MERCADO DE SEGUROS CON SELECCIÓN ADVERSA

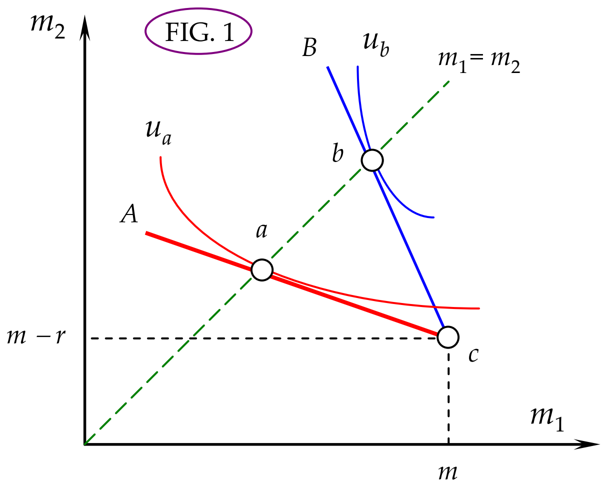
Sea un mercado de seguros competitivo en el que los individuos pueden asegurarse contra una pérdida. Los individuos son idénticos excepto por un rasgo: la proporción λ de los individuos tiene una probabilidad baja π_b de sufrir la pérdida, en tanto que la proporción $1 - \lambda$ tiene una probabilidad alta $\pi_a > \pi_b$ de sufrir la pérdida. La función de utilidad u sobre la renta es la misma para todos los individuos y satisface $u' > 0$ y $u'' < 0$.

La renta de cada individuo si no se sufre la pérdida ni se contrata el seguro es m. La pérdida, $r < m$. La variable q representa cantidad de seguro (cobertura) contratada y p es el precio (o prima) por unidad de cobertura. Las empresas ofrecen contratos del tipo (p, q). Cada contrato (p, q) puede identificarse con un punto del espacio de puntos (m_1, m_2), en donde $m_1 = m - pq$ es la renta sin pérdida (y con seguro) y $m_2 = m - r + q(1 - p)$ es la renta con pérdida (y con seguro).

• Caso 1: información completa

En este caso, las empresas pueden diferenciar a los individuos de alto riesgo de los de bajo riesgo. Puesto que el mercado es competitivo, la prima p para cada tipo de individuo será justa (p igual a la probabilidad de la pérdida correspondiente al tipo de individuo). Por tanto, el contrato ofrecido por las empresas a los individuos de alto riesgo conllevará una prima $p = \pi_a$ y el contrato ofrecido a los de bajo riesgo conllevará una prima $p = \pi_b$. Como en el caso estándar, los individuos de cada grupo demandarán cobertura completa ($q = r$), de modo que las empresas ofrecerán el contrato (π_a, r) a los individuos de alto riesgo y ofrecerán el contrato (π_b, r) a los individuos de alto riesgo.

1. ¿Interesa a un individuo de alto riesgo conseguir el contrato de un individuo de bajo riesgo? ¿Y a uno de bajo riesgo adquirir el contrato diseñado para uno de alto riesgo?



La Fig. 1 muestra el equilibrio resultante con información completa: el contrato a se ofrece a los individuos de alto riesgo y el b a los de bajo (c es la situación sin seguro).

La recta A representa el conjunto de contratos para los individuos de alto riesgo mediante los cuales las empresas obtienen un beneficio esperado igual a cero. La recta B representa el conjunto de contratos para los individuos de bajo riesgo mediante los cuales las empresas obtienen un beneficio esperado igual a cero.

En concreto, sea n_a el número de individuos del grupo de alto riesgo. Entonces el beneficio esperado de este grupo es cero si el valor esperado de la recaudación del grupo ($n_a pq$) iguala al valor esperado de los pagos al grupo ($\pi_a n_a q$). Esto es, $pq = \pi_a q$.

2. Demuestra que la condición anterior puede reescribirse como $(1 - \pi_a)m_1 + \pi_a m_2 = (1 - \pi_a)m + \pi_a(m - r)$. [Pista: haz aparecer m_1 en la definición m_2, despeja q de esa definición, despeja pq de la definición de m_1…] ¿Qué representa el lado izquierdo de la equación? ¿Y el derecho?

De manera análoga, si n_b es el número de individuos del grupo de bajo riesgo, el beneficio esperado de este grupo será cero cuando el valor esperado de la recaudación del grupo ($n_b pq$) iguale al valor esperado de los pagos al grupo ($\pi_b n_b q$). Es decir, $pq = \pi_b q$. Como en el ejercicio 2, esta condición puede reescribirse como $(1 - \pi_b)m_1 + \pi_b m_2 = (1 - \pi_b)m + \pi_b(m - r)$.

La recta A es la representación gráfica de $(1 - \pi_a)m_1 + \pi_a m_2 = (1 - \pi_a)m + \pi_a(m - r)$ i la recta B es la representación gráfica de $(1 - \pi_b)m_1 + \pi_b m_2 = (1 - \pi_b)m + \pi_b(m - r)$.

3. Demuestra que la recta B tiene que ser más vertical que la recta *A*. Explica por qué.

4. En la Fig. 1, la pendiente (en valor absoluto) de la curva de indiferencia u_b correspondiente a un individuo de bajo riesgo es mayor que la pendiente de la curva u_a. ¿Por qué? [Pista: razona qué tipo de individuo está dispuesto a sacrificar más renta m_1 (renta sin pérdida) para conseguir una unidad más de m_2 (renta con pérdida).]

• **Caso 2: información incompleta**

Supongamos ahora que la probabilidad de sufrir la pérdida es información privada: cada individuo conoce su probabilidad, pero las empresas ignoran a qué tipo pertenece un individuo dado (si al tipo de alto riesgo o al de bajo riesgo).

5. Explica por qué la solución con información completa no puede ser una solución del problema con información completa [Pista: ¿Qué escogería un individuo de bajo riesgo si se le ofrecieran los contratos *a* y *b* de la Fig. 1? ¿Y qué escogería uno de alto riesgo?]

Dado que las empresas no pueden diferenciar a un grupo de otro, tendrán en cuenta la probabilidad π de que un individuo escogido al azar tenga una pérdida. Si el número de individuos de ambos grupos es suficientemente grande, $\pi \approx (1 - \lambda)\pi_a + \lambda\pi_b$, en donde $\lambda = n_b/(n_a + n_b)$ es la proporción de individuos de bajo riesgo.

Siguiendo la misma lógica que para el caso de grupos separados, la condición de beneficio esperado cero cuando la probabilidad de la pérdida es la probabilidad ponderada π sería $(1 - \pi)m_1 + \pi m_2 = (1 - \pi)m + \pi(m - r)$.

6. Demuestra que la recta correspondiente a la ecuación anterior estaría situada entre la recta *A* y la recta *B* de la Fig. 1. Cuanto más alto sea el valor de λ, ¿a qué recta estará más cercana la nueva recta, a la recta *A* o la *B*?

Con información incompleta son concebibles dos tipos de equilibrios. En el <u>equilibrio agrupador</u>, se ofrece el mismo contrato a todos. En el <u>separador</u>, un contrato a cada tipo.

- **Caso 2a: información incompleta y equilibrio agrupador**

Comprobemos que <u>no hay ningún equilibrio agrupador</u>. Para que el contrato (p, q) constituya un equilibrio agrupador debe maximizar tanto la utilidad esperada de un individuo de riesgo alto como la de uno de riesgo bajo, en donde $p = \pi$ es la condición equivalente a la condición de prima justa, con $\pi = (1 - \lambda)\pi_a + \lambda\pi_b$. Puesto que $0 < \lambda < 1$, $\pi_b < \pi < \pi_a$. Recuperando el caso estándar, si $p > \pi_b$, los individuos de riesgo bajo demandarán una cobertura inferior a la pérdida: $q_b < r$. Simétricamente, $p < \pi_b$ implica que los individuos de alto riesgo demandarán una cobertura superior a la pérdida: $q_a > r$. Como resultado, con $p = \pi$, no hay un mismo contrato que maximice la utilidad de los individuos de ambos grupos.

De hecho, las empresas podrían discriminar a los dos tipos de individuos: si, estableciendo la prima $p = \pi$, un individuo demanda una cobertura superior a r, la empresa podrá inferir que se trata de un individuo de alto riesgo; y si demanda menos, que es de bajo riesgo. Este hecho permitiría a las empresas aplicar la solución separadora del caso con información completa, con lo que se contradice la premisa de que se busca un equilibrio agrupador.

- **Caso 2b: información incompleta y equilibrio separador**

Busquemos ahora un equilibrio consistente en un par de contratos (π_a, q_a) y (π_b, q_b) tales que:

(i) (π_a, q_a) maximiza la utilidad esperada de cada individuo de riesgo alto;
(ii) (π_b, q_b) maximiza la utilitad esperada de cada individuo de riesgo bajo; y
(iii) condición de autoselección (o de compatibilidad con los incentivos): ningún individuo de riesgo alto debe tener incentivo a escoger el contrato diseñado para los de riesgo bajo y ningún individuo de riesgo bajo debe tener incentivo a escoger el contrato diseñado para los de riesgo alto.

(Los contratos ya incorporan la condición de prima justa: la prima para los de riesgo alto es π_a y la prima para los de riesgo bajo es π_b).

Formalmente, sea $U_a(p, q) = (1 - \pi_a)u(m_1) + \pi_a u(m_2)$ la utilidad esperada de un individuo de riesgo alto cuando adquiere el contrato (p, q), con $m_1 = m - pq$ y $m_2 = m - r + q(1 - p)$. De manera análoga, $U_b(p, q) = (1 - \pi_b)u(m_1) + \pi_b u(m_2)$ es la utilidad esperada de un individuo de riesgo bajo cuando adquiere el contrato (p, q). El par de contratos (π_a, q_a) y (π_b, q_b) satisfacen la condición de autoselección si $U_a(\pi_a, q_a) \geq U_a(\pi_b, q_b)$ y $U_b(\pi_b, q_b) \geq U_b(\pi_a, q_a)$.

7. Si el par (π_a, q_a) y (π_b, q_b) constituye un equilibrio separador, debe tenerse $U_b(\pi_b, q_b) > U_b(\pi_a, q_a)$. ¿Por qué? [Pista: lee tres párrafos más y razona geométricamente (Fig.1).]

El contrato (π_a, q_a) debe maximizar $U_a(\pi_a, q)$. Para valores $q < r$, $U_a(\pi_a, q)$ crece con q.

8. Demuestra que, para valores $q < r$, $U_a(\pi_a, q)$ crece con q: mientras la cobertura sea inferior a la pérdida, el individuo aumenta su utilidad esperada incrementando su cobertura. [Pista: toma la derivada de $U_a(\pi_a, q)$ respecto de q y determina su valor cuando $q < r$.]

Por tanto, como en el caso estándar, si a un individuo se le ofrece asegurarse con la prima justa (para su tipo) $p = \pi_a$, el individuo escoge cobertura plena: $q_a = r$.

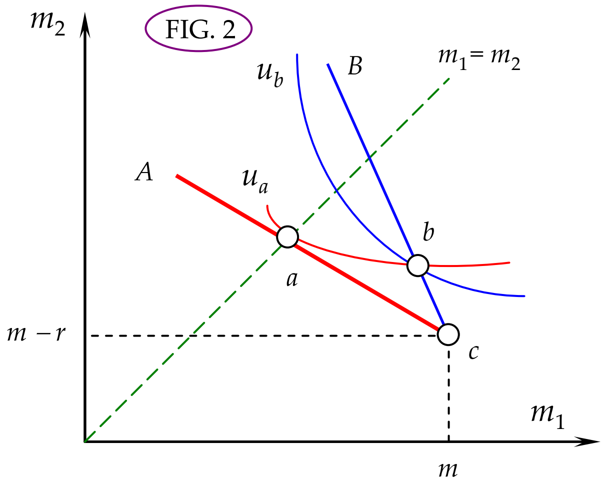
Para inducir a los individuos de alto riesgo a escoger su contrato (π_a, r), el contrato (π_b, q_b) para los individuos de riesgo bajo no tiene que ser atractivo para los de riesgo alto. Esto implica que $q_b < r$: si se ofreciera el contrato (π_b, r), los de riesgo alto lo preferirían al diseñado para ellos (π_a, r).

9. ¿Por qué un individuo de riesgo alto prefiere (π_b, r) a (π_a, r)?

En suma, (π_b, q_b) tiene que maximizar $U_b(\pi_b, q)$ sujeto a $U_a(\pi_a, r) \geq U_a(\pi_b, q_b)$ y $q_b < r$.

10. Explica por qué la desigualdad $U_a(\pi_a, r) \geq U_a(\pi_b, q_b)$ tiene que cumplirse con igualdad: $U_a(\pi_a, r) = U_a(\pi_b, q_b)$.

FIG. 2

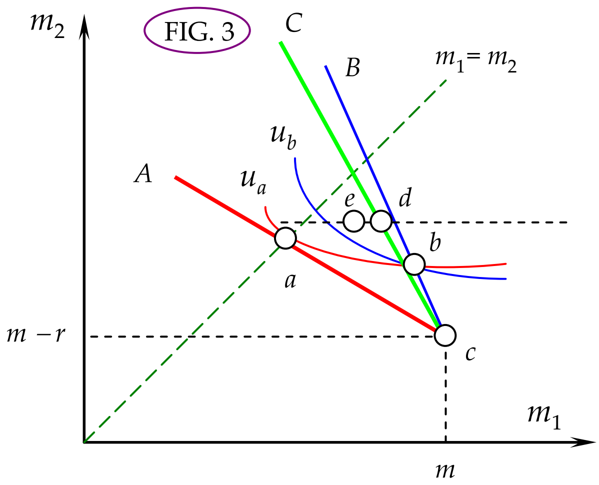


La Fig. 2 muestra la solución separadora: el contrato para los de riesgo alto les lleva a a; y aquél para los de riesgo bajo, a b.

¿Cómo se llega a que b represente el contrato para los de riesgo bajo? Ya se ha justificado que a representa el contrato para los de riesgo alto: cobertura plena es sinónimo de $m_1 = m_2$ con prima justa. La condición de prima justa para los de riesgo bajo significa que hay que buscar la solución para este grupo a lo largo de la recta B. La condición de incentivos para el grupo de riesgo alto $U_a(\pi_a, r) \geq U_a(\pi_b, q_b)$ restringe la búsqueda a puntos que no estén por encima de b, que es el punto en el que se intersectan la recta B (de beneficio esperado cero para el grupo de bajo riesgo) y la curva de indiferencia del individuo representativo del grupo de alto riesgo correspondiente a la solución a para este grupo. El ejercicio 10 pide explicar el motivo por el cual la solución buscada no puede estar por debajo de b. Así, si la solución no puede estar por encima de b ni por debajo, debe ser b (de existir tal solución).

11. Comparando la solución con información completa de la Fig. 1 con la solución con información incompleta de la Fig. 2, ¿puede decirse que haya algún grupo que pierda con el hecho de que las empresas no puedan segmentar el mercado en dos grupos de riesgo?

¿Está garantizada la existencia de un equilibrio separador? La respuesta es que no. La Fig. 3 ilustra el porqué: la proporción λ es demasiado alta (pero inferior a 1). Es decir, si la proporción n_a/n_b es suficientemenete baja, <u>el mercado no tendrá ningún equilibrio</u> (la selección adversa habrá liquidado el mercado). Puede también argumentarse que con n_a/n_b suficientemenete pequeña, el equilibrio de mercado no es Pareto eficiente incluso existiendo.



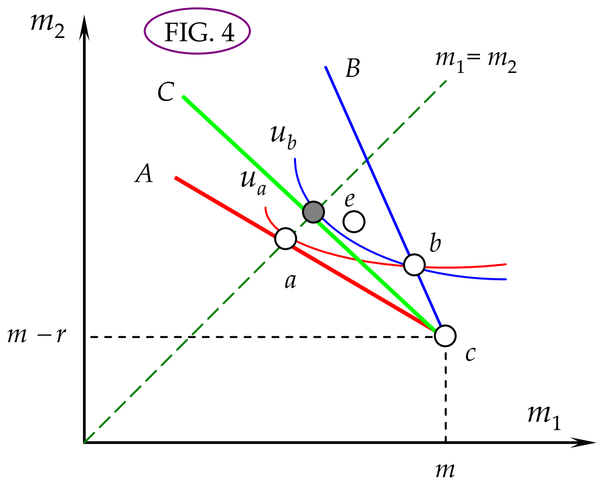
Limitémonos a comprobar por qué la Fig. 3 muestra una situación en la que no hay equilibrio de mercado, en donde C es la recta que establece el beneficio esperado cero con prima $\pi = (1-\lambda)\pi_a + \lambda\pi_b$.

Por lo argumentado anteriormente, el par (a, b) es el único candidato a equilibrio. Mostremos que el contrato que conduce al punto e es preferido por individuos y empresas al par (a, b).

En primer lugar, dado que e está por encima de la curva de indiferencia que pasa por a, los individuos de riesgo alto prefieren e a a. De manera similar, el hecho que e esté por encima de la curva de indiferencia que pasa por b, los individuos de riesgo bajo prefieren e a b. Por último, con el par de contratos (a, b), las empresas tienen un beneficio esperado de cero, mientras que ofreciendo e el beneficio esperado es positivo. Conclusión: el par (a, b) no define un equilibrio.

12. ¿Qué implica para el valor λ que la recta C en la Fig. 3 esté tan cerca de la recta B?

13. ¿Por qué el beneficio esperado de las empresas es positivo en e? [Pista: compara e y d. El punto d representa beneficio esperado cero. Los puntos e y d tienen asociado el mismo valor de m_2. ¿Qué significa esto? En cambio, e tiene asociado un valor de m_1 inferior que d.]



A medida que la recta C desciende, aproximándose a la recta A, hay menos candidatos a hacer de punto e. Por ello, la reducción de λ permite eventualmente alcanzar un estado en el que el mercado posee un equilibrio. La Fig. 4 muestra el valor más alto de λ (implícito en la recta C que es tangente a la curva de indiferencia de los individuos de riesgo bajo que pasa por b) para el que existe equilibrio.

14. (Donald Campbell) Sea $u(m) = ln(1+m)$, $m = 12$, $r = 8$, $\pi_a = ½$ y $\pi_b = ¼$. (i) Determina los contratos de equilibrio con información completa. [$(m_1^a, m_2^a) = (8, 8)$ y $(m_1^b, m_2^b) = (10, 10)$] (ii) Obtén los contratos de equilibrio con información incompleta. [$(m_1^a, m_2^a) = (8, 8)$ y $(m_1^b, m_2^b) = (11'51, 5'47)$] (iii) Muestra que ambos tipos de individuo prefieren $(m_1, m_2) = (9'8, 9'8)$ al par (m_1, m_2) que obtienen en (ii). (iv) Considera la recta C que pasaría por (9'8, 9'8) y verifica que, para esa recta, $\pi = 0'275$, donde π es la probabilidad de pérdida ponderada por el peso de cada grupo. Establece la condición que debe cumplir la proporción n_a/n_b para que (9'8, 9'8) impida que lo hallado en (ii) sea equilibrio. [Resultado: $n_a/n_b \leq 1/9$.]