

Dinàmica Macroeconòmica · Examen de 28 de novembre de 2014



Tria respondre la/es pregunta/es que vulguis (puntuació màxima = 10)



1. Gerontocràcia. [10 punts] A l'economia només hi ha un bé, que no pot acumular-se d'un període cap a un altre. Cada generació està formada per n individus idèntics. Cada individu jove té una dotació d'una unitat de treball. Cada individu gran no té dotació de treball.

Cada individu jove en el moment t decideix quina fracció e_t de la seva unitat de treball dedica a activitats d'esbarjo i quina fracció $1 - e_t$ dedica a produir el bé. La funció de producció del bé a partir del treball és la funció identitat: si x unitats de treball es destinen a produir el bé, la producció resultant del bé són x unitats.

La funció d'utilitat de cada individu que és jove en el moment t és $u_t = c_t \cdot (c_{t+1})^2 \cdot e_t$, on c_t és el consum que l'individu fa de jove, c_{t+1} el consum que el mateix individu farà de gran i e_t l'esbarjo que tria de jove. La funció d'utilitat de cada individu gran coincideix amb el consum que fa de gran. Tots els individus prenen les seves decisions amb l'objectiu de maximitzar la seva utilitat.

En cada moment t , els individus grans imposen als individus joves l'obligació de donar-los la proporció τ_t de la producció que els joves realitzen. Els grans consumeixen la producció que els joves els lliuren i els joves consumeixen la producció que els resta després de fer la transferència als grans.

- Determina el consum que cada individu fa de jove, el consum de gran, la part del seu treball dedicada a activitats d'esbarjo i la proporció de la producció dels joves de la qual els grans se n'apropien.

2. Herències. [10 punts] A l'economia només hi ha un bé, que no pot acumular-se d'un període cap a un altre. Cada generació està formada per dos grups, el grup 1 i el grup 2. Cada grup està format per n individus idèntics. No hi ha producció.

Cada individu del grup 1 té, com a dotació, zero unitats del bé de jove i una unitat del bé de gran. Cada individu del grup 2 té, com a dotació, una unitat del bé de jove i zero unitats del bé de gran. La funció d'utilitat de cada individu jove en el moment t és $u_t = c_t \cdot c_{t+1}$, on c_t és el consum que l'individu fa de jove i c_{t+1} el consum que el mateix individu farà de gran. La funció d'utilitat de cada individu gran coincideix amb el consum que fa de gran.

- Calcula l'equilibri general si, en cada moment, cada individu gran regala a un individu jove del seu grup la proporció fixa $0 < h < 1$ de la quantitat de bé de què disposa (s'entén que cada individu jove rep el regal de només un individu gran).

3. Imposts. [10 punts] A l'economia només hi ha un bé, que no pot acumular-se d'un període cap a un altre. Cada generació està formada per tres grups: 1, 2 i 3. Cada grup està format per n individus idèntics. La funció d'utilitat de cada jove és $u_t = c_t \cdot c_{t+1}$, on c_t és el consum que l'individu fa de jove i c_{t+1} el consum que el mateix individu farà de gran. La funció d'utilitat de cada individu gran coincideix amb el seu consum.

No hi ha producció. Cada individu del grup 1 té, com a dotació, zero unitats del bé de jove i una unitat del bé de gran. Cada individu del grup 2 té, com a dotació, una unitat del bé de jove i zero unitats del bé de gran. Cada individu del grup 3 no té dotació del bé, ni de jove ni de gran.

Una llei sagrada establerta en temps immemorial dicta que, cada període, els membres joves dels grups 1 i 2 han de pagar τ unitats del bé (aquest import és el mateix cada període i suficientment petit per a què tothom el pugui pagar). La llei mana que la recaptació total de l'impost en el període sigui distribuïda, en el mateix període, de manera igualitària entre els membres del grup 3, però no especifica si els destinataris de la transferència han de ser els joves del grup 3 o els grans del grup 3.

- Determina l'equilibri general, i la utilitat corresponent de cada individu, en els dos casos: cas 1, la transferència es fa als joves del grup 3; cas 2, la transferència es fa als grans del grup 3. Jutja quina opció consideres més recomanable.

4. Sostenibilitat. [10 punts] A l'economia només hi ha un bé, que pot acumular-se d'un període cap a un altre en forma de capital i que pot produir-se combinant els factors treball i capital. Si en el moment t un individu acumula l'estoc k_t de capital, aleshores en el moment $t + 1$ estarà disponible el només l'estoc $(1 - \delta) \cdot k_t$, on $0 < \delta < 1$.

Cada generació està formada per n individus idèntics, amb la funció d'utilitat de jove $u_t = c_t \cdot c_{t+1}$, on c_t és el consum que l'individu fa de jove i c_{t+1} el consum que el mateix individu farà de gran. La funció d'utilitat de cada individu gran coincideix amb el seu consum. Els individus prenent decisions per a maximitzar la seva funció d'utilitat.

Cada individu disposa d'una unitat de treball de jove i cap unitat de gran. Es necessita capital per a què el treball possibiliti la producció del bé. Els individus joves empen tot el seu treball en la producció del bé. En emprar tot el seu treball per a produir el bé, cada individu que és jove en t aconsegueix produir $a \cdot (1 - \delta) \cdot k_t$, on $a > 0$ és una constant i k_t és l'estoc de capital mitjà acumulat en el moment $t - 1$ i disponible en el moment t (atès que hi ha el mateix nombre d'individus en cada generació, k_t és el capital que cadascun dels individus va acumular en $t - 1$). Cada individu jove decideix quina part de la producció que realitza la consumeix i quina part l'acumula en forma de capital. El consum de cada individu gran en el període t coincideix amb la part no depreciada del capital que el mateix individu va acumular en el període $t - 1$.

- [6,5 punts]** Determina l'equació que expressa la trajectòria d'acumulació del capital i representa-la gràficament.
- [3,5 punts]** Considera la següent modificació de l'economia descrita anteriorment. Existeix un recurs lliure X (gratuït i de lliure accés) que és

necessari per a produir el bé. Sigui x_t la quantitat de recurs existent en el moment t . Cada unitat de capital emprada en la producció comporta la pèrdua d' α unitats d' X . D'altra banda, el recurs X té la capacitat de regeneració: si y_t representa la quantitat d' X disponible un cop descomptada la pèrdua causada pel procés de producció, aleshores hi ha $y_t \cdot (1 + \beta)$ unitats del recurs en $t + 1$, on $\beta > 0$. Assumint que $\alpha = \delta$ i que $\beta = \alpha/2$, determina el valor màxim \bar{a} que pot assolir a per a què el procés productiu no esgoti X . Com es veu afectat \bar{a} per canvis en α ?

5. Independència. [10 punts] A l'economia hi ha únicament un bé, que pot acumular-se només un període en forma de capital (sense depreciació) i que pot produir-se combinant els factors treball i capital.

Cada generació està formada per dos grups, 1 i 2. El grup 1 està format per $2 \cdot n$ individus idèntics, cadascú amb una unitat de treball de jove i dues unitats de treball de grans. La funció d'utilitat de cada jove del grup 1 en el moment t és $u_t = c_t \cdot (c_{t+1})^\beta$, on c_t és el consum que l'individu fa de jove, c_{t+1} el consum que el mateix individu farà de gran i $0 < \beta < 1$. La funció d'utilitat de cada individu gran coincideix amb el seu consum.

El grup 2 està format per n individus idèntics, cadascú amb quatre unitats de treball de jove i dues unitats de treball de grans. La funció d'utilitat de cada jove del grup 2 en el moment t és $u_t = c_t \cdot c_{t+1}$, on c_t és el consum que l'individu fa de jove i c_{t+1} el consum que el mateix individu farà de gran. La funció d'utilitat de cada individu gran coincideix amb el seu consum.

La funció de producció de l'economia en cada moment t és $Y_t = K_t \cdot L_t$, on K_t és el capital total en el moment t i L_t és el volum total de treball ofert en t . Tots els individus d'ambdós grups ofereixen el seu treball, tant de joves com de grans. La remuneració del capital és la meitat de la productivitat marginal del capital. La remuneració del treball és la meitat de la productivitat marginal del treball. S'assumeix que, per arbitratge, la taxa d'interès d'un préstec en el moment t coincideix amb la remuneració del capital en el moment $t + 1$.

- (i) **[5,5 punts]** Determina l'equació que descriu la trajectòria d'acumulació del capital i representa-la gràficament.
- (ii) **[4,5 punts]** Imagina que els membres del grup 2 s'independitzen i constitueixen una economia pròpia, separada de l'economia que formarien els membres del grup 1. A cada economia es mantenen les dotacions dels membres dels grups respectius, la funció de producció de l'economia original i les regles que determinen les remuneracions dels factors. Determina l'equació que representa la trajectòria d'acumulació del capital de cada economia i compara-la amb l'obtinguda en l'apartat (i) per a jutjar si a algun dels grups li convé la secessió.
- (iii) **Extra: [5 punts]** Respon a (i) i (ii) si la funció de producció és $Y_t = K_t^{1/2} \cdot L_t^{1/2}$ (però ara la remuneració de cada factor coincideix amb la seva productivitat marginal).