obtinguda a cadascun dels següents casos.

(i) El monopolista no discrimina.

(ii) El monopolista discrimina amb la tarifa doble $[p_1, p_2, q^*] = [5, 2, 3]$.

(iii) El monopolista discrimina amb la tarifa doble $[p_1, p_2, q^*] = [5, 2, 2]$.

(iv) El monopolista discrimina amb la tarifa doble $[p_1, p_2, q^*] = [5, 2, 1]$.

(v) El monopolista estableix el preu que maximitza els seus beneficis quan no pot discriminar i fixa una quota d'accés al bé que li permeti capturar tot l'excedent de cada consumidor.

(vi) 10 consumidors abandonen el mercat.

3. Un monopolista amb funció de cost marginal CMg = 8 participa a un mercat on hi ha 2 grups de consumidors, amb funcions de demanda $q^d = 20 - p/4$ i $p = 10 - q^d$. Determina el preu, la quantitat intercanviada, el benefici del monopolista, l'excedent del monopolista i l'excedent dels consumidors a la solució obtinguda si:

(i) el monopolista no discrimina;

(ii) si discrimina fixant preu $p = 4$ per les 6 primeres unitats i preu $p = 2$ per les següents;

(iii) si discrimina fixant el preu $p = 5$ per les 2 primeres unitats i un preu $p = 2$ per les següents;

(iv) si discrimina fixant el preu $p = 5$ per la primera unitat i un preu $p = 2$ per les següents;

(v) si estableix el preu que maximitza els seus beneficis quan no pot discriminar i fixa una quota d'accés al bé que li permeti capturar tot l'excedent de cada consumidor; i

(vi) si segmenta el mercat en aquests dos grups i aplica una discriminació de preus de 3r grau.

4. Un mercat pot ser segmentat en dos grups, amb funcions de demanda $q^d{}_1 = 6 - p$ i $q^d{}_2 = 12 - p$. Compara les solucions d'un monopolista amb funció de cost marginal CMg = 2 que resulten quan segmenta i quan no segmenta el mercat en els dos grups.

5. A la Proposició 7, què compra el consumidor si si $q_1 < q^* < q_2$ i $EC(p_1, q_1) + EC(p_2, q_2) = EC(p_1, q^*) + EC(p_2, q^*)$?

6. Un monopoli està format per un productor amb funció de cost marginal constant CMg = 2 i dos grups de consumidors amb funcions de demanda $q^d{}_1 = 12 - p$ i $q^d{}_2 = 24 - 4p$. Calcula:

(i) el preu de mercat i la quantitat intercanviada si el monopolista no pot discriminar;

(ii) la quantitat total intercanviada i el preu que fixa a cada grup si pot discriminar fixant un preu per a cada grup; i

(iii) l'excedent del monopolista i dels consumidors a cada cas.

(iv) Si en comptes de dos grups es tractessin de dos consumidors, quina quota d'accés imposaria com a màxim el monopolista? I quina imposaria com a mínim?

7. Comprova que als Exemples 4, 5 i 6 es compleix el que diu la Proposició 7.

8. Obté la quantitat que compraria un consumidor amb funció de demanda $q^d = 16 - p$ si s'enfronta a la tarifa múltiple tal que el preu és 14 per cadascuna de les dues primeres unitats, és 10 per les tres següents, 6 per la sisena i 2 per la setena i següents.

9. A la Fig. 10, què representen les àrees A, B i C?

10. Un consumidor té $q^d = 10 - p$ com a funció de demanda d'un bé i paga una quota d'accés de 2 unitats monetàries. Les unitats del bé es mesuren en unitats discretes. Si el preu és $p = 4$, determina el preu mitjà que paga el consumidor si compra: (i) una unitat; (ii) dues unitats; (iii) 3 unitats; (iv) 4 unitats; (v) 5 unitats; (vi) 6 unitats; i (vii) 7 unitats.

11. Verifica que la solució donada a l'Exemple 12 compleix la condició de tancament.

Lliçó 5. Competència potencial

REMARCA 1. El fet que un monopolista estigui sol al mercat com a únic productor no vol dir que no s'hagi de preocupar de productors que podrien entrar al mercat (productors potencials).

- L'Exemple 2 a continuació il·lustra el fet que no cal que hi hagi més productors per a què el monopolista fixi un preu inferior al preu de monopoli: l'amenaça que puguin entrar altres productors pot ser suficient per a induir el monopolista a restringir l'ús del seu poder de mercat.

EXEMPLE 2. Hi ha un monopolista amb funció de cost total $C(q) = 1100 + 20q$. La funció de demanda de mercat és $q^d = 120 - p$. El monopolista es planteja fixar el preu $p = 70$ que maximitza els seus beneficis o un preu $p = 50$ (entre $p = 70$ i el cost marginal $CMg = 20$). Un productor d'un altre bé es planteja incorporar-se al mercat del monopolista produint al mateix cost. Ambdós saben que si hi ha dos productors al mercat, cadascú ven la meitat de la quantitat demandada al preu de mercat (repartiment del mercat al 50%). Quin preu fixa el monopolista?

- El joc de la Fig. 16 descriu l'Exemple 2, on els pagaments són els beneficis obtinguts al mercat del monopolista, el jugador 1 és el monopolista (que tria $p = 50$ o $p = 70$) i el jugador 2 és el rival potencial (que decideix si entrar o no al mercat del monopolista).

- La inducció cap enrere selecciona la jugada on el rival potencial no entra al node x, però entra al node y, i el monopolista fixa el preu més baix, $p = 50$ (que no és el preu que resulta de la maximització de la funció de beneficis del monopolista).

- Aquest exemple suggereix que estimular condicions per a l'entrada a un mercat pot ser una alternativa a mesures dràstiques per a reduir el poder del monopoli, com ara obligar el monopolista a fixar un preu inferior al de monopoli o trossejar-li l'empresa (sentència inicial al cas Microsoft, http://en.wikipedia.org/wiki/Microsoft_trial).

- Si, a l'Exemple 2, el cost fix fos 1300, el rival mai no entraria i el monopolista podria fixar el preu més alt, $p = 70$. L'Estat podria incentivar l'entrada del rival potencial mitjançant una rebaixa fiscal o una subvenció que li permetés obtenir guanys si entra amb $p = 70$.

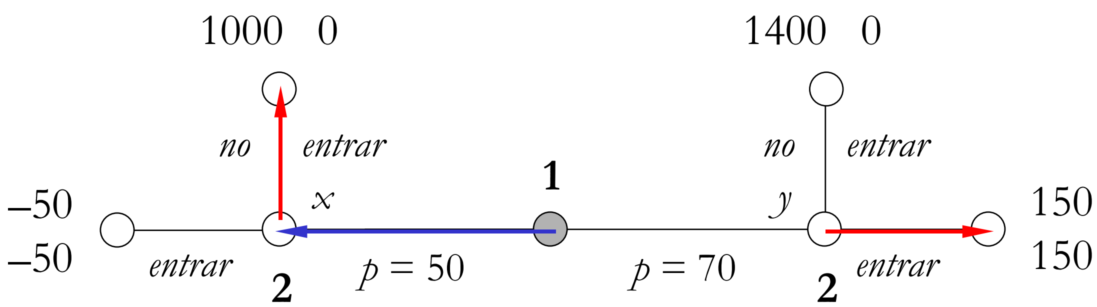

Fig. 16. Joc entre un monopolista i un rival potencial

Exercici de la Lliçó 5

1. La funció de demanda de mercat és $q^d = 100 - p$ en tant que la funció de cost total del monopolista és $C(q) = 800 + 10q$.

(i) Calcula el preu p^* que maximitzaria els beneficis del monopolista.

(ii) El monopolista ha de decidir si fixar com a preu p^* o $p^*/2$, sabent que, a continuació, un competidor potencial decidirà, coneixent el preu fixat pel monopolista, si entra al mercat o no. Si el competidor entra fixa el mateix preu que el monopolista i es reparteix amb el monopolista la quota de mercat al 50% (cadascú ven la meitat de la quantitat demandada al preu que ha fixat el monopolista). Representa aquesta situació com a joc seqüencial i resol el joc per inducció cap enrere.

Lliçó 6. El duopoli de Cournot

L'Exemple 2 de la Lliçó 5 suggereix que l'augment de la competència (l'augment del nombre de productors d'un bé) tendeix a reduir el preu de mercat del bé. Aquesta lliçó pretén contrastar aquesta impressió en el cas més simple: quan la competència potencial es fa real i entra un segon productor al mercat. El mercat resultant s'anomena duopoli.

Hi ha diferents maneres de representar què succeeix a un duopoli. En general, diferents hipòtesis sobre el que saben o trien els productors a un duopoli conduiran a diferents resultats. En aquesta lliçó s'estudia un model de duopoli degut a Antoine Augustine Cournot (1838); a la lliçó següent s'estudia un altre model de duopoli, degut a Heinrich von Stackelberg (1934).

DEFINICIÓ 1. El model de duopoli de Cournot (o duopoli de Cournot, per a abreujar) consta de tres elements: una funció de demanda de mercat, representant els consumidors del bé; i, per a cada duopolista, una funció de cost total (o, en el seu defecte, una funció de cost marginal).

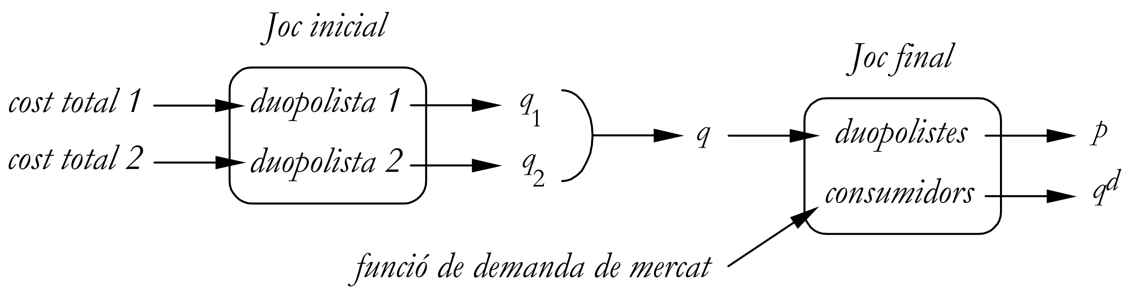

Fig. 17. El duopoli de Cournot com una seqüència de dos jocs

- El duopoli de Cournot es pot interpretar com una seqüència de dos jocs: un joc inicial (o JOC_1) i un joc final (o JOC_2). La Fig. 17 il·lustra aquest joc doble. El joc final és un joc seqüencial on s'enfronten dos jugadors "col·lectius": un jugador que representa els duopolistes i un altre que representa els consumidors. Així que, al JOC_2, els duopolistes juguen plegats contra els consumidors. Els duopolistes comencen jugant i, actuant com a grup, decideixen conjuntament quin és el preu de mercat del bé. Com al monopoli, s'assumeix que els duopolistes coneixen la funció de demanda de mercat. A continuació juguen els consumidors que, també actuant com a grup, trien la quantitat demandada seguint el que dicta la funció de demanda de mercat. De forma que, al JOC_2, els duopolistes fixen primer el preu i, sabent aquest preu, els consumidors (agregats i considerats un únic jugador) trien la quantitat total demandada que determina la funció de demanda de mercat al preu fixat pels duopolistes.

- El joc inicial JOC_1 és un joc simultani. Al JOC_1 només juguen els dos duopolistes. Però si al JOC_2 tots dos jugaven plegats cooperativament contra els consumidors, ara, al JOC_1, juguen l'un contra l'altre no cooperativament. El propòsit del JOC_1 es determinar com els duopolistes es reparteixen la quantitat total q que anticipen, per inducció cap enrere, que serà la quantitat que els consumidors compraran al JOC_2. Al JOC_1, cada duopolista ha de triar la quantitat que vol produir, ignorant la quantitat que tria el rival, amb l'objectiu de maximitzar la seva funció de beneficis. El resultat que ens interessa del JOC_1 és la quantitat total q que produeixen tots dos duopolistes.

- La seqüència de jocs es resol per inducció cap enrere. Primer es resol el JOC_2. En aquest joc, la inducció cap enrere dicta que els consumidors, donat el preu p que hagin triat els duopolistes, escolliran la quantitat demandada q^d que especifica la funció de demanda de mercat quan el preu és p. Sabent això, i coneixent la quantitat total $q = q_1 + q_2$ que ha resultat del JOC_1 entre els duopolistes, aquests trien el preu p que fa que la quantitat demandada q^d a continuació pels consumidors coincideixi amb la quantitat total q que els duopolistes han decidit produir al JOC_1.

- Fins a cert punt, el JOC_2 és com el joc entre un monopolista i els consumidors. Primer, un cop el monopolista ha decidit quina quantitat q produir, el fet de conèixer la funció de demanda de mercat li permet descobrir i fixar el preu més alt p que assegura la quantitat demandada sigui q. I, a continuació, els consumidors, donat p, no fan sinó triar justament com a quantitat demandada la quantitat q (ja que p es va escollir de manera que el valor de la funció de demanda de mercat a preu p sigui q). Com al cas del monopoli, la solució del JOC_2 serà un punt (p, q) de la funció de demanda de mercat. L'única diferència rau en com es determina la quantitat q: quan hi ha un monopolista, és ell qui la determina; quan hi ha duopolistes, cal un joc previ (el JOC_1) per a determinar la quantitat total q produïda a partir de la decisió que, independentment, fa cada duopolista.

- Resolt inicialment el JOC_2, es resol a continuació el JOC_1. Al JOC_1 cada duopolista especifica la seva funció de beneficis sabent que, al JOC_2, el preu es determinarà aplicant la quantitat total que resulti del JOC_1 a la funció de demanda de mercat. Amb aquesta informació, cada duopolista tria la seva producció amb l'objectiu de maximitzar la seva funció de beneficis. La solució escollida per a aplicar al JOC_1 és l'equilibri de Nash. L'equilibri de Nash del JOC_1 s'anomena equilibri de Cournot (de forma que es podria dir que Cournot descobrí l'equilibri de Nash abans que Nash).

DEFINICIÓ 2. L'equilibri de Cournot al duopoli de Cournot consisteix en una quantitat q_1* produïda pel duopolista 1 i una quantitat q_2* produïda pel duopolista 2 tals que: (i) el preu de mercat p és el valor que la inversa de la funció de demanda de mercat associa amb la quantitat total que produeixen els duopolista; (ii) donat q_2*, q_1* maximitza la funció de beneficis del duopolista 1 (assumint que 1 considera la producció q_2 triada pel duopolista 2 una constant); i (iii) donat q_1*, q_2* maximitza la funció de beneficis del duopolista 2 (assumint que 2 considera la producció q_1 triada pel duopolista 1 una constant).

DEFINICIÓ 3. La solució del duopoli de Cournot és un triple (q_1*, q_2*, p*) tal que (q_1*, q_2*) és un equilibri de Cournot i p* és el valor que la inversa de la funció de demanda de mercat fa correspondre amb $q^* = q_1^* + q_2^*$ (això és, p* fa que la quantitat demandada sigui q*).

- La quantitat total produïda a la solució del duopoli de Cournot és $q^* = q_1^* + q_2^*$. Com al monopoli, la solució del duopoli pressuposa que la funció de demanda determina el preu més alt que permet la venda de la quantitat q*.

EXEMPLE 4. Una versió discreta del duopoli de Cournot. Sigui $p = 300 - 3q$ la inversa de la funció de demanda de mercat i $C_i(q_i) = 30q_i$ la funció de cost total del duopolista $i \in \{1, 2\}$. En aquesta versió simplificada, els duopolistes només poden escollir entre tres nivells de producció: 20, 30 i 50. La Fig. 18 representa aquesta situació com a joc simultani, on els pagaments són els beneficis de cada duopolista.

1 \ 2	$q_2 = 50$	$q_2 = 30$	$q_2 = 20$
$q_1 = 50$	–1500 –1500	1500 900	3000 1200
$q_1 = 30$	900 1500	2700 2700	3600 2400
$q_1 = 20$	1200 3000	2400 3600	3000 3000

Fig. 18. Versió simplificada del duopoli de Cournot

- Per exemple, si $q_1 = 50$ i $q_2 = 30$, la quantitat total produïda és $q = q_1 + q_2 = 80$. Això fa que el preu de mercat sigui $p = 300 - 3q$, $p = 60$. La funció de beneficis del duopolista 1 és $\pi_1 = pq_1 - 30q_1 = 60{\cdot}50 - 30{\cdot}50 = 1500$ i la del duopolista 2 és $\pi_2 = pq_2 - 30q_2 = 60{\cdot}30 - 30{\cdot}30 = 900$. D'aquí que el vector de pagaments de la jugada (50, 30) sigui (1500, 900).

- El joc de la Fig. 18 té un únic equilibri de Nash: la jugada (30, 30), on tots dos duopolistes trien produir 30. Aquest és l'equilibri de Cournot del duopoli de Cournot.

- Al duopoli de Cournot els duopolistes poden triar qualsevol quantitat, de manera que el joc és un on cada jugador té un nombre infinit d'estratègies. La solució del duopoli de Cournot és, en essència, un equilibri de Nash d'aquest joc amb infinites estratègies.

EXEMPLE 5. Sigui $p = 300 - 3q$ la inversa de la funció de demanda de mercat i $C_i(q_i) = 30q_i$ la funció de cost total del duopolista $i \in \{1, 2\}$. L'equilibri de Cournot s'obté com segueix.

- Especifiquem la funció de beneficis del duopolista 1, $\pi_1(q_1, q_2) = p(q)\cdot q_1 - C_1(q_1)$, on $p(q)$ és la inversa de la funció de demanda de mercat, $C_1(q_1)$ és la funció de cost total del duopolista 1 i $q = q_1 + q_2$ és la quantitat total produïda. La funció π_1 depèn de dues variables, q_1 i q_2, però el duopolista 1 només controla una d'elles, q_1. L'equilibri de Cournot pressuposa que q_2 no depèn de q_1. Formalment, això significa que $\frac{\partial q_2}{\partial q_1} = 0$: quan 1 decideix quin valor tindrà q_1, creu que la seva decisió no afecta a la tria de q_2 que fa l'altre duopolista.

- Amb les dades de l'Exemple 5, $p(q)$ és la funció $p = 300 - 3q = 300 - 3(q_1 + q_2)$. Per tant, $\pi_1(q_1, q_2) = [300 - 3(q_1 + q_2)]q_1 - 30q_1$. La condició de 1r ordre per a trobar un màxim respecte de q_1 estableix que $\frac{\partial \pi_1}{\partial q_1} = 0$. Així, $0 = \frac{\partial \pi_1}{\partial q_1} = 300 - 6q_1 - 3q_2 - 30$. Aquesta no és més que la condició $IMg_1(q_1) = CMg_1(q_1)$, ja que $IMg_1(q_1) = 300 - 6q_1 - 3q_2$ i $CMg_1(q_1) = 30$. Atès que $IMg_1(q_1)$ és una funció decreixent i $CMg_1(q_1)$ és una funció no decreixent, la condició de 2n ordre també es compleix. Verifica tu mateix el compliment de la condició de tancament un cop calculades totes les variables: la producció de cada duopolista, la producció total i el preu de mercat. En resum, $\frac{\partial \pi_1}{\partial q_1} = 0$ esdevé

$$q_1 = 45 - \frac{q_2}{2}. \tag{4}$$

- La funció (4) s'anomena funció de reacció del duopolista 1 (o, abreujant, FR_1) i indica, per a cada volum de producció q_2 que pot triar el duopolista 2, quin és el volum de producció q_1 que maximitza la funció de beneficis del duopolista 1 (on s'entén que si $q_2 > 90$, el volum de producció q_1 que maximitza els beneficis d'1 és $q_1 = 0$). La Fig. 19 representa FR_1 (on no interessa què passa si $q_2 > 90$). La funció (4) és la regla que ha de seguir el duopolista 1 si vol maximitzar beneficis: si el rival tria la quantitat q_2 (que encara no s'ha determinat quina serà), el millor per a 1 serà triar $q_1 = 45 - \frac{q_2}{2}$.

- Per a l'altre duopolista es fa el mateix: s'especifica la seva funció de beneficis $\pi_1(q_1, q_2) = p(q)\cdot q_2 - C_2(q_2)$, es deriva respecte de q_2 (que és la variable que controla el duopolista 2), s'iguala la derivada resultant a zero i s'aïlla q_2. La funció de reacció del duopolista 2 (o FR_2 per a abreujar) és (5). La funció FR_2 també es representa a la Fig. 19 (on s'obvia què succeeix si $q_1 > 90$).

$$q_2 = 45 - \frac{q_1}{2} \tag{5}$$

- Les funcions de reacció (4) i (5) són simètriques. Això es deu al fet què els dos duopolistes tenen la mateixa funció de cost marginal. En general, les funcions de reacció no seran simètriques, ja que en general les funcions de cost marginal no seran iguals.

- L'equilibri de Cournot és el punt c = (30, 30) on s'intersecten les dues funcions de reacció. L'equilibri de Cournot és l'únic equilibri de Nash del joc amb infinites estratègies on es trien quantitats. En aquest joc, les estratègies de cada jugador són punts de l'eix on es representa la quantitat triada pel jugador i cada funció de reacció estableix quina és la millor resposta d'un jugador a la quantitat que tria l'altre jugador.

- El parell $(q_1, q_2) = (30, 30)$ és l'equilibri de Cournot del joc perquè, donat $q_1 = 30$, $q_2 = 30$ és la millor resposta del duopolista 2 (és la quantitat que li maximitza la funció de beneficis) i, a la inversa, donat $q_2 = 30$, $q_1 = 30$ és la millor resposta del duopolista 1 (és la quantitat que li maximitza la funció de beneficis).

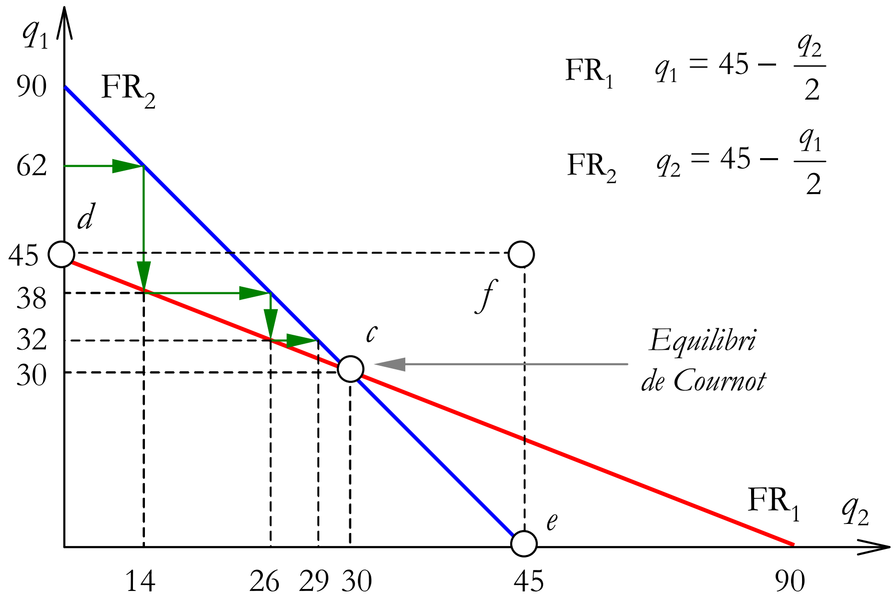

Fig. 19. Funcions de reacció al model de Cournot i equilibri de Cournot

- L'equilibri de Cournot c a la Fig. 19 és estable: si es parteix de qualsevol punt diferent de c, la seqüència de respostes i contrarespostes entre els duopolistes acaba portant a c. Il·lustrem la convergència cap a l'equilibri de Cournot c amb un exemple. Suposem que 1 tria inicialment $q_1 = 62$. La millor resposta de 2 a $q_1 = 62$ és, segons FR$_2$, $q_2 = 45 - \frac{q_1}{2} = 14$. Però la millor resposta d'1 a $q_2 = 14$ no és l'elecció inicial $q_1 = 62$, sinó, seguint FR$_1$, $q_1 = 45 - \frac{q_2}{2} = 38$. I la millor resposta de 2 a $q_1 = 38$ és $q_2 = 26$; i la millor d'1 a $q_2 = 26$ és $q_1 = 32$; i la de 2 a $q_1 = 32$ és $q_2 = 29$… de manera de tant q_1 com q_2 s'apropen a 30.

REMARCA 6. El punt d de la Fig. 19 estableix la millor resposta $q_1 = 45$ del duopolista 1 a $q_2 = 0$. Que $q_2 = 0$ es pot interpretar con l'abandó del duopolista 2 del mercat. Per tant, $q_2 = 0$ significa que 1 esdevé un monopolista. Si 1 fos un monopolista amb funció de cost total $C(q) = 30q$ que s'enfronta a $p = 300 - 3q$ com a inversa de la funció de demanda de mercat, la solució de monopoli implicaria produir $q = 45$. Així que el duopoli de Cournot inclou com a cas particular el monopoli: el punt d representa la solució quan el duopolista 1 és un monopolista i, de manera anàloga, el punt e representa la solució quan el duopolista 2 és un monopolista.

REMARCA 7. Comparació de solucions. Amb les dades de l'Exemple 5, l'equilibri Cournot c implica una producció total $q = q_1 + q_2 = 30 + 30 = 60$ i un preu $p = 300 - 3·60 = 120$. El benefici d'1 (el seu pagament a l'equilibri de Cournot) és $\pi_1 = (p - 30)q_1 = (120 - 30)·30 = 2700$. El benefici de 2 és $\pi_2 = (p - 30)q_2 = (120 - 30)·30 = 2700$. Si 1 fos l'únic productor (i, per tant, $q_2 = 0$), s'obtindria la solució de monopoli amb quantitat $q_1 = 45$ (punt d de la Fig. 19) i preu $p = 300 - 3·45 = 165$. El benefici d'1 seria $\pi_1 = (p - 30)q_1 = (165 - 30)·45 = 6075$, superior al de duopoli. Si 2 fos l'únic productor (i, per tant, $q_1 = 0$), s'obtindria la solució de monopoli amb quantitat $q_2 = 45$ (punt e de la Fig. 19) i preu $p = 165$. El benefici de 2 seria $\pi_1 = (p - 30)q_1 = (165 - 30)·45 = 6075$.

REMARCA 8. Si els duopolistes es plantegen jugar cooperativament el JOC_2, perquè no cooperen també al JOC_1? Dit d'una altra manera: per què els duopolistes no col·laboren quan determinen quant produeix cadascú? La raó es que la col·lusió al JOC_1 no és estable, de la mateixa forma que la cooperació en el dilema del presoner no és estable.

- Si els duopolistes cooperen i es col·lusionen, trien conjuntament la producció: tots dos decideixen els valors de q_1 i q_2 amb l'objectiu de maximitzar el benefici conjunt $\pi_1 + \pi_2$. Definint $q = q_1 + q_2$, resulta que $\pi_1 + \pi_2 = (p - 30)q_1 + (p - 30)q_2 = (p - 30)(q_1 + q_2) = (p - 30)q$. Si un dels duopolistes fos un monopolista, la seva funció de beneficis seria $\pi = pq - 30q = (p - 30)q$. Així que quan els duopolistes es col·lusionen i trien la producció per a maximitzar el benefici conjunt, s'enfronten al mateix problema que tindrien si un d'ells fos un monopolista. Com d'altra banda era d'esperar, si els duopolistes s'ajunten per a obtenir el màxim benefici conjunt, la solució no pot ser sinó la de monopoli, que estableix el màxim benefici quan només hi ha un productor. Segons la solució de monopoli, la quantitat total produïda és $q = 45$ i el preu és $p = 165$.

- El problema per als duopolistes és com dividir els beneficis. Tenint tots dos la mateixa estructura de costs, una opció natural és dividir la producció (i, per tant, els beneficis) a parts iguals: per a produir $q = 45$, es fa $q_1 = q_2 = 22'5$. El benefici conjunt és 6075. Repartit a parts iguals, cada duopolista rep 3037'5, benefici superior al que obtenen a l'equilibri de Cournot. Conclusió: els duopolistes tenen incentiu a col·lusionar-se i explotar el poder de monopoli que genera la col·lusió, ja que hi ha un acord (dividir la producció de monopoli a parts iguals) que permet augmentar el benefici d'ambdós.

- Però l'acord de repartir-se la producció i els beneficis a parts iguals és inestable si cada duopolista coneix la funció de reacció del rival. Si 1 expecta que 2 respecti l'acord, preveu $q_2 = 22'5$. Donat això, segons FR_1, el millor per a 1 és produir 33'75. Però 2 anticipa la resposta d'1 i, donada FR_2, el millor per a 2 quan $q_1 = 33'75$ és $q_2 = 28'125$. El duopolista 1 també preveu aquesta resposta de 2 i, donada FR_1, el millor per a 1 si $q_2 = 28'125$ és $q_1 = 30'9375$. El duopolista 2 sap això i, donada FR_2, el millor per a 2 quan $q_1 = 30'9375$ és $q_2 = 29'53125$... I així successivament fins a arribar a l'equilibri de Cournot, $q_1 = q_2 = 30$. En suma: tot acord diferent de l'equilibri de Cournot no és estable i la seqüència de reaccions i contrareaccions durà eventualment a l'equilibri de Cournot.

- Curiositat: a http://www.res.otaru-uc.ac.jp/~uzawa/cal-economics/floodOne-c114(522-594)jpg-e.html hi ha una animació del duopoli de Cournot.

Exercicis de la Lliçó 6

1. A un duopoli de Cournot, la funció de demanda de mercat és $q^d = 240 - p$ i la funció de cost total per a cada productor és $C(q) = 60q$. (i) Representa com a joc simultani (on els pagaments són els beneficis) el cas en què cada duopolista es planteja si produir $q = 40$, $q = 50$ o $q = 60$. (ii) Troba tots els equilibris de Nash del joc.

2. Considera la funció de demanda de mercat i les funcions de cost total de l'Exercici 1.

(i) Troba i representa gràficament les funcions de reacció de cada duopolista

(ii) Calcula l'equilibri de Cournot i identifica aquest equilibri a la representació gràfica anterior.

(iii) Obté la solució de Cournot i el benefici de cada duopolista a la solució de Cournot.

(iv) Compara la solució de Cournot amb la de monopoli (amb només un duopolista al mercat).

(v) Compara el benefici de cada duopolista a la solució de Cournot amb el que s'obtindrien si acordessin produir a parts iguals el volum de producció q que maximitza el benefici conjunt.*

(vi) Indica per a cada duopolista quin és el volum de producció que maximitza el seu benefici quan el duopolista expecta que el rival acompleixi l'acord de repartir-se la producció de q de (v) a la meitat.*

(vii) Obté els sis primers elements de la seqüència de reaccions que s'inicia quan un dels duopolistes produeix el volum de producció q del punt (v) i representa gràficament els resultats.*

3. Hi ha dos productors cadascú amb un cost marginal costant i igual a 1. (i) Calcula quant produeix cada productor a l'equilibri de Cournot i el preu de mercat si la funció de demanda de mercat és $q^d = 16 - p$. (ii) Representa gràficament les funcions de reacció de tots dos productors i identifica l'equilibri de Cournot a la representació.

4. La inversa de la funció de demanda de mercat és $p = a - bq$ i la funció de cost marginal de cada duopolista és la funció constant $CMg = c$, on a, b i c són constants positives. (i) Troba i representa gràficament l'equilibri de Cournot. (ii) Compara la solució del duopoli de Cournot amb la solució de monopoli.
[Solució: $q^M = (a - c)/2b$ i $q^C = 2(a - c)/3b$, amb $q_1^C = q_2^C = (a - c)/3b$]

5. Al duopoli de Cournot, la funció de demanda de mercat és $p = 50 - 4q$ i les funcions de cost total dels duopolistes són $C(q) = 2q$ i $C(q) = 4q$.

(i) Respon a les preguntes de l'Exercici 2.

(ii) Representa com a un joc simultani la situació en què els productors només trien entre tres volums de producció (q = 6, 8, 12) i els pagaments del joc consisteixen en els beneficis respectius. Troba tots els equilibris de Nash d'aquest joc.

6. Hi ha dos productors, cadascun amb funció de cost total $C(q) = 10q$. La funció de demanda de mercat és $q^d = 30 - p$. Cadascun dels productors decideix si produir 5 o 10 unitats. (i) Representa com a joc simultani la situació anterior, assumint que el pagament de cada productor és el seu benefici. (ii) Explica si alguna estratègia és dominada i calcula tots els equilibris de Nash.

7. Torba ls solució de Cournot si la funció de demanda de mercat és $q^d = 120 - p$ i les funcions de cost total són $C(q) = 20q$ i $C(q) = 30q$.

8. <u>L'oligopoli de Cournot</u> (oligopoli = "pocs" productors). Amb funció de demanda de mercat $q^d = 240 - p$, troba la solució de Cournot quan hi ha $n \geq 2$ productors idèntics al mercat, cadascú amb funció de cost total $C(q) = 60q$.
[Suggeriment: si tots els productors són iguals, tots acaben produint el mateix a la solució de Cournot].

Lliçó 7. El duopoli d'Stackelberg

DEFINICIÓ 1. El <u>duopoli d'Stackelberg</u> es diferencia del duopoli de Cournot només en el que fet que un duopolista <u>tria primer</u> la quantitat que produeix (es diu que és el "líder") i l'altre duopolista (el "seguidor"), coneixent la decisió del líder, tria a continuació quant produir.

- Com al duopoli de Cournot, un cop determinades la quantitat q_1 del líder i la quantitat q_2 del seguidor, el preu es determina per la funció de demanda de mercat fent $q^d = q_1 + q_2$.

EXEMPLE 2. Considerem l'Exemple 5 de la Lliçó 6 quan el duopolista 1 fa de líder (tria primer). La Fig. 20 representa el duopoli d'Stackelberg, corresponent a aquesta situació, com a joc seqüencial. La Fig. 21 soluciona el joc mitjançant la inducció cap enrere: a x, 2 tria 30; a y, 30; a z, 20; i donat això, 1 tria 50 al node inicial r.

- Per tant, la solució del duopoli d'Stackelberg és tal que $q_1 = 50$ i $q_2 = 20$, amb $p = 300 - 3(50 + 20) = 90$. <u>La solució beneficia al líder</u> perquè la seva decisió determina com respondrà el seguidor: a la solució del duopoli de Cournot, els beneficis de tots dos duopolistes són 2700: cadascun ingressa 120·30 i assumeix un cost de producció igual a 30·30. En canvi, a la solució d'Stackelberg, els beneficis del líder són 3000 en tant que els beneficis del seguidor són 1200. En cas de monopoli, els beneficis serien 7425 – 1350 = 6075.

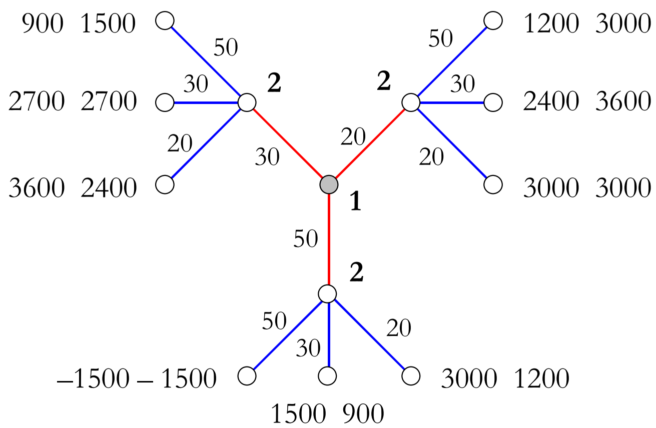

Fig. 20. Duopoli d'Stackelberg com a joc

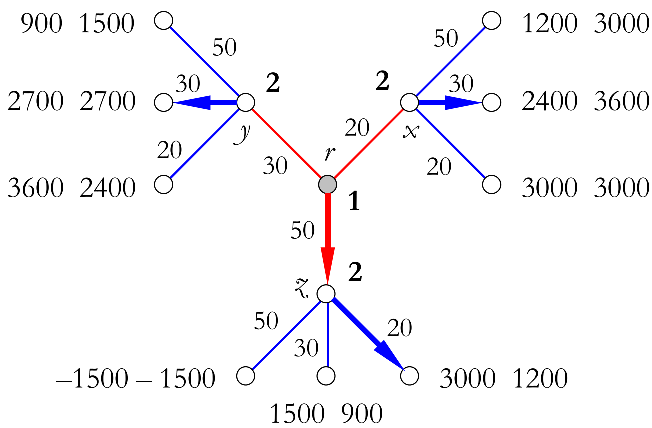

Fig. 21. Solució del duopoli d'Stackelberg

EXEMPLE 3. Sigui $p = 300 - 3q$ la inversa de la funció de demanda de mercat i $C(q_i) = 30q_i$ la funció de cost total del duopolista $i \in \{1, 2\}$. Suposem que el duopolista 1 tria primer la seva producció q_1 i, observant aquesta decisió, el duopolista 2 tria a continuació la seva producció q_2. L'equilibri d'Stackelberg s'obté per inducció cap enrere com segueix.

- Anem al final del joc, on tria 2. L'elecció q_1 del duopolista 1 ja està feta i no es pot alterar. Així que 2 incorpora el valor q_1 a la seva funció de beneficis com una dada més. La funció de beneficis de 2 serà $\pi_2(q_1, q_2) = [300 - 3(q_1 + q_2)]q_2 - 30q_2$. El duopolista

2 tria q_2 per a maximitzar aquesta funció. El resultat, com al model de Cournot, és la funció de reacció $q_2 = 45 - \frac{q_1}{2}$ que indica al duopolista 2 quina és la seva millor resposta a la decisió q_1 que prengui el duopolista 1.

- Passem ara a l'inici del joc, on el duopolista 1 anticipa, per a cada elecció q_1 que faci, quina serà la resposta del duopolista 2. Això permet a 1 incorporar a la seva funció de beneficis la resposta $q_2 = 45 - \frac{q_1}{2}$ que farà 2. D'aquesta manera, allà on a la funció de beneficis d'1 aparegui q_2, es podrà substituir q_2 per $45 - \frac{q_1}{2}$, de forma que la funció de beneficis d'1 només depèn de q_1. Així, $\pi_1(q_1, q_2) = [300 - 3(q_1 + q_2)]q_1 - 30q_1$ esdevé $\Pi_1(q_1) = \left[300 - 3\left(q_1 + \left(45 - \frac{q_1}{2}\right)\right)\right]q_1 - 30q_1 = 135q_1 - \frac{3}{2}q_1^2$. Derivant i igualant a zero, s'obté $135 = 3q_1$ i, d'aquí, $q_1 = 45$.

- Donat que 1 tria $q_1 = 45$ a l'inici i que 2 aplica la regla $q_2 = 45 - \frac{q_1}{2}$ per a determinar la seva millor resposta al que tria 1, resulta que $q_2 = 45 - \frac{45}{2} = 22'5$. La quantitat total produïda serà $q = q_1 + q_2 = 45 + 22'5 = 77'5$. El preu de mercat serà $p = 300 - 3q = 300 - 3 \cdot 77'5 = 300 - 232'5 = 67'5$. Els beneficis del duopolista 1 (el líder) són $\pi_1 = (p - 30)q_1 = (67'5 - 30) \cdot 45 = 1687'5$. Els beneficis del duopolista 2 (el seguidor) són $\pi_2 = (p - 30)q_2 = (67'5 - 30) \cdot 22'5 = 843'75$. El líder aconsegueix un benefici superior al seguidor, però inferior al que obtenia a la solució del duopoli de Cournot.

Exercicis de la Lliçó 7

1. Partint de la situació de l'Exercici 1 de la Lliçó 6, suposa que un dels duopolistes fa de líder i l'altre de seguidor.

(i) Representa el joc seqüencial d'Stackelberg corresponent.

(ii) Troba la solució del joc aplicant la inducció cap enrere i compara-la amb l'equilibri de Nash trobat al susdit Exercici 1.

2. A un duopoli d'Stackelberg, sigui $q^d = 240 - p$ la funció de demanda de mercat i $C(q) = 60q$ la funció de cost total de cada duopolista. Determina la solució del duopoli d'Stackelberg si un duopolista fa de líder i l'altre de seguidor.

3. A un duopoli d'Stackelberg la funció de demanda de mercat és $q^d = 120 - p$, la funció de cost total del duopolista 1 és $C_1(q) = 20q$ i la funció de cost total del duopolista 2 és $C_2(q) = 30q$.

(i) Calcula la solució del duopoli d'Stackelberg si 1 fa de líder.

(ii) Torna a calcular-la si el líder és 2.

(iii) Compara els beneficis de cada duopolista a (i) i (ii) amb els beneficis de la solució de Cournot.

Preguntes de tipus test del Tema 3

1. Un monopolista que no pot discriminar tria
(a) un preu i una quantitat produïda
(b) una funció de demanda i una quantitat demandada
(c) una tarifa doble i dos grups de consumidors
(d) res de l'anterior

2. Un monopolista que no pot discriminar tria la quantitat produïda
(a) igualant ingrés marginal i cost marginal
(b) de la funció de demanda de mercat
(c) de la seva funció d'oferta
(d) res de l'anterior

3. Si un monopolista que no pot discriminar tria produir $q = 5$, el preu que fixarà serà
(a) $p = 5$
(b) $p > 5$
(c) res de l'anterior perquè el monopolista no tria el preu
(d) no es pot saber sense més informació

4. Amb funció de demanda de mercat $q^d = 8 - 2p$, la funció d'ingrés marginal d'un monopolista és
(a) $p = 4 - q/2$
(b) $q^d = 8 - 4p$
(c) no es pot determinar
(d) res de l'anterior

5. Si la funció inversa de demanda de mercat és $p = 10 - q$ i la funció de cost marginal d'un monopolista és $CMg = 8$, el preu que fixa el monopolista (si no pot discriminar) és
(a) $p = 9$
(b) $p = 2$
(c) $p = 8$
(d) res de l'anterior

6. Si un monopolista fixa una quota per a accedir al consum del bé que produeix i fixa un mateix preu per cada unitat consumida, està aplicant una discriminació de preus de
(a) 1r grau
(b) 3r grau
(c) 2n grau
(d) no és cert que estigui discriminant

7. Per a aplicar la discriminació de 3r grau
(a) cal que cada unitat produïda sigui venuda al preu més alt que algun consumidor pagaria
(b) cal aplicar descomptes per la quantitat comprada
(c) cal poder segmentar el mercat en almenys dos grups de consumidors
(d) res de l'anterior

8. Un monopolista produeix i ven 5 unitats. El seu cost fix és 25. Si el preu de cada unitat és 5,
(a) l'excedent del monopolista és zero
(b) el benefici del monopolista és zero
(c) el cost variable és necessàriament zero
(d) Res de l'anterior

9. El duopoli d'Stackelberg es diferencia del duopoli de Cournot
(a) en què un duopolista es retira del mercat
(b) en què tots dos duopolistes es col·lusionen
(c) en res, perquè el duopoli d'Stackelberg és un cas particular del duopoli de Cournot, el qual és un cas particular del duopoli d'Stackelberg
(d) res de l'anterior

10. Si una funció de demanda de mercat és lineal i decreixent, la corresponent funció d'ingrés marginal
(a) és creixent
(b) és lineal
(c) és sempre la funció de demanda
(d) no es pot calcular

11. Amb funció de demanda de mercat $q^d = 10 - p/2$, la funció d'ingrés marginal és
(a) $p = 10 - q/2$ (b) no es pot calcular
(c) $p = 20 - 2q$ (d) res de l'anterior

12. Si $CMg = 8$ és la funció de cost marginal d'un monopolista, $p = 10$ és el preu que el monopolista estableix i $q = 4$ és la quantitat intercanviada, l'excedent del monopolista
(a) és positiu
(b) és negatiu perquè $p > CMg$
(c) és zero perquè $CMg > q$
(d) no es pot calcular

13. Si tots els consumidors tenen $q^d = 18 - p$ com a funció de demanda individual i el monopolista, tenint $CMg = 6$ com a funció de cost marginal i triant p i q per a maximitzar beneficis, decideix establir una quota d'accés al consum del bé que sigui igual per a tots els consumidors, no podrà establir una quota superior a
(a) 18 (b) 12
(c) 6 (d) 0

14. L'establiment d'una tarifa doble és un exemple de discriminació
(a) de 1r grau (b) de 2n grau (c) de 3r grau
(d) una tarifa doble no representa cap tipus de discriminació de preus

15. El duopoli de Cournot és un model format
(a) per les funcions d'oferta i demanda de mercat
(b) per la funció de demanda de mercat i la funció de cost total del monopolista
(c) per la funció de demanda de mercat i les funcions de cost total dels productors (o, en el seu defecte, les de cost marginal)
(d) res de l'anterior

16. L'equilibri de Cournot és, de fet,
(a) un equilibri de Nash
(b) l'equilibri d'una multisubhasta hiperbòlica
(c) la solució del monopolista
(d) l'equilibri en desequilibri quan es reequilibra

17. *Amb funció de demanda de mercat $q^d = 10 - 2p$, l'equilibri de Cournot és*
(a) $p = 10$ *(b) $q = 20$*
(c) no es pot determinar *(d) $q_1 = q_2$*

18. *Al duopoli de Cournot, si la funció inversa de demanda de mercat és $p = 10 - q$ i la funció de cost total d'un dels duopolistes és $C(q) = 4q$, la seva funció de reacció és*
(a) $q_1 = 3 - q_2/2$ *(b) $q_1 = 3$*
(c) no es pot calcular *(d) res de l'anterior*

19. *Quina afirmació no és falsa?*
(a) La solució d'un monopoli on la funció de cost marginal és $CMg = 2$ i la funció de demanda de mercat és $Q^d = 12 - 2p$ la dóna un punt de la funció de demanda de mercat
(b) La funció de reacció d'un duopolista al duopoli de Cournot indica quina reacció ha de tenir el duopolista quan l'altre duopolista augmenta el preu
(c) Si un monopolista fixa el preu $p = 5$ per les 3 primeres unitats que es compren i $p = 2$ per les següents, un consumidor maximitzador del seu excedent i amb funció de demanda $q^d = 12 - 2p$ compraria la quantitat $q = 2$
(d) Les tres afirmacions anteriors són certes

20. *La diferència entre el cost total i el cost fix és*
(a) l'ingrés total *(b) l'ingrés marginal*
(c) el cost marginal *(d) res de les anterior*

21. *El preu de mercat al duopoli de Cournot és, en comparació amb el preu de mercat que resulta quan desapareix un dels productors,*
(a) generalment més gran
(b) generalment el mateix
(c) generalment més petit
(d) un preu que no es pot determinar

22. *La col·lusió al duopoli de Cournot per a què cada duopolista obtingui un benefici superior al que obté a l'equilibri de Cournot*
(a) és inestable
(b) porta a la solució de competència perfecta
(c) implica que la producció total és superior a la producció total que resulta de l'equilibri de Cournot
(d) és l'equilibri de Cournot

23. *Al duopoli de Cournot, si la funció inversa de demanda de mercat és $p = 10 - q$ i la funció de cost total de cada duopolista és $C(q) = 4q$, l'equilibri de Cournot és*
(a) $p = 12$ *(b) no es pot calcular*
(c) $q_1 = 2$ i $q_2 = 3$ *(d) res de l'anterior*

24. *Geomètricament, l'equilibri de Cournot és*
(a) el punt on s'intersecten les funcions de reacció dels duopolistes
(b) el punt on intersecta una funció de reacció amb un dels eixos
(c) l'àrea entre les funcions de reacció dels duopolistes
(d) el punt on s'intersecten la funció de reacció i la funció de demanda de mercat

25. *Quina afirmació no és falsa?*
(a) L'amenaça de la competència potencial pot fer que un monopolista estableixi un preu inferior al que establiria sense competència potencial
(b) Un monopolista que maximitzi beneficis sempre tria un preu i quantitat fora de la funció de demanda de mercat
(c) Un monopolista que maximitzi beneficis aplica la discriminació de 2n grau si així redueix el seu excedent
(d) Un monopolista no discriminador que maximitzi beneficis tria el nivell de producció que maximitza el seu ingrés marginal

26. *Amb funció de demanda de mercat $q^d = 10 - p$ i funció de cost marginal $CMg = 2$, l'excedent del monopolista si apliqués la discriminació de 1r grau seria*
(a) no es pot calcular *(b) zero*
(c) negatiu *(d) positiu*

27. *La funció de cost marginal és*
(a) ingrés total menys cost total
(b) la derivada de la funció de demanda
(c) la derivada de la funció de cost variable
(d) cap de les anteriors

28. *Una funció de cost total relaciona*
(a) cost de producció i producció
(b) preu i quantitat produïda
(c) ingrés marginal i cost marginal
(d) res de l'anterior

29. *La funció de cost marginal corresponent a la funció de cost total $C(q) = 10 + q + q^2$*
(a) és $CMg = 1 + 2q$ *(b) és decreixent*
(c) no es pot calcular *(d) res de l'anterior*

30. *Amb funció de demanda de mercat $q^d = 10 - p$, quin punt (p, q^d) de la funció podria correspondre a la solució d'un monopoli quan el cost fix és positiu?*
(a) (6, 4) *(b) (6, 1)*
(c) (6, 7) *(d) Res de l'anterior*

31. *Amb funció de demanda de mercat $q^d = 10 - p$ i funció de cost marginal $CMg = 2$, l'excedent del monopolista a la solució de monopoli és*
(a) positiu *(b) negatiu*
(c) Res de l'anterior *(d) No es pot calcular*

32. *Amb funció de demanda de mercat $q^d = 10 - p$ i funció de cost marginal $CMg = 2$, l'excedent del monopolista a la solució de monopoli és*
(a) 4 *(b) 8* *(c) 16* *(d) no es pot calcular*

33. *Amb funció de demanda de mercat lineal, si la funció de cost marginal constant del monopolista passa de $CMg = c$ a $CMg = 2c$, si hi ha solució amb quanitat positiva, en el pas de la primera a la segona solució de monopoli hi ha*
(a) un augment de la quantitat intercanviada
(b) un augment del preu
(c) un augment de l'excedent dels consumidors
(d) res de l'anterior

34. *Hi ha 1000 consumidors idèntics, cadascú amb funció de demanda individual $q^d = 10 - p$. Si la funció de cost marginal d'un monopolista és CMg = 2, quina quota d'accés al consum del bé segur que no fixaria el monopolista si tractés de maximitzar el seu benefici?*
(a) 7 *(b) 10*
(c) ni (a) ni (b) *(d) tant (a) com (b)*

35. *La funció de demanda d'un bé d'un consumidor és $q^d = 10 - p$. Sigui la tarifa del bé tal que el preu és p = 5 per la primera, segona o tercera unitats; p = 4 per la quarta, cinquena o sisena; i p = 1 per la setena i següents. Aleshores, el consumidor faria una despesa de*
(a) 0 *(b) no es pot calcular*
(c) 30 *(d) res de l'anterior*

36. *Un monopolista amb funció de cost marginal CMg = 2 segmenta el seu mercat en dos grups de consumidors, amb funcions de demanda $q^d_1 = 10 - p$ i $q^d_2 = 20 - 2p$. Aleshores el preu p_1 que fixaria per al primer grup i el preu p_2 per al segon satisfarien*
(a) $p_1 = 2p_2$ *(b) $p_2 = 2p_1$*
(c) $p_1 = p_2$ *(d) res de l'anterior*

37. *Al duopoli de Cournot, si la funció inversa de demanda de mercat és p = 10 – q i la funció de cost marginal d'un dels duopolistes és CMg = 2, la seva funció de reacció serà*
(a) la funció de cost marginal del rival
(b) $q_1 = 10 - p$
(c) res de l'anterior
(d) no es pot calcular

38. *Al duopoli de Cournot, la funció inversa de demanda de mercat és p = 10 – q i la funció de cost marginal de cada productor és CMg = 2. Per tant, la solució de Cournot implica que*
(a) el preu és p = 20
(b) un productor produeix el doble que l'altre
(c) tots dos productors produeixen la mateixa quantitat
(d) la producció total és inferior a la de monopoli

39. *La condició de tancament per a un monopolista que maximitza la seva funció de beneficis diu que*
(a) el monopolista ha de tancar sempre si el seu benefici és negatiu o no és prou positiu o és zero.
(b) no pot produir i vendre una quantitat q a un preu tal que l'ingrés total sigui inferior al cost variable de produir la quantitat q.
(c) l'excedent del monopolista pot ser negatiu.
(d) Res de l'anterior.

40. *Si la funció de cost marginal és CMg = 1 + q,*
(a) el cost fix és 1
(b) al funció de cost variable és la derivada de la funció de cost marginal
(c) la funció de cost total pot ser $C = 2 + q + q^2/2$
(d) Res de l'anterior

41. *A un monopoli on la funció de demanda de mercat és tal que $Q^d = 12 - 2p$,*
(a) (p, q) = (4, 4) no podria ser mai la solució de monopoli
(b) (p, q) = (4, 5) no podria ser mai la solució de monopoli
(c) existeix un valor de la constant a a la funció de cost total C = aq del monopolista que fa que (p, q) = (4, 4) sigui la solució de monopoli i existeix un altre valor d'a a la funció de cost total C = aq que fa que (p, q) = (4, 5) sigui la solució de monopoli
(d) Tot l'anterior és fals

42. *Un monopolista aplica la discriminació de 3r grau*
(a) quan ven cada unitat produïda al preu més alt que està disposat a pagar algun consumidor
(b) quan aplica una tarifa doble combinada amb una quota d'accés
(c) quan segmenta el mercat en almenys dos grups de consumidors i fixa un preu per a cada grup
(d) Res de l'anterior

43. *A un monopoli on $Q^d = 12 - p$ és la funció de demanda de mercat, el monopolista té una funció de cost marginal CMg = c < 12. Si c augmenta fins a d < 12,*
(a) la solució de monopoli no canvia
(b) la quantitat a la solució de monopoli si CMg = d és inferior a la quantitat a la solució de monopoli si CMg = c
(c) el preu a la solució de monopoli si CMg = d és inferior al preu a la solució de monopoli si CMg = c
(d) Res de l'anterior

44. *Quina afirmació no és falsa?*
(a) Atès que IMg = CMg és una condició necessària per a maximitzar beneficis quan es produeix, si un monopolista produeix i ven una quantitat q que satisfà IMq(q*) = CMq(q*) el seu benefici és màxim*
(b) A l'equilibri de Cournot els dos productors produeixen sempre la mateixa quantitat
(c) El duopoli d'Stackelberg és el model d'un monopolista que aplica una discriminació de preus de segon grau que s'enfronta a un competidor potencial
(d) Les tres afirmacions anteriors són falses

45. *Quin dels següents fets demostra inequívocament que un monopolista no està maximitzant beneficis?*
(a) Que ha segmentat el mercat
(b) Que el cost fix és superior al cost variable
(c) Que està produint una quantitat on la derivada de la funció de cost marginal és positiva
(d) Res de l'anterior