EJERCICIOS

1. ¿Qué es el riesgo moral ? ¿Y la selección adversa? Indica ejemplos de ambos fenómenos que no se hayan presentado en clase.

2. ¿Qué diferencia la señalización de la criba? ¿En relación con qué son soluciones? Indica ejemplos de señalización y de criba diferentes de los presentados en clase.

3. Por la noche, en una charca, hay 147 ranas macho. Cada uno de los machos decide si callar o si croar para atraer a una rana hembra. Las hembras no pueden observar a los machos y los seleccionan en función del tono de su canto. Por tono, los machos se agrupan en 6 categorías: 1, 2, 3, 4, 5 y 6. Las hembras prefieren a cualquier miembro de una categoría superior a cualquier miembro de una categoría inferior. De la categoría $i \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ hay $60/i$ ranas. Cada rana macho quiere maximizar la probabilidad de atraer a una rana hembra. (i) ¿Los miembros de qué categoría tienen incentivo a no permanecer callados? (ii) ¿A los miembros de qué categoría les sería indiferente croar o no? (iii) Responde a (i) i (ii) si las hembras pudiesen saber, de cada rana macho, si pertenece al conjunto de categorías $\{1, 2, 3\}$ o al conjunto $\{4, 5, 6\}$.

4. Considera el modelo en el que la educación se utiliza como señal de la productividad laboral. Sea v_A el cuádruple de $v_B > 0$, c_B el doble de c_A y c_A la mitad de v_B. (i) Explica en qué consiste un nivel de educación separador. (ii) Determina un nivel de educación separador y comprueba que este nivel induce a los trabajadores de productividad alta a alcanzarlo, pero no a los de productividad baja. (iii) ¿Qué nivel de educación escogerían los de productividad alta si las empresas considerasen que un trabajador es de productividad alta si su nivel de educación es igual o superior a 7? (iv) ¿Y si fuera igual o superior a 2? (v) Identifica un nivel de educación e^* tal que: (a) las empresas presuman que el trabajador es de productividad alta si, y sólo si, el trabajador escoge $e \geq e^*$; y (b) ningún trabajador tenga interés en alcanzarlo.

5. Analiza el modelo en el que la educación se utiliza como señal de la productividad laboral si $c_A > c_B$. En particular, determina un nivel de educación e^* tal que si el nivel e escogido por un trabajador es inferior a e^*, se le supone de productividad baja y si es igual o superior, se le supone de productividad alta.

6. Un bien se presenta en cuatro tipos de calidad, $q \in \{0, 1, 2, 3\}$. El número de unidades que se ponen a la venta de la calidad $q \in \{0, 1, 2\}$ es el doble del número de unidades que se ponen a la venta de la calidad $q + 1$. Los vendedores están dispuestos a vender cada unidad del bien de calidad q si el preu es al menos $q + 1$. Los compradores están dispuestos a comprar una unidad del bien de calidad q si el precio no es superior a $5q$. Los compradores son neutrales al riesgo. (i) Si los compradores no pueden determinar la calidad de una unidad del bien antes de comprarla y deciden sobre la base de la calidad esperada, ¿cuántas calidades del bien habrá en el mercado? (ii) ¿Y si los consumidores sólo pudieran reconocer la calidad $q = 1$? (iii) ¿Y si, en el caso (ii), los consumidores el precio de reserva de los consumidores de la calidad q fuera $2q$?

7. El problema principal-agente con riesgo moral. Un individuo (el principal P, que se asume neutral al riesgo) desea contratar a otro (el agente A, que se asume averso al riesgo) para realizar un determinado trabajo. Una vez contratado, A escoge entre dos niveles de esfuerzo: el esfuerzo alto e_a y el esfuerzo bajo $e_b < e_a$. Las unidades de esfuerzo se definen de forma que el coste $c(e)$ del esfuerzo e sea $c(e) = e$. Un esfuerzo alto puede producir dos tipos de resultados: un buen resultado $r_E{}^a$ (éxito) o un mal resultado $r_F{}^a < r_E{}^a$ (fracaso). Un esfuerzo bajo también puede producir dos tipos de resultados: un buen resultado $r_E{}^b < r_E{}^a$ o un mal resultado $r_F{}^b < r_E{}^b$. Si se aplica el esfuerzo alto, la probabilidad de que resulte $r_E{}^a$ es $\pi_E{}^a$, que es superior a la probabilidad $\pi_E{}^b$ de que resulte $r_E{}^b$. El contrato que P ofrece a A consiste en especificar el salario w que P pagará a A. P elige w con el objetivo de maximizar el resultado esperado una vez descontado el salario a pagar.

I. Supón que P puede observar el esfuerzo de A y decide lo siguiente: si $e = e_b$, entonces w =0; y si $e = e_a$, entonces $w = w_E$ si el resultado del esfuerzo alto es r_E y $w = w_F$ si el resultado del esfuerzo alto es r_F. P pretende que A realice el esfuerzo. La decisión de P se concreta en escoger (w_E, w_F) para maximizar $\pi_E{}^a\,(r_E{}^a - w_E) + (1 - \pi_E{}^a)\,(r_F{}^a - w_F)$ sujeto a la restricción de participación de A: $\pi_E{}^a[u(w_E) - e_a] + (1 - \pi_E{}^a)[u(w_F) - e_a] \geq u_0$. En esta restricción: u_0 es la utilidad que A obtiene si no acepta el contrato de P; $u' > 0$ y, como expresión de la aversión al riesgo de A, $u'' < 0$; $u(w_G) - e_a$ representa la utilidad de A si recibe el salario w_G, $G \in \{E, F\}$, y realiza el esfuerzo alto.

(i) Explica por qué la restricción de participación se cumple con igualdad en la solución del problema de decisión de P.
(ii) Construye el lagrangiano del problema de decisión de P considerando que la restricción de participación es una igualdad.
(iii) Aplica las condiciones de maximización del lagrangiano para demostrar que, si existe una solución interior, en esta solución $w_E = w_F$.
(iv) ¿Significa el resultado anterior que, si P puede observar el esfuerzo, es A quien asume el riesgo sobre el resultado del esfuerzo o es P?

II. Supón que el esfuerzo de A no es verificable: con independencia de que P pueda observar o no el esfuerzo de A, no tiene manera de demostrar ante terceros el esfuerzo que A ha realizado. En este caso, el salario no puede hacerse depender del esfuerzo. Como antes, P pretende que A realice el esfuerzo. Pero ahora la decisión de P se concreta en escoger (w_E, w_F) para

$$\text{maximizar } \pi_E{}^a\,(r_E{}^a - w_E) + (1 - \pi_E{}^a)\,(r_F{}^a - w_F)$$

sujeto a la restricción de participación

$$\pi_E{}^a[u(w_E) - e_a] + (1 - \pi_E{}^a)[u(w_F) - e_a] \geq u_0$$

y a la restricción de incentivos

$$\pi_E{}^a[u(w_E) - e_a] + (1 - \pi_E{}^a)[u(w_F) - e_a] \geq \pi_E{}^b[u(w_E) - e_b] + (1 - \pi_E{}^b)[u(w_F) - e_b].$$

(v) Explica qué significa la restricción de incentivos. ¿Por qué debe cumplirse con igualdad?

(vi) Muestra que la restricción de incentivos equivale a

$$(\pi_E^a - \pi_E^b)[u(w_E) - u(w_F)] \geq e_a - e_b.$$

(vii) Interpreta la condición anterior. Explica por qué debe cumplirse con igualdad.

(viii) Asumiendo que las dos restricciones se cumplen con igualdad, construye el langragiano del problema y utilízalo para demostrar que, en la solución, $w_E^* > w_F^*$.

(ix) Sea w^* la solución del problema en el caso I. Muestra que $w_E^* > w^* > w_F^*$. Interpreta el resultado.

8. Considera el modelo competitivo de demanda de seguros en el que cada consumidor tiene la función de utilidad $u(m) = m^{1/2}$. La probabilidad π de la pérdida para cada consumidor depende del esfuerzo en prevención e que realiza el consumidor según la función $\pi(e) = ¼ - e^2$, con $0 \leq e \leq ½$. La función $c(e) = e^2$ captura el coste para cada consumidor de realizar el esfuerzo e. Cada consumidor escoge un par (q, e) con el objetivo de maximizar su utilidad esperada $u_E = [1 - \pi(e)]u(m_1) + \pi(e)u(m_2) - c(e)$, en donde $m_1 = m - pq$, $m_2 = m - r + q(1 - p)$, $m = 100$ es la renta sin pérdida, $r = 76$ és la pérdida y p es el precio por unidad de cobertura de seguro.

(i) Determina todos los pares (q, e) que proporcionan una solución interior al problema anterior (con industria competitiva).

(ii) Haz lo mismo si $p = 2\pi(e)$, en donde e es el esfuerzo que escogen todos los consumidores.

(iii) Compara la utilidad de cada consumidor en el caso (i) con la que obtendría si $e = ½$.

(iv) Responde a (i), (ii) y (iii) si $c(e) = 2e$.