

**1. Generaciones solapadas con acumulación.** Hay un solo bien en la economía. El bien puede producirse mediante capital, que es bien acumulado de un período pero utilizable para producir en el período siguiente al período en que se acumula. Hay  $n$  individuos idénticos, que viven dos períodos consecutivos. La función de utilidad de cada individuo joven es  $u_t = (c_t)^\beta \cdot c_{t+1}$ , donde  $\beta > 1$ ,  $c_t$  es el consumo del individuo en su primer período de vida (de joven) y  $c_{t+1}$  es su consumo en su segundo período de vida (de mayor). Si la hipótesis es necesaria, supón que cada mayor de la generación inicial dispone de una unidad de capital.

Cada individuo joven decide cuánto capital acumular. El capital acumulado de jóvenes se emplea de mayores vendiéndolo a los que entonces son jóvenes (el capital que un individuo joven acumula no puede ser empleado para producir en el mismo período en que se acumula). Cada unidad de capital empleable para producir permite producir tres unidades del bien. El precio que recibe cada mayor por cada unidad de capital vendida a los jóvenes es de una unidad del bien. La diferencia entre lo que permite producir el capital y el pago por su uso se la quedan los jóvenes.

Si el objetivo de cada joven es maximizar su función de utilidad, calcula cuánto capital acumula cada joven.

**2. Generaciones solapadas con acumulación duradera.** Responde a la misma cuestión que en la pregunta 1 con la diferencia que el capital que los jóvenes acumulan en un período puede ser empleado para producir dos períodos: el capital que se acumula en el período  $t$  y que se emplea para producir en  $t + 1$  a cambio de un precio, está libremente disponible para los jóvenes del período  $t + 2$ .

**3. Generaciones solapadas con acumulación duradera parcial.** Responde a la misma cuestión que en la pregunta 1 con la diferencia que parte del capital que los jóvenes acumulan en un período puede ser empleado para producir dos períodos: del capital que se acumula en el período  $t$  y que se emplea para producir en  $t + 1$  a cambio de un precio, la mitad está libremente disponible para los jóvenes del período  $t + 2$ .

**4. Generaciones solapadas.** Hay un solo bien en la economía. El bien no puede producirse: la cantidad de bien cada período se genera exógenamente. Hay dos grupos de individuos, cada uno de ellos formado por  $n$  individuos idénticos. Todos los individuos viven dos períodos consecutivos. La función de utilidad de cada individuo joven del grupo 1 es  $u_t = (c_t)^\beta \cdot c_{t+1}$ , donde  $\beta > 1$ ,  $c_t$  es el consumo del individuo en su primer período de vida (de joven) y  $c_{t+1}$  es su consumo en su segundo período de vida (de mayor). La función de utilidad de cada individuo joven del grupo 2 es  $u_t = c_t \cdot c_{t+1}$ , donde  $c_t$  es el consumo del individuo de joven y  $c_{t+1}$  es su consumo de mayor.

Calcula el equilibrio general de la economía si la dotación de bien de cada individuo es  $(2, 2)$ : el individuo dispone de dos unidades de bien cuando es joven y dos unidades cuando es mayor.

**5. Generaciones solapadas con ciclos exógenos de prosperidad.** Responde a la misma pregunta que en 4 con la diferencia que: (i) la dotación de cada miembro del grupo 1 es  $(1, 1)$  cuando el período es par y  $(3, 3)$  cuando el período es impar; y (ii) : (i) la dotación de cada miembro del grupo 2 es  $(3, 3)$  cuando el período es par y  $(1, 1)$  cuando el período es impar.

**6. Generaciones solapadas asimétricas con ciclos exógenos de prosperidad.** Responde a la misma pregunta que en 5 con la diferencia que un grupo tiene el doble de miembros que el otro.

**7. Generaciones solapadas con ciclos exógenos de dotaciones.** Hay un único bien. El bien puede acumularse un período y puede ser producido. Cada período hay  $n$  individuos idénticos que viven dos períodos consecutivos. La función de utilidad de los individuos jóvenes es  $u_t = c_t \cdot c_{t+1}$ , donde  $c_t$  es el consumo del individuo en su primer período de vida (de joven) y  $c_{t+1}$  es su consumo en su segundo período de vida (de mayor). Los individuos nacidos en un período impar tienen la dotación de factor trabajo (1, 1): una unidad de trabajo de jóvenes y una unidad de mayores. Los nacidos en un período par tienen la dotación de factor trabajo (2, 2): dos unidades de trabajo de jóvenes y dos de mayores.

La función de producción agregada en el período  $t$  es  $Y_t = K_t \cdot L_t$ , donde  $K_t$  es el stock total de capital en  $t$  y  $L_t$  es la cantidad total de trabajo disponible en  $t$ . Cada factor de producción recibe como remuneración la mitad de su productividad marginal según la función de producción agregada.

Determina la ecuación que describe la trayectoria de acumulación del stock capital e indica si hay algún estado estacionario.

**8. Generaciones solapadas con dos economías.** Hay dos economías, E1 y E2. En cada economía hay  $n$  individuos idénticos y el mismo bien, que se puede acumular un período y que puede ser producido.

La dotación de trabajo de los miembros de E1 es (2, 1): dos unidades de trabajo de joven y una de mayor. Cada joven de E1 tiene la función de utilidad  $u_t = c_t^\beta \cdot c_{t+1}$ , donde  $0 < \beta < 1$  es una constante,  $c_t$  es el consumo de joven y  $c_{t+1}$  el consumo de mayor. La función de producción agregada en el período  $t$  es  $Y_t = 2K_t + L_t$ , donde  $K_t$  es el stock total de capital en  $t$  y  $L_t$  es la cantidad total de trabajo disponible en  $t$ . Cada factor de producción es retribuido según su productividad marginal en la función de producción agregada.

La dotación de trabajo de los miembros de E2 es (1, 0): una unidad de trabajo de joven y cero de mayor. Cada joven de E2 tiene la función de utilidad  $u_t = c_t \cdot c_{t+1}^\beta$ , donde  $0 < \beta < 1$  es la misma constante de E1,  $c_t$  es el consumo de joven y  $c_{t+1}$  el consumo de mayor. La función de producción agregada en el período  $t$  es  $Y_t = 2K_t + L_t$ , donde  $K_t$  es el stock total de capital en  $t$  y  $L_t$  es la cantidad total de trabajo disponible en  $t$ . Cada factor de producción es retribuido según su productividad marginal en la función de producción agregada.

- (i) Para cada economía, determina la ecuación que describe la trayectoria de acumulación del stock capital y el stock de capital en todo estado estacionario.
- (ii) Supón que los miembros de las dos economías se emparejan, de manera que cada miembro de E1 ha de transferir  $1/8$  unidades de capital a su pareja de E2. Respón a (i) y compara los resultados.

**9. Generaciones solapadas con impuestos.** Hay un bien, que no puede acumularse ni ser producido. Cada generación está formada por tres grupos: 1, 2 y 3. Cada grupo consta de  $n$  individuos idénticos. La función de utilidad de cada joven es  $u_t = c_t \cdot c_{t+1}$ , donde  $c_t$  es el consumo de joven y  $c_{t+1}$  el consumo de mayor. La función de utilidad de cada mayor coincide con su consumo.

La dotación del bien de cada individuo del grupo 1 es (0, 1): cero unidades de joven y una de mayor. La dotación del bien de cada individuo del grupo 2 es (1, 0). La dotación del bien de cada individuo del grupo 3 es (0, 0). Por ley, cada período, cada joven de los grupos 1 y 2 ha de pagar  $\tau$  unidades del bien (el mismo importe cada período y suficientemente pequeño para poder ser pagado). La recaudación del impuesto se distribuye, en el mismo período de recaudación, de manera igualitaria entre los miembros del grupo 3.

Determina el equilibrio general, y la utilidad de cada individuo joven del grupo 3, si la transferencia la reciben: (i) los jóvenes del grupo 3; (ii) los mayores del grupo 3.