3. El model de generacions encavalcades amb producció exògena i instruments de millora del benestar: pensions, diner fiduciari i tecnologies d'acumulació

3.1. Pensions

• **El model.** L'economia és la descrita en l'epígraf 1.1 (només hi ha un mercat de préstecs) amb l'única novetat que el govern pretén introduir un sistema de pensions que s'autofinança. El govern pot triar entre dos sistemes bàsics de pensions.

• **Sistema de pensions de capitalització.** En aquest sistema, el govern estableix un impost $\tau(t)$ sobre els joves en el període t, presta la recaptació en el mercat de préstecs en t i transfereix, en forma de pensió $p(t+1)$, el rendiment dels préstecs als grans en el període $t+1$.

• **Sistema de pensions de repartiment.** Caracteritza aquest sistema que la pensió $p(t)$ que reben els grans del període t es finança amb un impost $\tau(t)$ que paguen els joves del mateix període t.

• **Anàlisi del sistema de capitalització.** Aquest sistema pot interpretar-se com si un consumidor jove es pagués la seva pròpia pensió de gran a través del govern: és com si el govern prengués l'estalvi dels joves, els invertís prestant-los en el mercat de préstecs i, quan els joves es fan grans, reben com a pensió el rendiment dels préstecs que va fer el govern en el període anterior. Amb aquesta política de finançament de les pensions, són els joves són forçats a estalvir més del que voldrien? Quan es jove, la restricció pressupostària d'un consumidor i és

$$c_t^i(t) + l^i(t) + \tau(t) = w_t^i(t);$$

quan és gran, és

$$c_t^i(t+1) = w_t^i(t+1) + R(t) \cdot \left[l^i(t) + \tau(t)\right]$$

on l^i representa el que i estalvia voluntàriament i τ és l'impost que es paga al govern. El govern inverteix τ per a aconseguir la taxa d'interès bruta de mercat R i, en següent període $t+1$, transfereix el resultat $R \cdot \tau$ del préstec al consumidor i. Definint $L^i(t) = l^i(t) + \tau(t)$, les restriccions pressupostàries formalment coincideixen amb les restriccions sense la pensió. Sense pensió, s'estalvia L^i; amb pensió, l'estalvi voluntari es redueix fins a l^i per a poder pagar l'impost, però de manera que $l^i + \tau = L^i$. Per tant, l'estalvi voluntari l^i es retalla (quan hi ha pensió) per a mantenir el consum (que es tenia sense pensió). En resum, la pensió no té efecte sobre la decisió d'estalvi: malgrat que el govern administra la part τ de l'estalvi total del consumidor, en darrera instància el consumidor rep de gran el mateix que si ell mateix hagués administrat τ.

• **Anàlisi del sistema de repartiment.** Ara la pensió $p(t)$ assignada a un gran en t prové de l'impost $\tau(t)$ que en el mateix període paga una generació diferent: el joves en t. Suposem (i) que la població creix a la taxa constant n i (ii) que el govern equilibria el pressupost:

$$\tau(t) \cdot N(t) = p(t) \cdot N(t-1). \tag{1}$$

La condició (1) diu que la recaptació $\tau(t) \cdot N(t)$ of tax receipts en t de la generació nascuda en t és igual al pagament $p(t) \cdot N(t-1)$ de pensions en t als que són grans en t (que van néixer en t – 1). Atès que la problació creix a la taxa n,

$$\tau(t) \cdot (1+n) \cdot N(t-1) = p(t) \cdot N(t-1)$$

i, per tant,

$$\tau(t) \cdot (1+n) = p(t).$$

La restricció pressupostària del consumidor i de jove és

$$c_t^i(t) + l^i(t) + \tau(t) = w_t^i(t);$$

de gran és

$$c_t^i(t+1) = w_t^i(t+1) + R(t) \cdot l^i(t) + p(t) = w_t^i(t+1) + R(t) \cdot l^i(t) + \tau(t) \cdot (1+n).$$

La restricció pressupostaria vital és

$$c_t^i(t) + \frac{c_t^i(t+1)}{R(t)} = w_t^i(t) + \frac{w_t^i(t+1)}{R(t)} + \tau(t) \cdot \left(\frac{1+n}{1+r(t)} - 1\right).$$

Sense la pensió, el terme $\tau(t) \cdot \left(\frac{n-r}{1+r(t)}\right)$ no apareix, on $r(t)$ és la taxa d'interès neta en t. Si $n > r(t)$, aleshores la restricció pressupostària amb pensió queda per damunt de la restricció sense pensió. Per aquest motiu, <u>un lot de consum més preferit per als consumidors joves esdevé factible</u>. Si $n < r(t)$, la restricció amb la pensió queda per sota de la restricció sense i, com a resultat, <u>la pensió redueix la utililitat dels consumidors joves</u>. La conclusió és que, a diferència del sistema de capitalització, el sistema de repartiment por millorar o empitjorar el benestar dels joves.

• **El sistema de repartiment com a esquema piramidal.** En un esquema piramidal, una mena de club es crea de manera que els nous membres fan un pagament als membres existents i reben pagaments dels membres futurs. En el sistema de repartiment, tothom és membre del club, els nous membres són els joves, la taxa d'interès neta r captura el pagament dels entrants i n determina el pagament disponible per als futurs membres. En la mesura que el conjunt de membres potencials (els joves) sigui més gran que el conjunt de membres (els grans), és profitós de pertànyer al club. En una economia amb la població en expansió hi ha potencial per a què els joves siguin suficients per a finançar la pensió del grans, la condició precisa essent $n > r$: la taxa de creixement de la població és superior a la taxa d'interès. L'argument intuïtiu és que contribuir una unitat de bé de jove al sistema de pensions en t dóna dret a rebre $1 + r$ unitats de gran, en $t + 1$. Si cada jove en $t + 1$ paga una unitat, llavors calen $1 + r$ consumidors per a aplegar $1 + r$ unitats. Per tant, $n \geq r$ és necessari per a la sostenibilitat del sistema de pensions.

• **Exemple.** Sigui $r = 1/2$, amb 100 consumidors grans. Si cada gran va pagar de jove en t – 1 un impost d'una unitat, aleshores el conjunt de grans ha de rebre en t una pensió total de $100 \cdot \left(1 + \frac{1}{2}\right) = 150$. Si el nombre de joves en t fos 100 (indicant que $n = 0$) i <u>si l'impost d'una unitat no canvia</u>, la recaptació provinent dels joves en t només pujaria a 100. Aquest import és insuficient per a cobrir les necessitats de 150. Per consegüent, n ha de ser tal que $100 \cdot (1+n) = 150$. Això és, $n = 1/2$ és el valor mínim que fa el sistema de pensions viable quan $r = 1/2$ i l'impost que finança les pensions no s'altera. Si l'impost es pot modificar, sostenir el sistema de pensions amb $n < r$ demana sobrecarregar els joves fent-los pagar més que les generacions precedents. En darrera instància la sostenibilitat del sistema requereix que, col·lectivament, els joves puguin finançar el pagament que reben els grans. Això es pot aconseguir fent créixer els contribuents (incrementant n) o la seva contribució (apujant τ).

3.2. Diner fiduciari

• **Diner fiduciari.** Diner fiduciari és un actiu sense valor intrínsec que s'accepta en el període present a canvi del bé amb la creença que s'acceptarà a canvi del bé en el període següent.

• **Un model sense diner fiduciari.** Totes les generacions són idèntiques. Cada generació creix a la taxa constant $n > 0$. La gent gran no té dotació. En concret, per a tota generació t i $i \in N(t)$, $N(t) = (1+n) \cdot N(t-1)$, $u_t^i\left(c_t^i(t), c_t^i(t+1)\right) = c_t^i(t) \cdot c_t^i(t+1)$, $w_t^i = (w, 0)$ i la funció d'utilitat de cada consumidor gran coincideix amb el seu consum.

• **Solució.** L'actiu que s'intercanvi per bé en el mercat de préstecs (el préstec del bé) pot ser interpretat com diner endogen ('inside money'). Com que tots els joves són idèntics, no hi ha diner endogen, ja que no hi ha mercat de préstecs. De fet, tots els joves voldrien prestar el bé (adquirint a canvi diner endogen) i cap d'ells no voldria manllevar-lo (venent diner endogen: la promesa de retorn del bé en el següent període). En conseqüència, no hi ha intercanvi i tots els consumidors han de consumir les seves dotacions. Se segueix que els grans no consumeixen.

• **El model amb diner fiduciari.** L'objectiu és demostrar que amb diner fiduciari, introduït exògenament, es pot maximitzar la utilitat de cada generació.

• **Consum que maximitza la utilitat dels joves.** El lot de consum que maximitzaria el benestar de la generació t de joves s'obté maximitzant la funció d'utilitat comuna u_t^i sotmès a la restricció pressupostària de la generació en el període t

$$N(t) \cdot c_t^i(t) + N(t-1) \cdot c_{t-1}^i(t) = N(t) \cdot w \tag{2}$$

on w és dotació d'un jove. El costat dret de (2) representa la quantitat total de bé disponible en el període t, en tant que el costat esquerre estableix el consum total del bé en el període t: la quantitat $N(t) \cdot c_t^i(t)$ que els joves consumeixen més la quantitat $N(t-1) \cdot c_{t-1}^i(t)$ consumida pels grans. Amb $N(t) = (1+n) \cdot N(t-1) > 0$ i $c_{t-1}^i(t) = c_t^i(t+1)$, se segueix que

$$c_t^i(t) + \frac{c_t^i(t+1)}{1+n} = w$$

on n pot ser vist com una mena de taxa d'interès biològica.

Tenint-se $u_t^i = c_t^i(t) \cdot c_t^i(t+1)$, la maximització d' u_t^i requereix que

$$1 + n = \frac{c_t^i(t+1)}{c_t^i(t)} \qquad \text{i} \qquad c_t^i(t+1) = \left[w - c_t^i(t)\right] \cdot (1+n).$$

D'aquestes condicions resulta $c_t^i(t) = \frac{w}{2}$ i $c_t^i(t+1) = (1+n) \cdot \frac{w}{2}$. La utilitat de cada jove és $u_t^i\left(\frac{w}{2}, (1+n) \cdot \frac{w}{2}\right) = \frac{(1+n) \cdot w^2}{4} > 0$; la de cada gran és $c_t^i(t+1) = \frac{(1+n) \cdot w}{2} > 0$. En comparació, en l'equilibri general, cada consumidor consumeix la seva dotació: la utilitat de cada jove és $u_t^i(w, 0) = 0$ i la de cada gran és $c_t^i(t+1) = w_t^i(t+1) = 0$.

• **Introduint un mercat (competitiu) de diner.** Els anteriors resultats mostren que la solució maximitzadora del benestar (la que triaria un planificador social benevolent) no és assolible amb el mercat de préstecs. Es demostra a continuació que seria assolible amb un mercat de diner. En particular, imaginem que els grans inventen el diner fiduciari en el període 1: un actiu sense valor intrínsec creat amb la intenció de ser generalment acceptat a canvi del bé en un mercat competitiu. Sigui M la quantitat de diner creada en $t = 1$ i, per a tot t, sigui $p(t)$ el preu del bé en diner: en t, una unitat del bé equival a $p(t)$ unitats de diner. Per tant, $p(t)$ representaria el nivell de preus de l'economia (diner per unitat de bé) i $1/p(t)$ seria el preu, valor o poder adquisitiu del diner (la quantitat de bé que una unitat de diner pot comprar en el període t).

• **Equilibri en el mercat de diner.** El mercat de diner fa possible que un jove estalviï poder de compra aconseguint diner. Sigui $m^i(t)$ el nombre d'unitats monetàries que el consumidor i adquireix en t. Això fa que les restriccions pressupostàries d'i siguin de jove i de gran, respectivament,

$$c_t^i(t) + \frac{m^i(t)}{p(t)} = w \qquad \text{i} \qquad c_t^i(t+1) = \frac{m^i(t)}{p(t+1)}$$

on $\frac{m^i(t)}{p(t)}$ representa la quantitat de bé que cal pagar en t (donat el preu $p(t)$ del bé en diner o, equivalentment, el preu $\frac{1}{p(t)}$ en bé del diner) per a obtenir $m^i(t)$ unitats de diner i $\frac{m^i(t)}{p(t+1)}$ és la quantitat de bé que es pot comprar en $t+1$ amb unitats de diner, donat el preu $p(t+1)$ del bé. De la primera restricció, la demanda individual de diner en t resulta ser $m^i(t) = p(t) \cdot \left[w - c_t^i(t)\right]$. La demanda agregada de diner en t seria aleshores $N(t) \cdot m^i(t)$. En l'equilibri del mercat de diner, demanda agregada en t és igual a l'oferta agregada en t. Això és, $N(t) \cdot m^i(t) = M$. Així doncs,

$$p(t) = \frac{M}{N(t) \cdot \left[w - c_t^i(t)\right]} \; .$$

Aquesta relació també val per a $t+1$:

$$p(t+1) = \frac{M}{N(t+1) \cdot \left[w - c_{t+1}^i(t+1)\right]} \; .$$

Essent les generacions idèntiques, $c_{t+1}^i(t+1) = c_t^i(t)$. Sabent que $N(t+1) = (1+n) \cdot N(t)$ s'obté la condició d'equilibri del mercat de diner:

$$\frac{p(t)}{p(t+1)} = \frac{N(t+1)}{N(t)} = 1 + n \, .$$

• **Rendibilitat del diner.** La raó

$$P = \frac{p(t)}{p(t+1)}$$

és la <u>taxa de rendibilitat bruta del diner fiduciari</u>: la quantitat de bé que s'aconsegueix en $t+1$ invertint en t una unitat de bé en diner. Una unitat del bé en t permet d'obtenir $p(t)$ unitats de diner en t. Atès que cada unitat de diner pot comprar $1/p(t+1)$ unitats del bé en $t+1$, es conclou que $p(t)$ unitats de diner permeten l'adquisició de $P = p(t)/p(t+1)$ unitats del bé en $t+1$. En suma:

$$1 \text{ unitat del bé en } t \ \rightarrow \ p(t) \text{ unitats de diner } t \ \rightarrow \ \frac{p(t)}{p(t+1)} \text{ unitats del bé en } t+1$$

• **Interpretant l'equilibri en el mercat de diner.** La interpretació d'n com a taxa d'interès real neta vol dir que el valor real futur d'un actiu és $(1+n)$ vegades el valor real present de l'actiu. En el cas que ens ocupa, l'actiu és el diner fiduciari i el valor real en el període t d'una unitat de diner és $\frac{1}{p(t)}$. Aquesta conclusió deriva del fet que $\frac{1}{p(t)}$ mesura el poder adquisitiu en t d'una unitat de diner. Si, per tant, s'assumeix que la taxa d'interès real bruta és $1+n$, aleshores el valor real en $t+1$ d'$\frac{1}{p(t)}$ és $\frac{1}{p(t)} \cdot (1+n)$. Aquesta magnitud ha de representar el valor real de l'actiu 'diner' en $t+1$. Per definició, el valor real del diner en $t+1$ és el seu poder adquisitiu $\frac{1}{p(t+1)}$. Recapitulant, s'ha de tenir que

$$\frac{1}{p(t+1)} = \frac{1}{p(t)} \cdot (1+n)$$

o, reordenant,

$$\boxed{\frac{p(t)}{p(t+1)} = 1+n} \tag{3}$$

que és la condició d'equilibri del mercat de diner. Aquesta condició pot interpretar-se que és avalada per l'<u>arbitratge</u>: la rendibilitat (en termes real) $1+n$ de fer un préstec hipotètic del bé ha de ser la mateixa que la rendibilitat $\frac{p(t)}{p(t+1)}$ d'invertir en diner.

• **Consum que maximitza la utilitat dels joves amb diner.** La demanda de diner d'un jove i s'obté maximitzant $u_t^i\left(c_t^i(t), c_t^i(t+1)\right) = c_t^i(t) \cdot c_t^i(t+1)$ sotmès a $c_t^i(t) + \frac{m^i(t)}{p(t)} = w$ i $c_t^i(t+1) = \frac{m^i(t)}{p(t+1)}$. Per tant, i tria $m^i(t)$ per a

$$\text{maximitzar } \left(w - \frac{m^i(t)}{p(t)}\right) \cdot \frac{m^i(t)}{p(t+1)}$$

on, atès que el mercat de diner es considera competitiu, els preus $p(t)$ i $p(t+1)$ s'assumeixen donats. Després d'igualar a zero la derivada respecte d'$m^i(t)$, la demanda real de diner és

$$\frac{m^i(t)}{p(t)} = \frac{w}{2}.$$

El consum d'un consumidor jove i el consum d'un consumidor gran resulten ser

$$c_t^i(t) = w - \frac{m^i(t)}{p(t)} = \frac{w}{2} \qquad \text{i} \qquad c_t^i(t+1) = \frac{m^i(t)}{p(t+1)} = \frac{w \cdot \frac{p(t)}{2}}{p(t+1)} = \frac{w \cdot (1+n)}{2}.$$

Els resultats anteriors mostren que <u>el diner fiduciari</u> (i) <u>genera el nivells de consum que maximitzen el benestar</u> i (ii) milloren la situació on no hi ha intercanvi. La capacitat del diner fiduciari com a mecanisme per a augmentar el benestar depèn de la seva abilitat de fer de dipòsit de valor, la qual cosa requereix que els consumidors creguin que el diner que compren de joves podrà ser intercanviat pel bé de grans. Si els joves en t no expectessin que els joves en $t+1$ estaran disposats a acceptar diner a canvi del bé, aleshores els joves en t no acceptarien el diner. En aquest cas, el diner esdevindria inútil i perdria tota funció econòmica.

El problema s'ha resolt susbtituint les restriccions pressupostàries $c_t^i(t) + \frac{m^i(t)}{p(t)} = w$ i $c_t^i(t+1) = \frac{m^i(t)}{p(t+1)}$ en la funció d'utilitat. Alternativament, es podrien haver combinat les dues restriccions de manera que s'eliminés $m^i(t)$, obtenint-se el problema de

$$maximitzar_{\{c_t^i(t),\, c_t^i(t+1)\}} \ \ u_t^i\left(c_t^i(t), c_t^i(t+1)\right) = c_t^i(t) \cdot c_t^i(t+1)$$

$$sotmès\ a \ \ c_t^i(t) + \frac{p(t+1)}{p(t)} \cdot c_t^i(t+1) = \ w_t^i(t)\,.$$

Fent $R = 1 + n$, la condició (3) d'equilibri del mercat de diner implicaria $\frac{p(t+1)}{p(t)} = \frac{1}{R}$. D'aquí que la restricció pressupostària seria la condició habitual $c_t^i(t) + \frac{c_t^i(t+1)}{R(t)} = \ w_t^i(t) + \frac{w_t^i(t+1)}{R(t)}$ disfressada. Definint la taxa d'inflació en el període t com

$$\pi(t) = \frac{p(t) - p(t-1)}{1+n}.$$

resulta

$$1 + \pi(t) = \frac{1}{1+n}$$

o, equivalentment,

$$\boxed{\pi(t) = -\frac{n}{1+n}.}$$

Això vol dir que la economia experimenta <u>deflació</u>: el nivell de preus cau a una taxa constant. Atès que

$$\pi(t) = -\frac{1}{1+\frac{1}{n}}$$

la deflació és més intensa com més gran és la taxa n de creixement de la població:

$$\uparrow n \ \Rightarrow \downarrow \tfrac{1}{n} \Rightarrow \uparrow \tfrac{1}{1+\frac{1}{n}} \ \Rightarrow \uparrow |\pi|\,.$$

A més, $c_t^i(t+1) = \frac{w/2}{1+\pi(t+1)}$: de gran es consumeix la meitat del valor present descomptat (tenint en compte la inflació) de la dotació de jove.

3.3. Tecnologies d'acumulació

• **Fent el bé acumulable.** En aquesta secció s'introdueix una tecnologia que fa possible acumular el bé d'un període al següent. En concret, es considera la següent economia. Cada jove i té la funció d'utilitat $u_t^i = c_t^i(t) \cdot c_t^i(t+1)$. Cada generació consta de dos grups, 1 i 2. Hi ha n_i membres en el grup $i \in \{1,2\}$. Cada membre del grup 1 té dotació $(0,\, w_1')$. Cada membre del grup 2 té dotació $(w_2,\, w_2')$. Hi ha una tecnologia de lliure accés que permet transferir el bé d'un període al següent: per cada unitat de bé acumulada en el període t es reben λ unitats del bé en $t+1$, on $0 < \lambda \leq 1$. El valor $1-\lambda$ representaria el <u>cost de fer servir la tecnologia</u>, ja que $1-\lambda$ seria la quantitat de bé perduda per unitat de bé acumulada. Aquest valor també pot interpretar-se com una mesura de la <u>depreciació</u> del bé. D'altra banda, es presumeix que la tecnologia és d'acumulació, no pas de producció: exigir que $\lambda \leq 1$ significa que no es pot tenir en $t+1$ més quantitat de l'acumulada en t. Els models considerats fins ara correspondrien amb el cas $\lambda = 0$. El cas $\lambda > 1$ indicaria que es tracta d'una tecnologia de producció i es tractarà en temes posteriors.

• **Cas $\boldsymbol{\lambda = 0}$.** Assumint només mercat de préstecs, la funció d'estalvi d'un membre del grup 1 és $s_1 = -\frac{w_1'}{2\cdot R}$ i la d'un del grup 2 és $s_2 = \frac{w_2}{2} - \frac{w_2'}{2\cdot R}$. La funció d'estalvi agregat és $S = n_1 \cdot s_1 + n_2 \cdot s_2 = \frac{n_2 \cdot w_2}{2} - \frac{n_1 \cdot w_1' + n_2 \cdot w_2'}{2\cdot R}$. En equilibri, $S = 0$. Així doncs,

$$R = \frac{n_1 \cdot w_1' \,+\, n_2 \cdot w_2'}{n_2 \cdot w_2} = \frac{\frac{n_1}{n_2} \cdot w_1' \,+ w_2'}{w_2}.$$

Si $R > 1$, la introducció de la tecnologia d'acumulació (que implicaria $\lambda \leq 1$) seria irrellevant. Prestant en t una unitat del bé, es rebria $R > 1$ en $t+1$. Per això no hi hauria necessitat de recórrer a la tecnologia d'acumulació, donat que aquesta proporcionaria només λ unitats en $t+1$ per unitat acumulada en t. Per exemple, si $w_1' = 8$, $w_2 = 6$, $w_2' = 2$ i $n_1 = n_2$, llavors $R = 5/3$ i la tecnologia d'acumulació seria innecessària.

• **Relació entre tecnologia i taxa d'interès.** De l'anterior anàlisi es dedueix que <u>si una tecnologia d'acumulació fa possible que una unitat en t esdevingui $\lambda \leq 1$ unitats en $t+1$, aleshores la taxa d'interès $R(t)$ ha de ser almenys λ</u>. El motiu és simple: si acumulant una unitat avui t'assegures λ unitats demà, el mercat de préstecs t'hauria de garantir rebre λ unitats per unitat prestada. Quan $\lambda = 0$, aquesta relació comporta $R \geq 0$: tenir $R < 0$ suposaria que prestar avui portés associat renunciar a més bé demà (prestar avui implica haver de pagar demà per haver prestat avui).

• **Cas $\boldsymbol{0 < \lambda \leq 1}$.** Per a un jove i de la generació of generation t, sigui $k^i(t+1)$ la quantitat de bé que i acumula (el seu "capital"). Simplificant la notació, les restriccions pressupostàries d'un membre del grup 1 serien $c_1 + k_1' + l_1 = 0$ i $c_1' = w_1' + \lambda \cdot k_1' + R \cdot l_1$. Dividint per R la segona equació i sumant-les totes dues, s'obté la restricció pressupostària vital d'un membre del grup 1:

$$c_1 \,+\, \frac{c_1'}{R} \,=\, \frac{w_1'}{R} \,+\, k_1' \cdot \left(\frac{\lambda}{R} - 1\right).$$

Per la relació entre tecnologia i taxa d'interès, cal que $R \geq \lambda$: si $R < \lambda$, no hi ha mercat de préstecs. I si $R > \lambda$, aleshores la tecnologia d'acumulació és inútil: seria com tenir $\lambda = 0$. Consegüentment, $R > \lambda$ porta a la solució del cas sense tecnologia. Tot plegat deixa $R = \lambda$ com l'única possibilitat on el mercat de préstecs pot coexistir amb una tecnologia d'acumulació que es podria fer servir. Per analogia, la restricció pressupostària vital d'un membre del grup 2 és

$$c_2 + \frac{c_2'}{R} = w_2 + \frac{w_2'}{R} + k_2' \cdot \left(\frac{\lambda}{R} - 1\right).$$

Restringint l'anàlisi si $R = \lambda$, les restriccions pressupostàries dels membres dels dos grups serien

$$c_1 + \frac{c_1'}{R} = \frac{w_1'}{R} \quad \text{i} \quad c_2 + \frac{c_2'}{R} = w_2 + \frac{w_1'}{R}.$$

Són les mateixes restriccions presents quan la tecnologia no existeix. Per aquesta raó la funció d'estalvi agregat és la calculada anteriorment: $S = \frac{n_2 \cdot w_2}{2} - \frac{n_1 \cdot w_1' + n_2 \cdot w_2'}{2 \cdot R}$. La diferència és que, en equilibri, l'estalvi ha de finançar la inversió, essent considerat el capital acumulat pels consumidors una forma d'inversió. Resumint, la nova condició d'equilibri esdevé $S = K'$, on $K' = n_1 \cdot k_1' + n_2 \cdot k_2'$ és la quantitat total de bé acumulada per al següent període.

• **Exemple.** Sigui $w_1' = 8$, $w_2 = 6$, $w_2' = 2$ i $n_2 = 4 \cdot n_1$. Llavors $S = n_1\left(12 - \frac{8}{R}\right)$. Sense tecnologia d'acumulació, en equilibri, $S = 0$ i $R = \frac{2}{3}$. Amb la tecnologia, en equilibri, $n_1\left(12 - \frac{8}{R}\right) = n_1 \cdot k_1' + 4 \cdot n_1 \cdot k_2'$. Per tant, en la mesura que s'assumeix $R = \lambda$,

$$k_1' = 12 - \frac{8}{\lambda} - 4 \cdot k_2' \cdot \tag{4}$$

La condició (4) estableix que la relació entre la quantitat acumulada pels membres de cada grup que s'ha de donar per a assolir un equilibri general on $R = \lambda$, això és, hom és indiferent entre prestar i acumular el bé. Com que hi ha molts parells (k_1', k_2') que satisfan (4), es conclou que l'economia té un nombre infinit d'equilibris (ara un equilibri general ha d'especificar també la quantitat de capital que cada consumidor acumula cada període). Com a il·lustració, si $\lambda = 4/5$, (4) esdevé $k_1' = 2 - 4 \cdot k_2'$, on $k_1' \geq 0$ i $k_2' \geq 0$. Així, si $k_2' = \frac{1}{4}$, llavors $k_1' = 1$; si $k_2' = 0$, es tindrà $k_1' = 2$; i si $k_2' = \frac{1}{2}$, caldrà $k_1' = 0$. Per a verificar que $k_1' = 2 - 4 \cdot k_2'$ s'ha de complir en equilibri, convé recordar que $s_1 = -\frac{w_1'}{2 \cdot R} = -5$ i que $s_2 = \frac{w_2}{2} - \frac{w_2'}{2 \cdot R} = \frac{7}{4}$. En conseqüència,

$$S = S_1 + S_2 = -5 \cdot n_1 + 4 \cdot n_1 \cdot \frac{7}{4} = 2 \cdot n_1.$$

L'anterior fórmula indica l'estalvi total en l'economia si $R = \lambda = 4/5$. Així, $2 \cdot n_1$ ha de representar la quantitat total K' de bé acumulada cada període: $K' = n_1 \cdot k_1' + n_2 \cdot k_2' = n_1 \cdot (k_1' + 4 \cdot k_2')$. Per tant, $S = K'$ implicarà $2 \cdot n_1 = n_1 \cdot (k_1' + 4 \cdot k_2')$ o, de manera equivalent, $2 = k_1' + 4 \cdot k_2'$; és a dir, $k_1' = 2 - 4 \cdot k_2'$, que és (4) quan $\lambda = 4/5$.