Dinàmica Macroeconòmica · Examen de 15 de gener de 2016 · Bloc 2

Tria almenys un exercici de la Part 1 i un de la Part 2

Part 1

1.1. Altruïsme. Hi ha un únic bé que es pot acumular d'un període al següent. No hi ha producció. Cada període neixen n individus idèntics que viuen dos períodes consecutius. Els individus de cada període es numeren de l'1 a l'n, de manera que l'individu amb número i que neix en el període t és el pare de l'individu amb número i que neix en el període $t+1$ (i aquest segon és el fill del primer).

La funció d'utilitat de l'individu i que neix en el període t és $u_t = c_t \cdot c_{t+1} \cdot (\tilde{c}_{t+1})^2$, on $\tilde{c}_{t+1}$ representa el consum del fill d'i. Cada individu que neix en el període t té una dotació de w unitats del bé, que pot dedicar a consumir-les o acumular-les per al següent període. La quantitat del bé acumulada en t té dos usos en $t+1$: una part la consumeix el propi individu i l'altra la transfereix al seu fill.

La funció d'utilitat en el període $t+1$ de tot individu nascut en t és $u_{t+1} = (c_{t+1})^2 \cdot \tilde{c}_{t+1}$. Tot individu viu en el període t que no ha nascut en aquest període no té dotació de bé.

• Assumint que cada individu pren decisions amb l'objectiu de maximitzar la seva funció d'utilitat, determina quina quantitat de bé rep cada fill del seu pare.

1.2. Més altruïsme. El problema és el mateix que 1.1 amb la diferència que les funcions d'utilitat són $u_t = c_t \cdot c_{t+1} \cdot (\tilde{c}_{t+1})^{h_t}$ i $u_{t+1} = c_{t+1} \cdot (\tilde{c}_{t+1})^{h_{t+1}}$, on h_t és l'herència que un individu nascut en t rep del seu pare i h_{t+1} és l'herència que un individu nascut en t deixa al seu fill.

1.3. Famílies. Hi ha un únic bé que es pot produir i acumular d'un període al següent. Els individus que neixen en el període t són tots idèntics i viuen dos períodes consecutius. La funció d'utilitat de tot individu que neix en el període t és $u_t = c_t \cdot (c_{t+1})^{\beta}$, on $\beta > 0$. Aquest mateix individu disposa d'una unitat de treball, que ofereix a canvi d'un salari ω_t. Aquest salari es pot emprar en consumir, en acumular capital i en tenir fills. El cost (en termes del bé) per fill és $\gamma > 0$.

En el segon període de vida els individus maximitzen el seu consum. El capital que un individu va acumular en el període anterior no es pot consumir en el període present sinó que només serveix per a produir. Cada individu nascut en t té accés, en el període $t+1$, a la funció de producció $y_{t+1} = (k_{t+1})^{\alpha} \cdot (n_{t+1})^{\beta}$, on k_{t+1} és el capital que l'individu va acumular en el període t i n_{t+1} és el nombre de fills que l'individu va tenir en el període t. La interpretació és que els treballadors que un individu contracta són els seus fills. Per a tot t, el pagament en salaris que fa cada individu i (nascut en el període anterior) és una proporció fixa ϕ de la producció que fa i mitjançant la funció de producció.

• Determina l'equació d'acumulació de capital i l'equació que estableix l'evolució del nombre de fills.

1.4. Tres períodes. Hi ha un únic bé que no es pot produir ni acumular. Cada període neixen n individus idèntics que viuen tres períodes consecutius. Els individus només tenen dotació del bé en el seu segon període de vida: una unitat del bé. Les funcions d'utilitat d'un individu nascut en t són: en t, $u_t = c_t \cdot c_{t+1}$; en $t+1$, $u_{t+1} = c_{t+1} \cdot c_{t+2}$; i en $t+2$, $u_{t+2} = c_{t+2}$.

• Calcula l'equilibri general de l'economia de cada període.

1.5. Cicle demogràfic. Hi ha un únic bé que es pot produir i acumular d'un període al següent. En cada període senar neixen n individus idèntics. En cada període parell neixen $2 \cdot n$ individus idèntics. Cada individu viu dos períodes consecutius, neix amb una unitat de treball, i no té cap dotació en el seu segon període de vida. Per a tot període t, la funció d'utilitat de tot individu nascut en t és $u_t = c_t \cdot c_{t+1}$. L'objectiu de tot individu en el seu segon període de vida és maximitzar el seu consum.

En el seu primer període t de vida, tot individu lloga el seu treball a canvi d'una remuneració. Aquesta remuneració es pot emprar en consumir i en acumular capital. El capital que un individu va acumular en el període anterior no es pot consumir en el període present sinó que només serveix per a produir. Els individus vius en $t+1$ nascuts en t apleguen tot el seu capital i contracten treballadors per a produir el bé segons la funció de producció agregada $Y_{t+1} = K_{t+1} \cdot L_{t+1}$, on K_{t+1} és el capital total acumulat pels individus en el període anterior i L_{t+1} és la quantitat de treball oferta pels nascuts en $t+1$. La producció del bé feta en cada període es distribueix igualitàriament entre tots els individus vius en el període.

• Determina l'equació d'acumulació de capital i identifica els estats estacionaris.

1.6.Tres grups. Hi ha un únic bé que no es pot produir ni acumular. Hi ha tres grups d'individus G1, G2 i G3, cadascun format per n membres. Cada individu viu dos períodes consecutius. Per a tot període t, la funció d'utilitat de tot individu nascut en t és $u_t = c_t \cdot c_{t+1}$. La dotació de bé de cada membre de G1 és $(2, 0)$, on 2 és la dotació quan neix i 0 és la dotació en el següent període. La dotació de bé de cada membre de G2 és $(0, 2)$ i la de cada membre de G3 és $(1, 1)$ on 1 és la dotació de gran.

L'estructura demogràfica de l'economia es repeteix cada tres períodes. En el període inicial neixen els membres els grups G1 i G2. En el següent període neixen els dels grups G2 i G3. En el darrer període del cicle neixen els dels grups G3 i G1.

• Calcula l'equilibri general de l'economia de cada període.

1.7. Govern. Hi ha un únic bé que no es pot produir però sí acumular un període. Cada període neixen n individus idèntics que viuen dos períodes consecutius. Els individus només tenen dotació del bé en el seu primer període de vida: una unitat del bé. Les funcions d'utilitat d'un individu nascut en t són: en t, $u_t = c_t \cdot c_{t+1}$; en $t+1$, $u_{t+1} = c_{t+1}$. La quantitat de bé que acumulen els individus té una taxa de depreciació del 25%: si un individu acumula k unitats del bé en t només disposarà en $t+1$ de $3 \cdot k/4$ unitats en $t+1$. Hi ha un govern que estableix un impost cada període de τ unitats del bé.

- El govern pot acumular l'impost sense patir cap depreciació. L'impost en t el paguen els que neixen en t. La recaptació del l'impost en t es distribueix igualitàriament en $t+1$ entre els individus que van néixer en t. Obté el volum de capital que acumula cada individu.

•• Obté el volum de capital que acumula cada individu si el govern distribueix la recaptació de l'impost feta en t de manera igualitària entre els individus vius en t nascuts en $t-1$. Quina de les dues polítiques maximitza el benestar dels individus?

••• En la situació descrita pel primer apartat, troba el valor de τ que maximitza la utilitat dels individus en el seu primer període de vida i el valor que maximitza la utilitat dels individus en el seu segon període.

1.8. Que paguin els fills. Hi ha un únic bé que no es pot produir ni acumular. Cada període neixen n individus idèntics que viuen dos períodes consecutius. Els individus només tenen dotació del bé en el primer període de vida: una unitat del bé. Les funcions d'utilitat d'un individu nascut en t són: en t, $u_t = c_t \cdot c_{t+1}$; en $t+1$, $u_{t+1} = c_{t+1} \cdot c_{t+2}$; i en $t+2$, $u_{t+2} = c_{t+2}$.
Els individus joves accepten prestar als individus grans del mateix període perquè els joves del següent període pagaran els deutes dels grans del període anterior. Troba quant presten els joves als grans cada període i la taxa d'interès corresponent.

1.9. Convergència i divergència. Hi ha un únic bé que es pot produir i acumular un període. Cada període, neixen n individus idèntics que viuen dos períodes consecutius. La funció d'utilitat en t d'un individu nascut en t és $u_t = (c_t)^\beta \cdot c_{t+1}$, on $\beta > 1$. La funció d'utilitat en $t+1$ d'un individu nascut en t és $u_{t+1} = c_{t+1}$. Quan neix, tot individu disposa d'una unitat de treball; no en té cap en el següent període. En el seu primer període de vida els individus lloguen el seu treball a canvi d'un salari. El salari rebut és la productivitat marginal del treball segons la funció de producció agregada $Y_t = K_t{}^{1/2} \cdot L_t{}^{1/2}$. La remuneració dels propietaris de capital és la productivitat marginal del capital.

- Determina l'equació d'acumulació de capital i troba els estats estacionaris.

•• Hi ha una segona economia idèntica amb l'anterior, excepte pel fet que $Y_t = K_t{}^{2/3} \cdot L_t{}^{1/3}$. Els individus vells de la primera economia tenen la possibilitat de portar part del seu capital a l'altra economia sense cap cost. Calcula quina part de l'estoc de capital de la primera economia es transfereix a la segona.

1.10. Proposta d'MO, NS i JS. Hi ha un únic bé que no es pot produir ni acumular. Cada període hi ha dos grups, G1 i G2. En cada grup hi ha n membres, que viuen dos períodes consecutius. La dotació de bé de cada membre de G1 és $(2, 1)$: dues unitats de jove i una de gran. La dotació de bé de cada membre de G2 és $(1, 2)$: una unitat de jove i dues de gran. De grans, tots els individus només es preocupen del seu consum.

Els membres de cada grup se suposen ordenats, de manera que el jove que ocupa la posició p en un grup s'emparella amb el jove que ocupa la mateixa posició en l'altre grup. La funció d'utilitat de cada jove de G2 és $u_{2,t} = c_{2,t} \cdot c_{2,t+1}$. La funció d'utilitat de cada jove de G1 és $u_{1,t} = c_{1,t} \cdot c_{1,t+1} - c_{2,t}$, on $c_{2,t}$ és el consum que fa el jove de G2 amb què s'emparella el jove de G1. Per tant, el consum de la parella en G2 causa una pèrdua d'utilitat a l'individu de G1. Cada jove de G1 pot causar la pèrdua de bé z sobre el membre de G2 amb què es troba emparellat però al cost d'assumir ell mateix una pèrdua pròpia del bé de $\alpha \cdot z$ unitats del bé.

- Si l'objectiu de tots els individus és maximitzar la seva funció d'utilitat, quina pèrdua causen els membres de G1 sobre els de G2?

1.11 Treball i capital. En l'economia només hi ha un bé, que pot acumular-se un únic període en forma de capital. Tota generació està formada per n individus idèntics que viuen dos períodes consecutius. Cada jove té una dotació d'una unitat de treball. Els grans no tenen dotació de treball.

Cada individu jove en el moment t decideix quina part e_t de la seva unitat de treball dedica a produir el bé. La funció de producció del bé a partir de treball és la funció identitat: si x unitats de treball es destinen a produir el bé, la producció resultant del bé són x unitats.

La funció d'utilitat de cada individu que és jove en el moment t és $u_t = c_t \cdot (1 - e_t) \cdot c_{t+1}$, on c_t és el consum que l'individu fa de jove i c_{t+1} el consum que el mateix individu farà de gran. Una interpretació és que la part $1 - e_t$ de treball no dedicat a produir el bé contribueix a què l'individu obtingui més utilitat del consum (el present o el futur, és indiferent).

Atès que el bé pot acumular-se un període, cada individu decideix quina part de la producció que realitza s'acumula per al següent període. La part $1 - e_t$ es pot entendre com un ús del treball que potencia el rendiment futur del capital, de manera que acumular k_{t+1} unitats del bé en el moment t implica disposar de $k_{t+1} \cdot (1 - e_t)$ unitats en el moment $t+1$.

La funció d'utilitat de cada individu gran coincideix amb el consum que fa de gran. Tots els individus prenen les seves decisions amb l'objectiu de maximitzar la seva utilitat.

- Determina el consum que cada individu fa de jove, el consum de gran, la part del seu treball dedicada a produir i el capital acumulat.

- Torna a respondre les preguntes anteriors si $k_{t+1} \cdot (1 - e_t)$ es reemplaça per $k_{t+1} \cdot (2 - e_t)$.

1.12. Cicles. En l'economia només hi ha un bé, que no pot acumular-se en els períodes senars però sí en els períodes parells. No hi ha producció però el bé disponible en els períodes parells pot acumular-se indefinidament. Els individus viuen dos períodes consecutius. En els períodes senars, cada generació jove està formada per dos grups, G1 i G2. Cada grup està constituït per n individus idèntics. En els períodes parells hi ha un únic grup G d'individus, integrat per n membres.

Cada individu de G2 té, com a dotació, zero unitats del bé de jove i una unitat del bé de gran. Cada individu de G1 i de G té, com a dotació, una unitat del bé de jove i zero unitats del bé de gran. La funció d'utilitat de cada individu jove en el moment t és $u_t = c_t \cdot c_{t+1}$, on c_t és el consum que l'individu fa de jove i c_{t+1} el consum que el mateix individu farà de gran. La funció d'utilitat de cada individu gran coincideix amb el consum que fa de gran.

Cada unitat acumulada per un individu jove en un període parell es transforma en $1 + d$ unitats en el següent període. D'aquest total $1 + d$, quan l'individu és gran, només pot consumir una unitat. Les altres d unitats es reparteixen igualitàriament entre els individus joves del període senar.

- Calcula l'equilibri general en cada període si els joves dels períodes senars mai no acumulen el capital que reben dels joves dels perídoes parells. [Opcional: torna a calcular l'equilibri general en cada període si els joves dels períodes senars es plantegen acumular el capital que reben i determina quant capital acumulen.]

1.13. Igualtat. En l'economia només hi ha un bé, que no pot acumular-se d'un període cap a un altre ni produir-se. Cada generació està formada per dos grups: G1 (format per n individus idèntics) i G2 (format per m individus idèntics). La funció d'utilitat de cada jove de G1 és $u_t = (c_t)^\beta \cdot c_{t+1}$ i la de cada jove de G2 és $u_t = c_t \cdot (c_{t+1})^\beta$, on c_t és el consum que l'individu fa de jove i c_{t+1} el consum que el mateix individu farà de gran

Cada individu de G2 té, com a dotació, zero unitats del bé de jove i una unitat del bé de gran. Cada individu de G1 té, com a dotació, una unitat del bé de jove i zero unitats del bé de gran.

- Determina l'equilibri general i l'efecte sobre la utilitat d'un membre de G1 d'un augment d'n.

- Calcula la quantitat τ del bé que cada jove de G1 ha de rebre o pagar de manera que, quan l'import $n \cdot \tau$ es distribueix igualitàriament entre els joves de G2, la utilitat de tots els joves de tots dos grups és la mateixa en l'equilibri general.

1.14. Capital per sempre. En l'economia només hi ha un bé, que pot acumular-se indefinidament. Cada generació està formada per individus idèntics. La funció d'utilitat de cada jove és $u_t = c_t \cdot c_{t+1}$, on c_t és el consum que l'individu fa de jove i c_{t+1} el consum que el mateix individu farà de gran. La funció d'utilitat de cada individu gran coincideix amb el seu consum.

Cada individu té, com a dotació, una unitat de treball de jove i cap de gran. Amb cada unitat de treball es produeixen α unitats del bé. Cada unitat de capital que un individu acumula de jove es transforma en β unitats del bé en el període següent. A més, del total de capital acumulat en el període t es preserva la proporció δ per al període $t + 1$. Aquest capital romanent és indistingible del bé que es produeix en $t + 1$ i es distribueix a parts iguals entre els joves del període $t + 1$.

- Redacta tu mateix/a les preguntes a respondre i respon-les. En un cas, suposa que la població és sempre constant (amb n membres) i en un altre que creix a la taxa $n > 0$.

1.15. Capital humà. En l'economia només hi ha un bé, que no pot acumular-se d'un període cap a un altre però que es pot produir-se combinant els factors treball i capital humà. La funció de producció de l'economia en cada moment t és $Y_t = (H_t)^{\alpha} \cdot (L_t)^{1-\alpha}$, on $0 < \alpha < 1$, H_t és el capital humà total en el període t i L_t és el volum total de factor treball en t.

Cada generació està formada per n individus idèntics, amb la funció d'utilitat de jove $u_t = c_t \cdot c_{t+1}$, on c_t és el consum que l'individu fa de jove i c_{t+1} el consum que el mateix individu farà de gran. Cada individu jove disposa d'una unitat de treball de jove i cap unitat de gran. Cada individu jove en t decideix quina part l_t del seu treball dedica a la producció del bé i quina part $1 - l_t$ destina a la formació de capital humà. La funció de formació de capital humà h_t a partir del treball $1 - l_t$ destinat a formar-lo és $h_t = \theta \cdot (1 - l_t)$, on $\theta > 1$. Formar capital humà té un cost: el cost, en unitats del bé, de crear una unitat de capital humà és $\gamma > 0$.

El capital humà acumulat de jove es pot fer servir de gran per a produir el bé. La remuneració de cada unitat de capital humà és la productivitat marginal del capital humà. La retribució de cada unitat de treball és la productivitat marginal del treball.

- Redacta tu mateix/a les preguntes a respondre i respon-les.

1.16. Capital i gent. En l'economia només hi ha un bé, que pot acumular-se d'un període cap al següent combinant els factors treball i capital. La funció de producció de l'economia en cada moment t és $Y_t = K_t \cdot L_t$, on K_t és l'estoc total de capital en el període t i L_t és el volum total de factor treball en t.

Cada generació està formada per individus idèntics, amb la funció d'utilitat de jove $u_t = c_t \cdot c_{t+1} \cdot n_{t+1}$, on c_t és el consum que l'individu fa de jove, c_{t+1} el consum que el mateix individu farà de gran i n_{t+1} és el nombre de fills que cada individu decideix tenir de jove. Cada individu jove disposa d'una unitat de treball de jove i cap unitat de gran. La unitat de treball de cada període t es ven a canvi d'un salari ω_t.

Cada jove decideix quants fills tenir i quina part del salari acumular en forma de capital. El cost de tenir cada fill és $\gamma > 0$ unitats del bé. El capital acumulat de jove en t es ven de gran en $t + 1$ a canvi d'un preu σ_{t+1}. Cada període la proporció de la producció total destinada a pagar salaris és la mateixa que la proporció destinada a remunerar el capital.

- Determina l'equilibri general de cada període, les trajectòries d'acumulació de capital i de creixement de la població, i determina els estats estacionaris de l'economia.

1.17. Comerç internacional. Hi ha dues economies, E1 i E2. Hi ha dos béns, C i D. En cada economia i cada període hi ha el mateix nombre n d'individus idèntics, que viuen un període. Cada individu disposa d'una unitat de treball, que pot destinar a produir qualssevol dels dos béns.

En E1: (i) la quantitat l de treball pot produir $\alpha \cdot l$ unitats del bé C, on $\alpha > 1$; i (ii) la quantitat l de treball pot produir l unitats del bé D.

En E2: (i) la quantitat l de treball pot produir $\alpha \cdot l$ unitats del bé D (el paràmetre α és el mateix que el d'E1); i (ii) la quantitat l de treball pot produir l unitats del bé C.

L'economia E1 pot exportar bé C a l'economia E2 a canvi de bé D (per tant, E2 pot exportar D a canvi de C). La relació d'intercanvi és d'u a u: una unitat de C s'intercanvia sempre per una unitat de D.

La funció d'utilitat de cada membre d'E1 és $u_{1t} = c_{1t} \cdot \left(d_{1t} + \tilde{d}_t\right)^2$, on c_{1t} és el consum que l'individu fa del bé C (per força, produït a E1), d_{1t} és el consum que ell mateix fa del bé D produït a E1 i $\tilde{d}_t$ és el consum que l'individu fa del bé D importat d'E2.

La funció d'utilitat de cada membre d'E2 és $u_{2t} = (c_{2t} + \tilde{c}_t)^2 \cdot d_{2t}$, on d_{2t} és el consum que l'individu fa del bé D (per força, produït a E2), c_{2t} és el consum que ell mateix fa del bé C produït a E2 i $\tilde{c}_t$ és el consum que l'individu fa del bé C importat d'E1.

- Determina l'equilibri general de cada economia si les economies són autàrquiques.

- Determina l'equilibri general de cada economia si hi ha comerç internacional i avalua en quina economia els individus guanyen proporcionalment més en el trànsit d'una economia tancada a una d'oberta.

Part 2

2.1. Solow i Swan amb funció de producció per càpita inicialment convexa. Analitza gràficament el model de Solow i Swan bàsic quan la funció de producció per càpita és inicialment convexa i després es torna còncava. En particular: (i) identifica tots els possibles estats estacionaris; (ii) explica quins són estables i quins no; i (iii) indica com obtenir la taxa d'estalvi que satisfaria la regla d'or.

2.2. Solow i Swan amb funció de producció per càpita eventualment convexa. Analitza gràficament el model de Solow i Swan bàsic quan la funció de producció per càpita és inicialment còncava i després, eventualment, es torna convexa. Específicament: (i) identifica tots els possibles estats estacionaris; (ii) explica quins són estables i quins no; i (iii) indica com obtenir la taxa d'estalvi que satisfà la regla d'or.

2.3. Solow i Swan amb tres estats estacionari. Construeix gràficament un model de Solow i Swan bàsic on: (i) totes les funcions siguin contínues; (ii) hi hagi tres estats estacionaris; i (iii) tots tres estats siguin estables.

2.4. Solow i Swan sense creixement de la població i sense progrés tecnològic. Considera el model de Solow i Swan sense creixement de la població i sense progrés tecnològic on la funció de producció agregada és $Y = K^{1/2} \cdot L^{1/2}$, la taxa d'estalvi és $\mathbb{s} = 1/2$ i la funció de depreciació és $d = \delta \cdot k$, on $\delta = 1/4$ si $k < 10$ i on $\delta = 1/8$ si $k \geq 10$.

- Troba tots els valors del capital per càpita d'estat estacionari, explica quins són estables i quins no, i calcula la taxa d'estalvia que satisfà la regla d'or.

2.5. Solow i Swan sense creixement de la població i sense progrés tecnològic. Considera el model de Solow i Swan sense creixement de la població i sense progrés tecnològic on la funció de producció agregada és $Y = K^{1/2} \cdot L^{1/2}$, la taxa d'estalvi és $\mathbb{s} = 1/2$ i la funció de depreciació és $d = k/4$ si $k < 32/3$ i $d = 4 - k/8$ si $k \geq 32/3$.

- Troba tots els valors del capital per càpita d'estat estacionari, explica quins són estables i quins no, i calcula la taxa d'estalvia que satisfà la regla d'or.

2.6. Solow i Swan amb estalvi constant i depreciació eventualment decreixent. Analitza gràficament el model de Solow i Swan bàsic quan la funció d'estalvi és constant (no depèn de k) i la funció de depreciació és còncava, inicialment creixent i eventualment decreixent. En concret: (i) identifica tots els possibles estats estacionaris; (ii) explica quins són estables i quins no; i (iii) indica com obtenir la taxa d'estalvi que satisfà la regla d'or.

2.7. Solow i Swan sense funció de producció Cobb-Douglas. Considera el model de Solow i Swan sense creixement de la població i sense progrés tecnològic on la funció de producció agregada és $Y = L + K^{1/2} \cdot L^{1/2}$, la taxa d'estalvi és $\mathbb{s} = 1/2$ i la taxa de depreciació és $\delta = 1/4$. (i) Calcula tots els possibles estats estacionaris, (ii) explica quins són estables i quins no, i (iii) troba la taxa d'estalvi que satisfà la regla d'or.

2.8. Solow i Swan amb funció d'estalvi definida per trams. Considera el model de Solow i Swan sense creixement de la població i sense progrés tecnològic on la funció de producció agregada és $Y = L + K^{1/2} \cdot L^{1/2}$, la taxa de depreciació és $\delta = 1/4$ i la funció d'estalvi és $s = 1/2$ si $k \leq 4$, $s = -3/2 + k/2$ si $9 < k < 4$ i $s = 3$ si $k > 9$. (i) Calcula tots els possibles estats estacionaris, (ii) explica quins són estables i quins no, i (iii) troba la taxa d'estalvi que satisfà la regla d'or.

2.9. Solow i Swan sense creixement de la població i sense progrés tecnològic. Considera el model de Solow i Swan sense creixement de la població i sense progrés tecnològic on la funció de depreciació d del capital per càpita, en comptes de ser la funció $d = \delta \cdot k$, és la funció $d = 3/4$, si $k < 1$ i $d = 2/3 + k/12$, si $k \geq 1$. La taxa d'estalvi és $1/2$ i la funció de producció agregada és $Y = K^{1/2} \cdot L^{1/2}$.

(i) Representa gràficament el model, identifica a la gràfica els estats estacionaris, explica quins dels estats estacionaris són estables i calcula el consum per càpita a cada estat estacionari.

2.10. Solow i Swan sense creixement de la població i sense progrés tecnològic. Considera el model de Solow i Swan sense creixement de la població i sense progrés tecnològic on la funció de depreciació d del capital per càpita, en comptes de ser la funció $d = \delta \cdot k$, és la funció $d = 0$, si $k \leq 1$ i $d = k - 1$, si $k > 1$. La funció d'estalvi per càpita és $s = k/2$ si $k \leq 4$ i $s = (6k - 14)/5$ si $k > 4$.

(i) Representa gràficament el model, identifica a la gràfica els estats estacionaris i explica quins dels estats estacionaris són estables i calcula el consum per càpita a cada estat estacionari.

2.11. Model de Solow i Swan amb diferents taxes d'estalvi. Considera el model de Solow i Swan sense creixement de la població ni progrés tecnològic on la taxa de depreciació del capital per càpita és $\delta = 1/8$, la funció de producció agregada és $Y = K^{1/2} \cdot L^{1/2}$ i la taxa d'estalvi és $\mathbb{s} = 1/4$ si $k \leq 8$ i és $\mathbb{s} = 1/2$ si $k > 8$.

(i) Determina el capital per càpita i el consum per càpita a tots els estats estacionaris.
(ii) Representa gràficament el model, identifica a la gràfica els estats estacionaris i explica quins dels estats estacionaris són estables.

2.12. Model de Solow i Swan amb creixement de la població i progrés tecnològic. Considera el model de Solow i Swan amb funció de producció agregada $Y = K^{1/2} \cdot L^{1/2}$, on la taxa d'estalvi és el doble de la taxa de depreciació del capital per càpita i on la taxa de creixement $n > 0$ de la població és la mateixa que la taxa d'acumulació del progrés tecnològic.

(i) Determina la fórmula que estableix el capital per càpita d'estat estacionari.
(ii) Partint de la fórmula trobada a (i), calcula la derivada parcial respecte de la taxa d'estalvi i respecte de la taxa de creixement de la població. Interpreta els resultats.