Equilibri correlacionat

Una de semàfors

Dos conductors s'apropen simultàniament a una cruïlla des de direccions perpendiculars i han de decidir si aturar-se (estratègia *A* del jugador 1 i estratègia *a* del jugador 2) o continuar circulant (*C* i *c*). El joc J1 de la Fig. 1, tret d'Owen (1995, p. 182), representa aquesta situació.

		2	
		a	*c*
1	*A*	–1 –1	0 5
	C	5 0	–10 –10

Fig. 1. El joc d'aturar-se o continuar circulant

Q1. Interpreta quines preferències sobre els resultats del joc expressen els pagaments del joc J1.

J1 té tres equilibris de Nash: [*A*, *c*], [*C*, *a*] i [*A*, *a*] = [$\frac{5}{8}$, $\frac{5}{8}$].

Q2. Comprova que els anteriors són els equilibris de Nash de J1 i indica quins són els pagaments dels jugadors en l'equilibri amb estratègies mixtes.

A l'equilibri amb estratègies mixtes tots dos jugadors obtenen pagaments negatius. Això fa més atractiu per als jugadors la selecció d'algun dels equilibris amb estratègies pures. El problema és quin dels dos se selecciona, això és, qui ha de cedir el pas a l'altre. De fet, cada conductor podria preguntar-se per què ha de ser ell i no l'altre qui s'hagi d'aturar. La noció d'equilibri correlacionat proporciona una solució a aquest problema.

Instruments de correlació

La idea d'equilibri correlacionat presumeix que els jugadors d'un joc disposen d'instruments de comunicació o d'elements que els permeten compartir informació. L'equilibri correlacionat és el resultat d'emprar aquests instruments o elements per a coordinar les decisions dels jugadors.

Per exemple, al joc J1, un semàfor seria un instrument de coordinació de les decisions, ja que indicaria a cada jugador si aturar-se o continuar. En concret, suposem que el semàfor té un detector de proximitat que, en situacions com les del joc J1, fa el següent: (i) amb probabilitat $\frac{2}{5}$, encén la llum vermella al jugador 1 i la llum verda al jugador 2; i (ii) amb probabilitat $\frac{3}{5}$, encén la llum vermella al jugador 2 i la llum verda al jugador 1 (la diferència de probabilitat reflectint la idea que la via per on circula el jugador 1 és més important, o té més trànsit, que la via per on circula el jugador 2). Si els jugadors respecten les indicacions del semàfor, el resultat és que les seves estratègies es trien coordinadament: amb probabilitat $\frac{2}{5}$, es juga la jugada [*A*, *c*] i, amb probabilitat $\frac{3}{5}$, es tria la jugada [*C*, *a*]. Això significa que els jugadors no trien estratègies mixtes (que són probabilísticament independents) sinó estratègies correlacionades (que no es poden implementar sense afegir al joc algun mediador, com ara el semàfor).

Diferència entre estratègies mixtes i correlacionades

Suposem que els conductors respecten les instruccions del semàfor: un conductor s'atura si veu llum vermella i continua si veu llum verda. En tal cas, el semàfor genera la distribució de probabilitats sobre jugades que mostra la Fig. 2.

		2	
		a	*c*
1	*A*	0	2 / 5
	C	3 / 5	0

Fig. 2. Distribució de probabilitats sobre les jugades que indueix el semàfor

Q3. Per què la probabilitat de la jugada [*A*, *a*] és zero? Què vol dir?

La distribució de probabilitats de la Fig. 2 no es pot generar jugant estratègies mixtes. Per a comprovar-ho, suposem que 1 juga l'estratègia *A* amb probabilitat p_A i 2 juga l'estratègia *a* amb probabilitat p_a. Per tal que [*A*, *c*] es jugui amb probabilitat $\tfrac{2}{5}$, cal que $p_A \cdot (1 - p_a) = \tfrac{2}{5}$. Això implica que $p_A > 0$. D'altra banda, per tal que [*C*, *a*] es jugui amb probabilitat $\tfrac{3}{5}$, cal que $(1 - p_A) \cdot p_a = \tfrac{3}{5}$. En conseqüència, $p_a > 0$. Com a resultat, $p_A > 0$ i $p_a > 0$ impliquen que la jugada [*A*, *a*] es juga amb probabilitat positiva, fet incompatible amb les probabilitats de la Fig. 2.

Les jugades obtingudes triant estratègies mixtes són un cas particular (degenerat) de les jugades obtingudes mitjançant estratègies correlacionades. De fet, les jugades resultants d'estratègies mixtes són elements del conjunt $\prod_{i \in N} \Delta(S_i)$ en tant que les jugades resultants d'estratègies correlacionades són elements del conjunt $\Delta(\prod_{i \in N} S_i)$, on, per a tot conjunt finit F, $\Delta(F)$ designa el conjunt de distribucions de probabilitat sobre F. Al primer cas (estratègies mixtes), el jugadors randomitzen (cadascú pel seu compte) i després s'apleguen les seves estratègies per a determinar les jugades. Al segon cas, primer es determinen les jugades (en estratègies pures) i després es randomitza sobre les jugades. La Fig. 2 mostra un exemple d'aquesta randomització sobre jugades.

Q4. Al mateix tipus de matriu que la Fig. 2, indica una distribució de probabilitat sobre jugades que es pugui obtenir mitjançant estratègies mixtes (on al menys un jugador randomitza).

Equilibri correlacionat

Una qüestió que planteja l'existència del semàfor és si els jugadors tenen incentiu a respectar les instruccions que dóna el semàfor. Si fos així, ($\tfrac{2}{5}\cdot$[*A*, *c*], $\tfrac{3}{5}\cdot$[*C*, *a*]), la recomanació que implícitament fa el semàfor, constituiria el que s'anomena un equilibri correlacionat.

Considerem el jugador 1. Hi ha dos casos. Cas 1: 1 veu la llum verda. En tal cas, 1 sap que el jugador 2 està veient llum vermella i sap que, per tant, el jugador 2 s'atura. Atès que 2 tria *a*, el millor per a 1 és triar *C*. Així que, 1 té incentiu a fer el que li suggereix el semàfor quan li mostra llum verda: continuar. Cas 2: 1 veu la llum vermella. Ara 1 sap que el jugador 2 està veient llum verda, fet que significa que el jugador 2 no s'atura i tria c. Donat c, el millor per a 1 és triar A. Com a resultat, 1 torna a tenir incentiu a fer el que li suggereix el semàfor quan li mostra llum vermella: aturar-se. La conclusió és que el jugador 1 maximitza el seu pagament esperat obeint les recomanacions implícites que fa el semàfor, assumint que el jugador 2 també les obeeix. Atès que el mateix succeeix per al jugador 2, ($\frac{2}{5}\cdot[A, c]$, $\frac{3}{5}\cdot[C, a]$) és un equilibri correlacionat.

Q5. Comprova que el jugador 2 maximitza el seu pagament esperat obeint les instruccions del semàfor quan s'assumeix que el jugador 1 també les obeeix.

Semàfors perversos

Imaginem que algú manipula el semàfor per a què hi hagi una certa probabilitat de provocar un accident donant llum verda a tots dos conductors. En concret, el semàfor mostra: (i) amb probabilitat 0'3, llum vermella a 1 i, simultàniament, llum verda a 2; (ii) amb probabilitat 0'6, llum vermella a 2 i, simultàniament, llum verda a 1; i (iii) llum verda alhora a tots dos amb probabilitat 0'1. Si els conductors decideixen d'acord amb el que ordena el semàfor (aturar-se amb llum vermella i continuar amb llum verda), el funcionament del semàfor indueix la distribució de probabilitat (0'3·[A, c], 0'6·[C, a], 0'1·[C, c]). Aquesta distribució de probabilitat sobre jugades també és un equilibri correlacionat (assumint que tothom sap com funciona el semàfor, això és, quins senyals i amb quines probabilitats es transmeten als conductors).

Per a comprovar-ho, considerem el jugador 1 i suposem que 1 creu que 2 segueix les ordres del semàfor. Atès que el semàfor mai no mostra llum vermella a tots dos, la jugada [A, a] té probabilitat 0. Per tant, si el jugador 1 veu la llum vermella, sap que el jugador 2 ha d'estar veient la llum verda. En tal cas, 2 tria c i el millor per al jugador 1 és triar A, això és, obeir l'ordre del semàfor.

Si 1 veu llum verda no pot deduir si 2 la veu verda o vermella. Però 1 pot calcular la probabilitat condicionada que 2 vegi la llum verda o vermella quan 1 l'està veient verda. Atès que 1 la veu verda, la probabilitat 0'3 associada al cas en què la veu vermella és irrellevant. Per tant, la probabilitat que 2 vegi la llum vermella, condicionada al fet que 1 la veu verda, és 0'6/(0'6 + 0'1) = $\frac{6}{7}$. De manera anàloga, 0'1/(0'6 + 0'1) = $\frac{1}{7}$ és la probabilitat que 2 vegi la llum verda, condicionada al fet que 1 la veu verda. Atès que s'està assumint que 2 respecta les ordres del semàfor, la probabilitat que 2 s'aturi és $\frac{6}{7}$ (la mateixa de veure la llum vermella) i la probabilitat que 2 s'aturi és $\frac{1}{7}$ (la probabilitat de veure la llum verda). Donades aquestes probabilitats, si 1 tria A i s'atura el seu pagament esperat és $-1\cdot\frac{6}{7} + 0\cdot\frac{1}{7} = -\frac{6}{7}$; i si 1 tria C i continua el seu pagament esperat és $5\cdot\frac{6}{7} - 10\cdot\frac{1}{7} = 20\cdot\frac{1}{7}$. En resum, a 1 encara li surt a compte triar C (i continuar) quan el semàfor li mostra la llum verda.

Q6. Comprova que el jugador 2 maximitza el seu pagament esperat obeint les instruccions del semàfor quan s'assumeix que el jugador 1 també les obeeix.

Q7. Mantenint a zero la probabilitat que el semàfor mostri la llum vermella a tots dos conductors, indica probabilitats positives per a les altres tres possibilitats que facin que el resultat no sigui un equilibri correlacionat i justifica perquè no l'és.

Definició d'equilibri correlacionat

Un equilibri correlacionat d'un joc simultani $(N, (S_i)_{i\in N}, (u_i)_{i\in N})$ és una distribució de probabilitat π sobre el conjunt $S = \prod_{i\in N} S_i$ de jugades (amb estratègies pures) del joc tal que

$$\forall i \in N \quad \forall s_i \in S_i \quad \forall s_i' \in S_i \qquad \sum_{s_{-i}\in S_{-i}} \pi(s_i, s_{-i})\, u_i(s_i, s_{-i}) \geq \sum_{s_{-i}\in S_{-i}} \pi(s_i, s_{-i})\, u_i(s_i', s_{-i}),$$

on (s_i', s_{-i}) és la jugada on el jugador i tria l'estratègia s_i' i la resta de jugadors trien les estratègies s_{-i}.

La desigualtat anterior diu que <u>cap jugador no pot incrementar el seu pagament esperat fent servir una estratègia no recomanada s_i' quan l'estratègia recomanada és s_i</u>. La desigualtat expressa el conjunt de condicions que les estratègies correlacionades recomanades per un mediador han de satisfer per a què tots els jugadors obeeixin les recomanacions.

Per al joc J1 de la Fig. 1, una distribució de probabilitat π sobre el conjunt de jugades $\{(A, a), (A, c), (C, a), (C, c)\}$ és un equilibri correlacionat si, i només si, se satisfan simultàniament les següents condicions.

(i) Per al jugador 1, triar A quan es recomana A és millor que triar C
$-1 \cdot \pi(A, a) + 0 \cdot \pi(A, c) \geq 5 \cdot \pi(A, a) - 10 \cdot \pi(A, c)$

(ii) Per al jugador 1, triar C quan es recomana C és millor que triar A
$5 \cdot \pi(C, a) - 10 \cdot \pi(C, c) \geq -1 \cdot \pi(C, a) + 0 \cdot \pi(C, c)$

(iii) Per al jugador 2, triar a quan es recomana a és millor que triar c
$-1 \cdot \pi(A, a) + 0 \cdot \pi(C, a) \geq 5 \cdot \pi(A, a) - 10 \cdot \pi(C, a)$

(iv) Per al jugador 2, triar c quan es recomana c és millor que triar a
$5 \cdot \pi(A, c) - 10 \cdot \pi(C, c) \geq -1 \cdot \pi(A, c) + 0 \cdot \pi(C, c)$

Definint $\pi_{11} = \pi(A, a)$, $\pi_{12} = \pi(A, c)$, etc. (com s'indica a la Fig. 3), les desigualtats anteriors esdevindrien:

(1) $-1 \cdot \pi_{11} + 0 \cdot \pi_{12} \geq 5 \cdot \pi_{11} - 10 \cdot \pi_{12}$ o, equivalentment, $-6\,\pi_{11} + 10\,\pi_{12} \geq 0$;
(2) $5 \cdot \pi_{21} - 10 \cdot \pi_{22} \geq -1 \cdot \pi_{21} + 0 \cdot \pi_{22}$ o, equivalentment, $6\,\pi_{21} - 10\,\pi_{22} \geq 0$;
(3) $-1 \cdot \pi_{11} + 0 \cdot \pi_{21} \geq 5 \cdot \pi_{11} - 10 \cdot \pi_{21}$ o, equivalentment, $-6\,\pi_{11} + 10\,\pi_{21} \geq 0$;
(4) $5 \cdot \pi_{12} - 10 \cdot \pi_{22} \geq -1 \cdot \pi_{12} + 0 \cdot \pi_{22}$ o, equivalentment, $6\,\pi_{12} - 10\,\pi_{22} \geq 0$.

		2	
		a	c
1	A	π_{11}	π_{12}
	C	π_{21}	π_{22}

Fig. 3. Distribució de probabilitat sobre les jugades

Q8. Comprova que els dos equilibris correlacionats identificats prèviament satisfan les desigualtats (1), (2), (3) i (4).

Q9. Quines de les següents distribucions de probabilitat sobre les jugades del joc de la Fig. 1 (seguint la convenció de la Fig. 3) són equilibris correlacionats?

Cas	π_{11}	π_{12}	π_{21}	π_{22}
1	0	0'5	0'5	0
2	0	0'3	0'7	0
3	0'2	0'3	0'4	0'1
4	0	0'3	0'5	0'2
5	0	0	1	0
6	0'25	0'25	0'25	0'25

Q10. A la Fig. 3, sigui $\pi_{11} = \frac{1}{2}$, $\pi_{12} = \frac{1}{6}$, $\pi_{21} = \frac{1}{12}$ i $\pi_{22} = \frac{1}{4}$. Pot obtenir-se aquesta distribució de probabilitat mitjançant estratègies mixtes?

Sobre la informació que reben els jugadors

Quan la distribució de probabilitat sobre jugades només involucra equilibris de Nash (amb estratègies pures), no hi ha cap problema que tots els jugadors estiguin plenament informats de tot. La raó és que en tot moment es recomana jugar un equilibri de Nash, del qual, per definició, cap jugador no té incentiu a desviar-se. Això passa, per exemple, en el cas del primer equilibri correlacionat presentat, ($\frac{2}{5}$·[*A*, *c*], $\frac{3}{5}$·[*C*, *a*]).

Però quan s'assigna probabilitat positiva a una jugada que no és equilibri de Nash cal donar informació diferent a algun jugador. Per exemple, al segon equilibri correlacionat (0'3·[*A*, *c*], 0'6·[*C*, *a*], 0'1·[*C*, *c*]), el jugador 1 no hauria de saber quan el semàfor mostra llum verda a tots dos conductors, perquè si sabés que aquest és el cas, s'estimaria més aturar-se: si no s'atura el pagament d'1 (suposant que 2 segueix la recomanació de continuar suggerida per la llum verda) és –10; i si s'atura, el pagament d'1 és 0. D'això se'n dedueix que si 1 sapigués quan el semàfor mostra la llum verda a tothom, 1 no estaria disposat a obeir la recomanació de continuar lligada a la llum verda.

Aquesta observació fa que l'especificació d'un equilibri correlacionat requereixi ampliar la descripció del joc simultani amb una descripció del que saben i no saben els jugadors. El següent exemple il·lustra com es faria aquesta ampliació.

		2	
		c	*d*
1	*a*	5 1	0 0
	b	4 4	1 5

Fig. 4. Un joc de Robert Aumann, http://en.wikipedia.org/wiki/Robert_Aumann

El concepte d'equilibri correlacionat es deu a Robert Aumann (Premi Nobel d'Economia del 2005, http://nobelprize.org/nobel_prizes/economics/laureates/2005/index.html). Aumann (1974) va fer servir el joc J4 de la Fig. 4 per a motivar aquest concepte. Al joc J4, els equilibris de Nash (amb estratègies pures) són [*a*, *c*] i [*b*, *d*]. El joc J4 té un tercer equilibri, que requereix randomització i proporciona un pagament esperat a cada jugador de 2'5. Existeix un equilibri correlacionat que resulta de jugar amb probabilitat ½ cadascun dels dos equilibris amb estratègies pures: (½[*a*, *c*], ½[*b*, *d*]). El pagament esperat de cada jugador en aquest cas és de 3. Hi ha alguna manera d'aconseguir, mitjançant equilibris correlacionats, un pagament encara més alt per a tothom? Sí: l'equilibri correlacionat (⅓[*a*, *c*], ⅓[*b*, *c*], ⅓[*b*, *d*]) proporciona un pagament esperat de 3⅓.

Per a implementar aquest equilibri cal algun instrument que envïi els senyals apropiats a cada jugador, distribuint adequadament la informació entre els jugadors. Al cas de l'equilibri correlacionat (½[*a*, *c*], ½[*b*, *d*]) n'hi ha prou amb emprar una moneda: un dels jugadors llença una moneda i si surt cara es juga [*a*, *c*] i si surt creu es juga [*b*, *d*]. O es mira el rellotge i si és un minut parell es juga un equilibri i si és un minut senar es juga l'altre. Amb aquest equilibri no és necessari que els jugadors tinguin informació diferencial. Però al cas de l'equilibri correlacionat (⅓[*a*, *c*], ⅓[*b*, *c*], ⅓[*b*, *d*]) els jugadors no haurien saber quan es tria la jugada [*b*, *c*], ja què [*b*, *c*] no és un equilibri de Nash i, per tant, no la jugarien si fossin recomanats de jugar-la.

Un possible giny de correlació per a implementar (⅓[*a*, *c*], ⅓[*b*, *c*], ⅓[*b*, *d*]) es troba en un de tres possibles estats, ω_1, ω_2 i ω_3. Cada estat ocorre amb probabilitat ⅓. Per exemple, el giny podria ser un dau i els estats es definirien en funció dels punts que mostra la cara superior quan el dau es llença: ω_1 = {1 punt, 2 punts}, ω_2 = {3 punts, 4 punts} i ω_3 = {5 punts, 6 punts}.

Quan el giny es troba en l'estat ω_1, el jugador 1 ho sap. Per contra, 1 no pot distingir els estats ω_2 i ω_3. Al cas del dau, si surten 1 o 2 punts, el jugador 1 és informat d'aquest resultat, però si no surten 1 o 2 punts, el jugador 1 només és informat que el nombre de punts que ha sortit és 3, 4, 5 o 6. En relació amb el jugador 2, quan el giny es troba en l'estat ω_3, el jugador 2 ho sap; i quan el giny no es troba en l'estat ω_3, l'únic que sap 2 és que es troba en l'estat ω_1 o ω_2, però no en quin dels dos.

Finalment, les recomanacions que fa el giny són les següents. A l'estat ω_1, es juga [*a*, *c*] al joc J4; al ω_2, es juga [*b*, *c*]; i al ω_3, es juga [*b*, *d*]. Aquestes recomanacions són consistents amb el que saben els jugadors, perquè <u>cada jugador és recomanat la mateixa estratègia a tots els estats que no pot distingir</u>. Per exemple, si el giny recomanés al jugador 1 triar *a* a l'estat ω_2 i triar *b* a l'estat ω_3, 1 podria distingir aquests dos estats, la qual cosa contradiu la hipòtesi inicial que diu que no pot: senzillament, si el giny li diu de triar *a*, 1 sabria que el giny es troba a l'estat ω_2; i si li diu de triar *b*, sabria que es troba a ω_3. Per a evitar que la recomanació del giny faciliti informació indeguda al jugador 1, la recomanació del giny ha de ser la mateixa als estats ω_2 i ω_3 que són indistingibles per al jugador 1. El mateix succeeix per al jugador 2 en relació als estats ω_1 i ω_2.

En aquestes condicions, (⅓[*a*, *c*], ⅓[*b*, *c*], ⅓[*b*, *d*]) és un equilibri correlacionat. Comprovem-ho al cas del jugador 1. Si 1 observa ω_1, 1 sap que 2 observa {ω_1, ω_2}, en la mesura que 1 sap que 2 no pot distingir entre els estats ω_1 i ω_2. Per tant, 1 sap que (segons dicta el giny) 2 tria *c*. Donat això, el millor per a 1 és triar *a*, que és justament la recomanació del giny.

Si 1 no observa ω_1, 1 sap que té lloc ω_2 o ω_3. Si l'estat del giny és ω_2, 1 sap que 2 jugarà *c* i si l'estat del giny és ω_3, 1 sap que 2 jugarà *d*. Però com la probabilitat de tant l'estat ω_2 com la del ω_3 és ⅓ i com se sap que està succeint un dels dos, la probabilitat de l'estat ω_2 és ½ (valor obtingut de dividir la probabilitat ⅓ de ω_2 per la suma ⅓ + ⅓ de les probabilitats dels estats ω_2 i ω_3). Com a resultat, si 1 no observa ω_1, 1 espera que 2 jugui *c* i *d* amb probabilitat ½. En aquest cas, 1 és indiferent entre escollir *a* o *b* (pagament esperat de 2'5 en els dos casos) i, conseqüentment, 1 no té incentiu a no respectar la recomanació del giny de triar *b*.

Q11. Comprova que el jugador 2 no té incentiu a saltar-se les recomanacions que fa el giny.

Q12. Considera el joc de la Fig. 1. (i) Si el semàfor és el giny de correlació, indica quins són els estats en què es pot trobar el semàfor. (ii) Per a l'equilibri correlacionat (0'3·[*A*, *c*], 0'6·[*C*, *a*], 0'1·[*C*, *c*]), assenyala quins estats del semàfor pot i no pot identificar cada jugador i indica quina és la recomanació que fa el semàfor a cada estat.

Quina importància té que el jugador 1 no distingeixi entre els estats ω_2 o ω_3? Molta: si pogués distingir-los, sabria a l'estat ω_2 que el giny recomana al jugador 2 triar *c*, cas en què per al jugador 1 seria millor triar *a*, elecció contrària al que dicta el giny a l'estat ω_2. Per tant, si 1 sapigués sempre l'estat en què es troba el giny, no es podria sostenir (⅓[*a*, *c*], ⅓[*b*, *c*], ⅓[*b*, *d*]) com a equilibri correlacionat.

Aquest exemple il·lustra la idea que, <u>en ocasions, pot ser beneficiós ser ignorant</u> (no disposar de tota la informació): si 1 no ignora mai l'estat del giny, no serà possible sostenir com a equilibri correlacionat una distribució de probabilitat que assigni probabilitat positiva a la jugada [*b*, *c*], la qual cosa redueix el pagament que pot obtenir 1 de la correlació.

Comparants els jocs J1 i J4, val la pena destacar que els jugadors estan interessats en jugar una jugada que no és equilibri de Nash a J4 com a part d'un equilibri correlacionat (la jugada [*b*, *c*] de la qual tots dos obtenen pagaments alts), però que no estan interessats a jugar la jugada [*C*, *c*] del joc J1, que tampoc no és equilibri de Nash, perquè amb aquesta jugada els pagaments són els pitjors possibles. Per tant, <u>la utilitat dels equilibris correlacionats rau en poder aprofitar els pagaments més alts possibles i el giny de correlació es dissenya per a què sigui racional per als jugadors jugar jugades que no són equilibris de Nash</u>.

Propietat fonamental dels equilibris correlacionats
Tot joc simultani té almenys un equilibri correlacionat.

El resultat anterior és trivial sabent que <u>tot equilibri de Nash és un equilibri correlacionat</u> i que tot joc simultani té almenys un equilibri de Nash. L'avantatge dels equilibris de Nash en relació amb la resta d'equilibris correlacionats és que per a jugar un equilibri de Nash no cal cap instrument de correlació, ja que el concepte d'equilibri de Nash es fonamenta en la idea que la randomització dels jugadors és independent, no correlacionada.

Q13. Troba 2 equilibris correlacionats (que no siguin equilibris de Nash) a cadascun dels següents jocs. A cada cas, identifica un giny de correlació que sostingui l'equilibri correlacionat, especificant els possibles estats del giny, el coneixement de cada jugador sobre l'estat en què es troba el giny i la recomanació que aquest fa als jugadors a cada estat.

		2	
		c	*d*
1	*a*	4 4	1 3
	b	3 1	2 2

		2	
		c	*d*
1	*a*	1 1	0 2
	b	2 0	0 0

Q14. L'únic equilibri de Nash del següent joc amb 3 jugadors és [*b*, *c*, *e*]. Considera el següent instrument de correlació. Una moneda es llença davant els jugadors 1 i 2. Si surt cara, es recomana a 1 que jugui *a* i a 2 que jugui *c*. Si surt creu, es recomana a 1 que jugui *b* i a 2 que jugui *d*. A 3 sempre se li recomana triar *f*. (i) Per què tot plegat constitueix un equilibri correlacionat? (ii) Quins són els pagaments que obtenen els jugadors? (iii) Estaria el jugador 3 interessat en conèixer el resultats del llençament de la moneda? Per què?

		2							
		c	*d*		*c*	*d*		*c*	*d*
1	*a*	0 1 3	0 0 0	*a*	2 2 2	0 0 0	*a*	0 1 0	0 0 0
	b	1 1 1	1 0 0	*b*	2 2 0	2 2 2	*b*	1 1 0	1 0 3
		e			*f*			*g*	
					3				

Q15. Hi ha algun joc simultani que tingui només un equilibri correlacionat (i on, per tant, hi hagi tants equilibris de Nash com equilibris correlacionats)?

Bibliografia

- Aumann, Robert (1974): "Subjectivity and correlation in randomized strategies", *Journal of Mathematical Economics* 1, 67–96.
  http://www.elsevier.com/wps/find/journaldescription.cws_home/505577/description
- Fudenberg, Drew i Tirole, Jean (1991): *Game Theory*. The MIT Press, Cambridge, Massachusetts, pp. 53–59.
  [658.012 Fud]
- Myerson, Roger B. (1991): *Game Theory. Analysis of Conflict*. Harvard University Press: Cambridge, Massachusetts, pp. 249–258.
  [658.012 Mye]
- Owen, Guillermo (1995): *Game Theory*, 3a edició. Academic Press: San Diego, pp. 182–187.
  [658.012 Owe]