

Economías con bienes indivisibles

Economía con bienes indivisibles

Una economía está formada por cuatro elementos: individuos, objetos (bienes indivisibles), preferencias de los individuos sobre los objetos (representando lo que los individuos quieren) y dotaciones de los individuos (que representan lo que los individuos tienen). Este modelo de una economía con bienes indivisibles se origina en Lloyd Shapley y Herbert Scarf (1974).

- Un conjunto finito $N = \{1, 2, \dots, n\}$ de $n \geq 1$ individuos (consumidores).
- Un conjunto finito X de $n \geq 1$ objetos (por simplicidad se considera el caso en que N y X tienen el mismo número n de elementos).
- Para cada individuo i , una preferencia R_i sobre el conjunto de objetos X . Una preferencia sobre X es una relación binaria sobre X que es completa y transitiva. La relación binaria R_i sobre X es completa si, para todo $x \in X$ e $y \in X$, se tiene $x R_i y$ o $y R_i x$ o ambos. La relación binaria R_i sobre X es transitiva si, para todo $x \in X$, $y \in X$ y $z \in X$, tener $x R_i y$ y tener $y R_i z$ implica tener $x R_i z$. La interpretación de $x R_i y$ es que el individuo i no prefiere estrictamente y a x (de manera equivalente, x es estrictamente preferido o indiferente a y).

Dada una preferencia R_i , P_i designa el componente estricto de R_i : $x P_i y$ si, y sólo si, $x R_i y$ pero no $y R_i x$. Por tanto, $x P_i y$ significa que x es estrictamente preferido a y .

Dada una preferencia R_i , I_i designa el componente simétrico de R_i : $x I_i y$ si, y sólo si, $x R_i y$ y también $y R_i x$. Así pues, $x I_i y$ significa que x es indiferente a y (y , por ello, es indiferente a x).

Un perfil de preferencias es un vector $R = (R_1, R_2, \dots, R_n)$ que indica la preferencia sobre X correspondiente a cada individuo.

- Una asignación inicial de los objetos a los individuos denominada dotación, en donde una asignación α consiste en una distribución $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)$ de los objetos entre los individuos de manera que: (i) cada individuo i recibe un solo objeto α_i ; y (ii) ningún objeto se asigna a dos individuos distintos. Una dotación estará representada por un vector $w = (w_1, w_2, \dots, w_n)$ tal que $X = \{w_1, w_2, \dots, w_n\}$. En la dotación w se interpreta que el individuo i es propietario del objeto w_i .

El problema

El problema que se pretende estudiar es el siguiente: dada una dotación y las preferencias de los individuos, ¿a qué asignaciones puede llegarse si se permite a los individuos intercambiar los objetos que poseen libremente?

A continuación se presentan dos soluciones, inspiradas en dos enfoques opuestos: el enfoque cooperativo (intercambio basado en la negociación y la formación de coaliciones) y el enfoque no cooperativo (intercambio basado en precios y en mercados competitivos). El enfoque cooperativo conduce al concepto de núcleo de una economía; el no cooperativo, al de equilibrio de una economía. Se presentarán también las principales relaciones entre ambos conceptos.

Asignación Paretoeficiente

Una asignación α es Paretoeficiente, dado un perfil de preferencias R , si no hay otra asignación β tal que: (i) para algún individuo i , $\beta(i) P_i \alpha(i)$; y (ii) para ningún individuo i , $\alpha(i) P_i \beta(i)$.

Ejemplo

Sea $N = \{1, 2, 3, 4\}$ y $X = \{a, b, c, d\}$. Consideremos el siguiente perfil de preferencias

R_1	R_2	R_3	R_4
a	a	b	b
b	c	c	a
c	d	d	d
d	b	a	c

Fig. 1

en donde la columna R_i representa la preferencia (en este caso, estricta) del individuo $i \in N$. Sea α la asignación (b, d, c, a) , en donde 1 recibe b , 2 recibe d , 3 recibe c y 4 recibe a . Esta asignación no es Paretoeficiente ya que existe la asignación $\beta = (a, d, c, b)$: comparando α y β , alguien prefiere el objeto recibido en β al recibido en α (por ejemplo, el individuo 1) y nadie prefiere el objeto recibido en α al recibido en β . Intuitivamente, α no es Paretoeficiente porque algún individuo mejora en el paso de α a β (los individuos 1 y 4) y ninguno empeora (1 y 4 mejoran; 2 y 3 se mantienen igual). Es de destacar que el juicio sobre si una asignación es Paretoeficiente no depende de las dotaciones (de cómo los objetos estén repartidos entre los individuos).

Asignaciones vetables fuertemente

Dado un perfil de preferencias R y un asignación inicial w de los objetos, la coalición de individuos $C \subseteq N$ puede vetar fuertemente la asignación α si existe otra asignación β tal que:

- (i) el conjunto $\{x \in X: \text{para algún } i \in C, \beta(i) = x\}$ de los objetos que reciben los miembros de la coalición C en β coincide con el conjunto $\{x \in X: \text{para algún } i \in C, w_i = x\}$ de los objetos que tienen los miembros de C ;
- (ii) para todo $i \in C$, $\beta(i) P_i \alpha(i)$.

La asignación α es vetable fuertemente por la coalición C si los miembros de la coalición C tienen alguna manera de repartirse sus dotaciones (no los objetos que les corresponde en α) de manera que todos mejoran con respecto a α .

Conjunto $C(R, w)$ de asignaciones del núcleo

Dado un perfil de preferencias R y un asignación inicial w , el conjunto $C(R, w)$ de asignaciones del núcleo está formada por aquellas asignaciones que ninguna coalición puede vetar fuertemente.

Asignaciones vetables débilmente

Dado un perfil de preferencias R y un asignación inicial w , la coalición de individuos $C \subseteq N$ puede vetar débilmente la asignación α si existe otra asignación β tal que:

- (i) $\{x \in X: \text{para alg\u00fan } i \in C, \beta(i) = x\} = \{x \in X: \text{para alg\u00fan } i \in C, w_i = x\}$;
- (ii) para alg\u00fan $i \in C, \beta(i) P_i \alpha(i)$; y
- (iii) para todo $i \in C$, o bien $\beta(i) P_i \alpha(i)$, o bien $\beta(i) I_i \alpha(i)$.

La asignaci\u00f3n α es vetable d\u00e9bilmente por la coalici\u00f3n C si los miembros de la coalici\u00f3n C tienen alguna manera de repartirse sus dotaciones (no los objetos que les corresponde en α) de manera que alguno mejora y nadie empeora con respecto a α .

Conjunto $C_e(R, w)$ de asignaciones del n\u00facleo estricto

Dado un perfil de preferencias R y un asignaci\u00f3n inicial w , el conjunto $C_e(R, w)$ de asignaciones del n\u00facleo estricto est\u00e1 formado por aquellas asignaciones que ninguna coalici\u00f3n puede vetar d\u00e9bilmente. Dado que, obviamente, veto fuerte implica veto d\u00e9bil, se tiene que, para todo R y w , $C_e(R, w) \subseteq C(R, w)$: si una asignaci\u00f3n no es vetable d\u00e9bilmente, tampoco es vetable fuertemente.

Conjunto $P(R, w)$ de asignaciones Paretoeficientes

Dado un perfil de preferencias R y un asignaci\u00f3n inicial w , el conjunto $P(R, w)$ de asignaciones Paretoeficientes est\u00e1 formado por aquellas asignaciones que la coalici\u00f3n N formada por todos los individuos (la "gran coalici\u00f3n") no puede vetar d\u00e9bilmente.

Ejemplo sobre asignaciones vetables

En el caso representado por la Fig. 1, en donde los c\u00edrculos representan la dotaci\u00f3n, la asignaci\u00f3n $\alpha = (b, d, c, a)$ es vetable d\u00e9bilmente por la coalici\u00f3n $\{1, 2\}$. En primer lugar, la coalici\u00f3n $\{1, 2\}$ dispone de los objetos $\{c, b\}$: el individuo 1 aporta c y el 2 aporta b . La coalici\u00f3n $\{1, 2\}$ podr\u00e1 vetar d\u00e9bilmente la asignaci\u00f3n α si 1 y 2 pueden repartirse lo que tienen en la dotaci\u00f3n (los objetos c y b) de manera que alguno mejora, y ninguno empeora, con respecto a lo que les corresponde en la asignaci\u00f3n α . La idea es que α es meramente una propuesta y, por tanto, 1 y 2 no disponen de los objetos que les toca en α . Precisamente, de lo que se trata es de determinar si 1 y 2 pueden poner alguna objecci\u00f3n al reparto α , es decir, si pueden desligarse de la propuesta α y repartirse entre ellos los objetos con los que inicialmente cuentan (c y b) de manera que alguien gane y nadie pierda con respecto a α . En el reparto de c y b en el que 1 recibe b y 2 recibe c se cumple que alguien mejora (2 mejora con respecto a α) y nadie empeora (1 est\u00e1 igual que en α). Por ello, $\{1, 2\}$ puede vetar d\u00e9bilmente α . En cambio, $\{1, 2\}$ no puede vetar fuertemente α : no hay manera de repartir c y b entre 1 y 2 y conseguir que ambos mejoren con respecto a lo que reciben en α .

Asignaciones de equilibrio $E(R, w)$

Dado un perfil de preferencias R y un asignaci\u00f3n inicial w , la asignaci\u00f3n α es una asignaci\u00f3n de equilibrio si existe un vector n -dimensional (p_1, p_2, \dots, p_n) tal que, para todo individuo $i \in N$:

- (i) si i prefiere el objeto w_j que inicialmente posee el individuo j al objeto $\alpha(i)$ que i recibe en α , entonces $p_j > p_i$ (el precio del objeto w_j ha de ser superior al precio del objeto w_i que inicialmente tiene i);
- (ii) si $\alpha(i)$ es el objeto w_j que inicialmente posee el individuo j entonces $p_i \geq p_j$.

El conjunto $E(R, w)$ designa el conjunto de asignaciones de equilibrio, dado un perfil R .

En el vector (p_1, p_2, \dots, p_n) , p_i representa el precio del objeto w_i que posee el individuo i . La idea es que la asignación α es una asignación de equilibrio si, para todo individuo i , el objeto α_i que i recibe en α es el objeto más preferido para i entre los objetos con un precio (valor) igual o inferior al del objeto w_i que i posee (intuitivamente, el precio p_i de w_i sería la renta de i : el valor con el que i acude al mercado a comprar un objeto a cambio del que tiene).

Reiterando: cada individuo i posee inicialmente un objeto w_i . Para definir un equilibrio, es preciso determinar el valor de ese objeto. Para ello se define un vector de precios (p_1, p_2, \dots, p_n) , de manera que p_k es el precio del objeto w_k (el objeto poseído por el individuo k). La asignación α será un equilibrio con el vector de precios (p_1, p_2, \dots, p_n) si, dado el valor de los objetos, todo individuo recibe en α alguno de los objetos más preferidos que es factible conseguir, donde el objeto w_j es factible para i si el precio de w_j no es superior al precio p_i del objeto w_i que posee i .

Ejemplo de obtención de asignaciones de equilibrio

Sea la economía representada en la Fig. 2, en donde los círculos indican el objeto w_i que posee cada individuo i .

R_1	R_2	R_3
a	b	a
b	a	c
c	c	b

Fig. 2

Tomemos una asignación. Por ejemplo, $\alpha = (b, a, c)$. ¿Es una asignación de equilibrio? Para hallar la respuesta, habrá que tratar de encontrar un vector de precios (p_a, p_b, p_c) tal que: (i) b sea el objeto más preferido por 1 entre los que tienen un valor (según el vector de precios) igual o inferior a c (el objeto que posee inicialmente 1); (ii) a sea el objeto más preferido por 2 entre los que tienen un valor igual o inferior a a ; y (iii) c sea el objeto más preferido por 3 entre los que

tienen un valor igual o inferior a b .

Con respecto a 1, recibe b en α . Dado que, en R_1 , 1 prefiere a a b , para que α sea de equilibrio es necesario que 1 no pueda adquirir a con c ; es decir, $p_a > p_c$. Por otro lado, dado que 1 tiene c y recibe b en α , se precisa que el valor de c permita adquirir b ; esto es, $p_c \geq p_b$. Del mismo modo, dado que 3 tiene b y recibe c en α , se requiere que el valor de b permita adquirir c : $p_b \geq p_c$. Como resultado de $p_c \geq p_b$ y $p_b \geq p_c$ se tiene que $p_b = p_c$. Recordando que $p_a > p_c$, se concluye que $p_a > p_b$. Esto significa que 2 podría adquirir b , que es preferido a lo que obtiene (el objeto a) en α . Como resultado, $\alpha = (b, a, c)$ no es una asignación de equilibrio: no se pueden definir precios que hagan que los objetos más preferidos que puedan comprar los individuos estén dados por α .

Secuencias de ciclos de comercio de los objetos más preferidos

Estas secuencias se basan en un algoritmo, atribuido a David Gale por Shapley y Shubik, que permite determinar las asignaciones de equilibrio. La idea del algoritmo es que cada individuo i "apunte" a un individuo que posea alguno de los objetos más preferidos por i (cuando la preferencia de i es estricta, i apunta a un único individuo, que puede ser él mismo). De este modo se genera una secuencia en la que i_1 apunta a i_2 , i_2 apunta a i_3 , i_3 apunta a i_4 , etc. Dado que el conjunto de individuos es finito, llegará un momento en que alguno de los individuos apunte a otro que ya aparece en la secuencia. Con ello se genera un ciclo $i_1 \rightarrow i_2 \rightarrow i_3 \rightarrow \dots \rightarrow i_r \rightarrow i_1$.

El ciclo anterior define una secuencia $(i_1, i_2, i_3, \dots, i_r)$, que a su vez permite definir una asignación en la que todos los miembros del ciclo obtienen su objeto más preferido. La idea es que los miembros del conjunto $\{i_1, i_2, i_3, \dots, i_r\}$ ponen los objetos que poseen en común y cada uno escoge el objeto más preferido (pensando en el cual habrían apuntado a alguien). Por construcción de la secuencia, cada individuo escogerá un único objeto y cada uno de ellos escogerá uno distinto. Eliminados los individuos del ciclo y los objetos que toman, se considera el problema de asignación de los objetos restantes entre los individuos no eliminados y se vuelven a buscar ciclos de comercio. El conjunto de asignaciones obtenidas de esta manera se designan por $CC(R, w)$.

Ejemplo de obtención de ciclos de comercio

Sea la economía de la parte izquierda de la Fig. 3, en donde los círculos indican el objeto w_i que posee cada individuo i .

R_1	R_2	R_3	R_4		R_1	R_2
a	a	a	b		d	d
d	b	b	c		c	c
b	d	d	a			
c	c	c	d			

Fig. 3

Escojamos un individuo cualquiera; por ejemplo 1. El objeto más preferido de 1 lo tiene 4. Así que 1 apunta a 4: $1 \rightarrow 4$. El objeto más preferido de 4 lo tiene 3. Así que 4 apunta a 3: $4 \rightarrow 3$. El objeto más preferido de 3 lo tiene 4. Así que 3 apunta a 4: $3 \rightarrow 4$. Y ya hemos identificado un ciclo en la secuencia $1 \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow 4$: el ciclo $(4, 3, 4)$. Por tanto, 3 y 4 intercambian sus objetos: 3 se queda con a y 4 se queda con b . Eliminados 3, 4 y sus objetos, se obtiene el problema representado en la parte derecha de la Fig. 3. Ahora se tendría $1 \rightarrow 2 \rightarrow 2$. El ciclo resultante está formado exclusivamente por 2, que se apunta a sí mismo. Por ello, 2 se queda con d y, como no queda nadie más dispuesto a intercambiar, 1 se queda con c . La asignación resultante del intercambio mediante los ciclos de comercio es $CC(R, w) = \{(c, d, a, b)\}$, con $w = (c, d, b, a)$.

Resultados cuando se permite la indiferencia

- R1 $C_e(R, w) \subseteq E(R, w) \subseteq C(R, w)$
- R2 $C_e(R, w)$ puede estar vacío
- R3 $E(R, w) \neq \emptyset$ y, por R1, $C(R, w) \neq \emptyset$
- R4 $CC(R, w) = E(R, w)$
- R5 $E(R, w) \cap P(R, w)$ puede estar vacío (falla el Primer TF de la Economía del Bienestar)

Resultados con preferencias estrictas

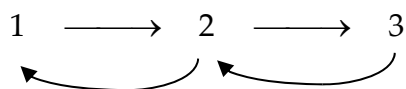
- R6 $C_e(R, w) = E(R, w)$
- R7 $E(R, w)$ consiste en un elemento
- R8 Es posible que $E(R, w) \subset C(R, w)$

Ejemplo 1: Shapley y Scarf (1974)

Hay tres individuos y tres objetos. El individuo i posee el objeto w_i . El perfil R de preferencias es el siguiente.

1	2	3
w_2	$w_1 w_3$	w_2
$w_1 w_3$	w_2	$w_1 w_3$

Para obtener su objeto w_2 más preferido 1 se dirigiría a 2. Para obtener un objeto más preferido 2 se dirigiría a 1 o a 3. Por último, para obtener su objeto w_2 más preferido 3 se dirigiría a 2. Resultan pues dos secuencias de ciclos de comercio de los objetos más preferidos.



La primer secuencia la inicia el ciclo de comercio que forma el conjunto $\{1, 2\}$. La asignación resultante (w_2, w_1, w_3) es aquella obtenida cuando 1 y 2 intercambian sus objetos y 3 se queda con el suyo. La primer secuencia la inicia el ciclo que forma el conjunto $\{2, 3\}$. La asignación resultante (w_1, w_3, w_2) es aquella obtenida cuando 2 y 3 intercambian sus objetos y 1 se queda con el suyo. Por tanto, el conjunto $CC(R, w)$ de las asignaciones que se obtienen mediante secuencias de ciclos de comercio de los objetos más preferidos tiene dos elementos: (w_2, w_1, w_3) y (w_1, w_3, w_2) .

Por R4, (w_2, w_1, w_3) y (w_1, w_3, w_2) son las únicas asignaciones de equilibrio. ¿Cómo se encontrarían los precios de equilibrio? Escogiendo una secuencia de ciclos de comercio, dando a continuación el mismo precio a los objetos de los individuos que forman parte del mismo ciclo de comercio y un precio inferior a los objetos de los ciclos que vienen después en la secuencia de ciclos. Por ejemplo, en la secuencia $(\{1, 2\}, \{3\})$, los objetos de los individuos 1 y 2 tienen el mismo precio, que ha de ser superior al objeto del individuo 3. Por ello, el vector de precios p tal que $p_1 = p_2 > p_3$ es un vector de precios de equilibrio que hace que (w_2, w_1, w_3) sea una asignación de equilibrio.

Si la secuencia de ciclos de comercio que determina el reparto de objetos es $(\{2, 3\}, \{1\})$, el vector de precios p tal que $p_2 = p_3 > p_1$ es un vector de precios de equilibrio que hace que (w_1, w_3, w_2) sea una asignación de equilibrio.

Para determinar las asignaciones que pertenecen al núcleo $C(R, w)$, podemos considerar las 6 posibles asignaciones y verificar una por una que ninguna coalición puede vetar la asignación.

- Asignación 1: (w_1, w_2, w_3) . Esta asignación no pertenece al núcleo dado que los miembros de la coalición $\{2, 3\}$ pueden repartirse sus dotaciones y obtener ambos un objeto más preferido que el que obtienen en la asignación (w_1, w_2, w_3) . De hecho, si 2 y 3 intercambian sus dotaciones, se obtiene (w_1, w_3, w_2) , en donde tanto 2 como 3 obtienen un objeto más preferido que en (w_1, w_2, w_3) . Por ello, la coalición $\{2, 3\}$ puede vetar (w_1, w_2, w_3) . Como resultado, $(w_1, w_2, w_3) \notin C(R, w)$.
- Asignación 2: (w_1, w_3, w_2) . Ninguna coalición que contenga a 3 puede vetar esta asignación, puesto que 3 obtiene su objeto más preferido. Ninguna coalición que contenga a 2 puede vetar esta asignación, puesto que 2 obtiene uno de sus objetos más preferidos, de modo que no hay manera de hacerle mejorar. Esto deja a $\{1\}$ como la única coalición que podría vetar (w_1, w_3, w_2) . Pero como la asignación (w_1, w_3, w_2) asigna a 1 el objeto de que dispone la coalición $\{1\}$, $\{1\}$ no puede vetar (w_1, w_3, w_2) . Conclusión: $(w_1, w_3, w_2) \in C(R, w)$.

El problema de (w_1, w_3, w_2) es que no pertenece al núcleo estricto, ya que la coalición $\{1, 2\}$ puede vetar débilmente (w_1, w_3, w_2) mediante la asignación (w_2, w_1, w_3) . Si 1 y 2 intercambian sus dotaciones, se consigue la asignación (w_2, w_1, w_3) . Comparando (w_1, w_3, w_2) y (w_2, w_1, w_3) resultando obvio que 1 mejora y 2 no empeora, lo que hace que $(w_1, w_3, w_2) \notin C_e(R, w)$.

- **Asignación 3:** (w_2, w_1, w_3) . Ninguna coalición que contenga a 1 puede vetar esta asignación, puesto que 1 obtiene su objeto más preferido. Ninguna coalición que contenga a 2 puede vetar esta asignación, puesto que 2 obtiene uno de sus objetos más preferidos. Esto deja a $\{3\}$ como la única coalición que podría vetar (w_2, w_1, w_3) . Pero $\{3\}$ no puede hacerlo porque, en (w_2, w_1, w_3) , 3 recibe el objeto de que dispone la coalición $\{3\}$. Así pues, $(w_2, w_1, w_3) \in C(R, w)$. Pero, como en el caso de la asignación 2, $(w_2, w_1, w_3) \notin C_e(R, w)$.

- **Asignación 4:** (w_2, w_3, w_1) . En este caso, $(w_2, w_3, w_1) \in C(R, w)$ pero $(w_2, w_3, w_1) \notin C_e(R, w)$.

- **Asignación 5:** (w_3, w_2, w_1) . En este caso, $(w_3, w_2, w_1) \notin C(R, w)$ y $(w_3, w_2, w_1) \notin C_e(R, w)$.

- **Asignación 6:** (w_3, w_1, w_2) . En este caso, $(w_3, w_1, w_2) \in C(R, w)$ pero $(w_3, w_1, w_2) \notin C_e(R, w)$.

La conclusión final es que $C(R, w)$ contiene 4 elementos (las asignaciones 2, 3, 4 y 6), pero que $C_e(R, w)$ está vacío. Este ejemplo demuestra el resultado R2.

Ejemplo 2: Shapley y Scarf (1974)

Hay tres individuos y tres objetos. El individuo i posee el objeto w_i . El perfil R de preferencias es el siguiente.

1	2	3
w_3	w_1	w_2
w_2	w_2	w_3
w_1	w_3	w_1

En este caso hay una única secuencia de ciclos de comercio: 1 se dirige a 3, 3 se dirige a 2 y 2 se dirige a 1. Por tanto, la secuencia es $(\{1, 2, 3\})$ y la asignación resultante es (w_3, w_1, w_2) . Por R4, $E(R, w) = \{(w_3, w_1, w_2)\}$, de modo que (w_3, w_1, w_2) es la única asignación de equilibrio. Sin embargo, $C(R, w) \neq E(R, w)$, lo que probaría R8. De hecho, $(w_2, w_1, w_3) \in C(R, w)$.

Ejemplo 3: Wako (1999)

Hay tres individuos y tres objetos. El individuo i posee el objeto w_i . El perfil R de preferencias es el siguiente.

1	2	3
w_2	$w_1 w_3$	w_2
w_3	w_2	w_1
w_1		w_3

Las secuencias de ciclos de comercio son las mismas que en el Ejemplo 1: $(\{1, 2\}, \{3\})$ y $(\{2, 3\}, \{1\})$. La secuencia de ciclos $(\{1, 2\}, \{3\})$ da lugar a la asignación (w_2, w_1, w_3) , en tanto que la secuencia $(\{2, 3\}, \{1\})$ da lugar a la asignación (w_1, w_3, w_2) . Éstas dos constituyen las únicas asignaciones de equilibrio: $E(R, w) = \{(w_2, w_1, w_3), (w_1, w_3, w_2)\}$. Pero ninguna de ellas es

Paretoeficiente, esto es, $(w_2, w_1, w_3) \notin P(R, w)$ y $(w_1, w_3, w_2) \notin P(R, w)$. El hecho de que $(w_2, w_1, w_3) \notin P(R, w)$ se debe a que existe la asignación (w_2, w_3, w_1) . Comparando ambas asignaciones, se observa que 1 y 2 están indiferentes en ambas, pero que 3 está mejor en la segunda.

El Ejemplo 3 demuestra R5, a saber, que el Primer Teorema Fundamental de la Economía del Bienestar puede fallar cuando los bienes son indivisibles: una asignación de equilibrio no necesariamente es una asignación Paretoeficiente. Lo grave del ejemplo es que puede ser que ninguna asignación de equilibrio sea Paretoeficiente.

Referencias

- Kamijo, Yoshio y Kawasaki, Ryo (2009): "[Dynamics, stability, and foresight in the Shapley-Scarf housing market](#)", Fondazione Eni Enrico Mattei, Working Paper 312.
- Shapley, Lloyd y Scarf, Herbert (1974): "On cores and indivisibility", *Journal of Mathematical Economics* 1, 23–37.
- Wako, Jun (1999): "Coalition-proofness of the competitive allocations in an indivisible goods market", en Myrna H. Wooders (ed): [Topics in Mathematical Economics and Game Theory. Essays in Honor of Robert J. Aumann](#), American Mathematical Society, pp. 277-83.

Ejercicios

1. Equilibrio. (i) Con las preferencias siguientes (en donde los círculos indican las dotaciones iniciales), obtén todas las asignaciones de equilibrio y, para cada una de ellas, un sistema de precios de equilibrio. (ii) ¿Por qué no es un sistema de precios de equilibrio aquél en el que todos los precios son iguales?

1	2	3	4	5	6	7
g	g	g	g	g	g	g
a	c	d	b	d	e	e
b	a	e	d	b	a	a
c	f	a	c	a	f	f
d	e	c	e	e	c	c
e	d	b	f	f	b	b
f	b	f	a	c	d	d

2. Núcleo. Con las preferencias siguientes (con los círculos indicando las dotaciones iniciales): (i) para cada asignación α que no pertenezca al núcleo, indica una asignación mediante la cual alguna coalición pueda vetar α ; y (ii) escoge una asignación que no pertenezca al núcleo estricto y explica por qué no pertenece.

1	2	3
a	b	c
b	c	a
c	a	b

3. Paretoeficiencia. Considera el caso de tres objetos y tres individuos. (i) Especifica un perfil de preferencias para el que sólo haya una asignación Paretoeficiente. (ii) Hay algún perfil para el que no haya ninguna asignación Paretoeficiente? (iii) Hay algún perfil para el que todas las asignaciones sean Paretoeficientes?