9. Política monetària en models d'oferta i demanda agregada

9.1. Un model on la política monetària és irrellevant

Les variables es mesuren en logaritmes naturals (neperians). La funció d'oferta agregada (OA) de curt termini de l'economia és

$$y_t = y^* + \alpha \cdot (p_t - E_{t-1}p_t) + u_t \quad (1)$$

on $\alpha > 0$, y^* és el PIB potencial, p_t és el nivell de preus, $E_{t-1}p_t$ és l'expectativa sobre el nivell de preus del període t formada en $t-1$ (fent servir "efficientment" tota la informació disponible en $t-1$), i $u_t \sim N(0, \sigma_u^2)$ és una variable aleatòria independent. L'equació (1) expressa la idea que si el nivell de preus se subestima (això és, $p_t > E_{t-1}p_t$), aleshores s'ofereix treball "en excés" i la producció supera el nivell potencial. La funció de demanda agregada (DA) de curt termini de l'economia és

$$y_t = a + \beta \cdot (m_t - p_t) + \beta' \cdot E_{t-1}(p_{t+1} - p_t) + v_t \quad (2)$$

on $\beta, \beta' > 0$, el terme real $m_t - p_t$ captura la relació LM (l'efecte Keynes), la taxa d'inflació expectada $E_{t-1}(p_{t+1} - p_t)$ representa un efecte de Tobin i $v_t \sim N(0, \sigma_v^2)$ és una variable aleatòria independent no correlacionada amb u_t: $E(u_t, v_t) = 0$. Una interpretació de (2) és que una taxa superior d'inflació expectada comporta una taxa d'interès real menor, una inversió superior i una demanda agregada més gran.

L'autoritat monetària s'assumeix que aplica la regla monetària

$$m_t = \gamma_0 + \gamma_1 \cdot m_{t-1} + \gamma_2 \cdot y_{t-1} + z_t \quad (3)$$

on $z_t \sim N(0, \sigma_z^2)$ és una variable aleatòria independent, no correlacionada amb u_t ni amb v_t, que expressa el control imperfecta que té l'autoritat monetària sobre els agregats monetaris. Un monetarista faria que $\gamma_1 = \gamma_2 = 0$ (oferta de diner constant) o, a tot estirar, $\gamma_1 > 0$. Un Keynesià triaria $\gamma_1 \geq 0$ i $\gamma_2 < 0$ (l'oferta monetària s'expandeix per a estimular la producció).

El model es pot resoldre en cinc etapes.

- **Etapa 1**: igualar OA i DA per a aïllar p_t.

$$p_t = \frac{a - y^* + \beta \cdot m_t + \alpha \cdot E_{t-1}p_t + \beta' \cdot E_{t-1}(p_{t+1} - p_t) + u_t + v_t}{\alpha + \beta}$$

- **Etapa 2**: prendre l'expectativa de p_t en $t-1$.

$$E_{t-1}p_t = \frac{a - y^* + \beta \cdot E_{t-1}m_t + \alpha \cdot E_{t-1}E_{t-1}p_t}{\alpha + \beta} + \frac{\beta' \cdot E_{t-1}E_{t-1}(p_{t+1} - p_t) + E_{t-1}u_t + E_{t-1}v_t}{\alpha + \beta}$$

Les pertorbacions són independents d'elles mateixes (no autocorrelacionades): $E_{t-1}u_t = E_{t-1}v_t = 0$. A més, $E_{t-1}E_{t-1}p_t = E_{t-1}p_t$ i $E_{t-1}(c \cdot x_t) = c \cdot E_{t-1}x_t$.

En resum,

$$E_{t-1}p_t = \frac{a - y^* + \beta \cdot E_{t-1}m_t + \alpha \cdot E_{t-1}p_t + \beta' \cdot E_{t-1}(p_{t+1} - p_t)}{\alpha + \beta}.$$

- **Etapa 3**: calcular $p_t - E_{t-1}p_t$.

$$p_t - E_{t-1}p_t = \frac{\beta}{\alpha + \beta}(m_t - E_{t-1}m_t) + \frac{1}{\alpha + \beta}(v_t - u_t)$$

Les sorpreses dels preus ($p_t \neq E_{t-1}p_t$) provenen només de canvis no anticipats de l'oferta monetària o de pertorbacions no anticipades de les funcions OA i DA.

- **Etapa 4**: afegir la regla de política. Atès que $E_{t-1}m_t = \gamma_0 + \gamma_1 \cdot E_{t-1}m_{t-1} + \gamma_2 \cdot E_{t-1}y_{t-1} + E_{t-1}z_t = \gamma_0 + \gamma_1 \cdot m_{t-1} + \gamma_2 \cdot y_{t-1}$,

$$p_t - E_{t-1}p_t = \frac{\beta}{\alpha + \beta}z_t + \frac{1}{\alpha + \beta}(v_t - u_t)$$

- **Etapa 5**: substitutir en la funció OA.

$$y_t = y^* + \frac{\beta}{\alpha + \beta}u_t + \frac{\alpha}{\alpha + \beta}v_t + \frac{\alpha \cdot \beta}{\alpha + \beta}z_t \tag{4}$$

L'equació (4) és la <u>solució estocàstica d'estat estacionari de la producció</u>, on u_t captura pertorbacions aleatòries d'oferta, v_t pertorbacions aleatòries de demanda i z_t factors que incideixen sobre l'oferta monetària però que l'autoritat monetària no pot controlar. Com que no hi ha cap paràmetre de la regla de política (4), la conclusió és que <u>la política monetària és incapaç d'influenciar la producció</u>.

9.2. Un model on la política monetària és rellevant

Els treballadors signen <u>contractes que estableixen el salari nominal per dos períodes</u>. En el període t, la meitat de la força laboral està sotmesa a contractes salarials signats en $t-2$ i vàlids de $t-1$ a t; l'altra meitat, està sotmesa a contractes signats en $t-1$ vàlids de t a $t+1$.

Sigui w_t^s el logaritme del salari nominal en t del contracte signat en el període $s \in \{t-2, t-1\}$

- **Regla de fixació de salaris** $w_t^s = E_s p_t$

- **Funció de DA** $y_t = m_t - p_t$

Les empreses són idèntiques. En el 50% d'elles els treballadors es troben en el seu primer any de contracte. En el 50% restant els treballadors viuen el seu segon (i últim) any de contracte.

- **Funció d'OA** $y_t = \frac{1}{2}(p_t - w_t^{t-1} + u_t) + \frac{1}{2}(p_t - w_t^{t-2} + u_t) = \frac{1}{2}(p_t - E_{t-1}p_t) + \frac{1}{2}(p_t - E_{t-2}p_t) + u_t$

Després d'igualar les funcions OA i DA, i d'aïllar p_t,

$$p_t = \frac{1}{2}\left(m_t - u_t + \frac{1}{2}(E_{t-1}p_t + E_{t-2}p_t)\right). \tag{5}$$

Prenent expectatives basades en $t-2$,

$$E_{t-2}p_t = \frac{1}{2}\left(E_{t-2}m_t + \frac{1}{2}(E_{t-2}p_t + E_{t-2}p_t)\right)$$

ja que $E_{t-2}E_{t-1}p_t = E_{t-2}p_t$. Així doncs, $E_{t-2}p_t = E_{t-2}m_t$. Prenent expectatives basades en $t-1$,

$$E_{t-1}p_t = \frac{1}{2}\left(E_{t-1}m_t + \frac{1}{2}(E_{t-1}p_t + E_{t-2}p_t)\right) = \frac{1}{2}\left(E_{t-1}m_t + \frac{1}{2}(E_{t-1}p_t + E_{t-2}m_t)\right).$$

Aïllant $E_{t-1}p_t$,

$$E_{t-1}p_t = \frac{2}{3}E_{t-1}m_t + \frac{1}{3}E_{t-2}m_t\,.$$

- **Regla monetària** $\quad m_t = \mu u_{t-1}$
- **Pertorbació autocorrelacionada** $\quad u_t = \rho u_{t-1} + \varepsilon_t$, with $|\rho| < 1$ and $\varepsilon_t \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2)$

$E_{t-1}m_t = \mu \cdot E_{t-1}u_{t-1} = \mu \cdot E_{t-1}[\rho \cdot u_{t-2} + \varepsilon_{t-1}] = \mu \cdot \rho \cdot E_{t-1}u_{t-2} = \mu \cdot \rho \cdot u_{t-2} = \mu \cdot (u_{t-1} - \varepsilon_{t-1}) = m_t - \mu \cdot \varepsilon_{t-1}$.

$E_{t-2}m_t = \mu \cdot E_{t-2}u_{t-1} = \mu \cdot E_{t-2}[\rho \cdot u_{t-2} + \varepsilon_{t-1}] = \mu \cdot \rho \cdot E_{t-2}u_{t-2} = \mu \cdot \rho \cdot E_{t-2}[\rho \cdot u_{t-3} + \varepsilon_{t-2}] = \mu \cdot \rho \cdot (\rho u_{t-3}) = \mu \cdot \rho \cdot (u_{t-2} - \varepsilon_{t-2}) = \mu \cdot (u_{t-1} - \varepsilon_{t-1}) - \mu \cdot \rho \cdot \varepsilon_{t-2} = m_t - \mu \cdot \varepsilon_{t-1} - \mu \cdot \rho \cdot \varepsilon_{t-2}$.

$E_{t-1}p_t + E_{t-2}p_t = \frac{2}{3}E_{t-1}m_t + \frac{4}{3}E_{t-2}m_t = 2 \cdot m_t - 2 \cdot \mu \cdot \varepsilon_{t-1} - \frac{4}{3} \cdot \mu \cdot \rho \cdot \varepsilon_{t-2}$. Introduint això en (5),

$$p_t = \frac{1}{2}\left(m_t - u_t + \left(m_t - \mu \cdot \varepsilon_{t-1} - \frac{2}{3} \cdot \mu \cdot \rho \cdot \varepsilon_{t-2}\right)\right)$$

o

$$p_t = m_t - \frac{u_t}{2} - \mu\left(\frac{\varepsilon_{t-1}}{2} + \rho\frac{\varepsilon_{t-2}}{3}\right).$$

Un cop s'insereix l'expressió anterior en la funció DA, resulta que

$$y_t = m_t - p_t = \frac{u_t}{2} + \mu\left(\frac{\varepsilon_{t-1}}{2} + \rho\frac{\varepsilon_{t-2}}{3}\right).$$

Això demostra que la producció depèn del paràmetre de política μ. La idea és que, mentre els contractes de dos períodes són vigents, hi ha marge per a què l'autoritat monetària reaccioni a esdeveniments que, quan els contractes es van signar, no van ser anticipats (de fet, en cada període, la meitat dels treballadors hauran signat contractes amb informació vella o no actualitzada).

9.3. Un model per al disseny d'un banc central

Imaginem que $U_t = -\frac{1}{2}[{\pi_t}^2 + \alpha \cdot (y_t - \bar{y})^2]$ és una funció d'utilitat atribuïble a la societat, on $\bar{y}$ és el PIB desitjat (en logaritme) π la taxa d'inflació i (en logaritme) y és el PIB real. La funció OA és l'expressió $y_t = y^* + \beta \cdot (\pi_t - \pi_t^e) + u_t$, on y^* és el PIB potencial, π^e la taxa d'inflació expectada i u_t una variable aleatòria amb mitjana 0 i variància σ^2 que representa pertorbacions d'oferta i demanda.

La funció d'utilitat del banc central (BC) és $U_t^{BC} = -\frac{1}{2}[\pi_t{}^2 + \gamma \cdot (y_t - \bar{y})^2]$ (la presumpció en U_t i U_t^{BC} és que la taxa d'inflació objectiu $\bar{\pi}$ és zero). BC tria π_t per a maximitzar U_t^{BC}. Suposem que el govern té la facultat d'escollir γ (el grau en què BC s'ha de preocupar de l'escletxa entre PIB i PIB desitjat).

• **Opció 1: $\boldsymbol{\gamma = 0}$**. Això significa que BC només es preocupa de la inflació. Així, $U_t^{BC} = -\frac{1}{2}\pi_t{}^2$ i $EU_t^{BC} = -\frac{1}{2}E\pi_t{}^2 = -\frac{1}{2}\pi_t{}^2$. Per tant, BC estableix $\pi_t = 0$. Aquesta elecció implica $\pi_t^e = E\pi_t = 0$ i, com a resultat,

$$EU_t^1 = -\frac{1}{2}\left[E\pi_t{}^2 + \alpha E(y_t - \bar{y})^2\right] = -\frac{\alpha}{2}E[y^* + \beta(\pi_t - \pi_t^e) + u_t - \bar{y}]^2 = -\frac{\alpha}{2}E[y^* - \bar{y} + u_t]^2$$
$$= -\frac{\alpha}{2}[(y^* - \bar{y})^2 + \ \sigma^2].$$

• **Opció 2: $\boldsymbol{\gamma = \alpha}$**. És a dir, BC adopta la preferència de la societat. Llavors (assumint π_t^e independent de π_t):

$$0 = \frac{\partial U_t^{CB}}{\partial \pi_t} = -\pi_t - \alpha\beta^2(\pi_t - \pi_t^e) - \alpha\beta(y^* - \bar{y} + u_t)$$

de manera que

$$\pi_t = \frac{\alpha\beta^2\pi_t^e - \alpha\beta(y^* - \bar{y} + u_t)}{1 + \alpha\beta^2}. \tag{6}$$

Prenent expectatives,

$$\pi_t^e = E\pi_t = \frac{\alpha\beta^2 E\pi_t^e - \alpha\beta E(y^* - \bar{y}) - \alpha\beta E u_t}{1 + \alpha\beta^2} = \frac{\alpha\beta^2\pi_t^e - \alpha\beta(y^* - \bar{y})}{1 + \alpha\beta^2}.$$

Aïllant π_t^e, s'obté $\pi_t^e = \ \alpha\beta(\bar{y} - y^*)$. Per (6),

$$\pi_t = \frac{\alpha\beta^2\alpha\beta(\bar{y} - y^*) + \alpha\beta(\bar{y} - y^*) - \alpha\beta u_t}{1 + \alpha\beta^2} = \alpha\beta(\bar{y} - y^*) - \frac{\alpha\beta}{1 + \alpha\beta^2} \cdot u_t.$$

Tot comptat, $\pi_t - \pi_t^e = \frac{\alpha\beta}{1+\alpha\beta^2} \cdot u_t$. Per la funció OA,

$$y_t = \ y^* - \beta \cdot \frac{\alpha\beta u_t}{1 + \alpha\beta^2} + u_t = y^* + \frac{u_t}{1 + \alpha\beta^2}.$$

En suma, atès que $Eu_t{}^2 = \sigma^2$,

$$EU_t^2 = -\frac{1}{2}\left[E\pi_t{}^2 + \alpha E(y_t - \bar{y})^2\right] = -\frac{1}{2}\left[E\left(\alpha\beta(\bar{y} - y^*) - \frac{\alpha\beta u_t}{1 + \alpha\beta^2}\right)^2 + \alpha \cdot E\left(y^* + \frac{u_t}{1 + \alpha\beta^2} - \bar{y}\right)^2\right] =$$
$$= \ -\frac{1}{2}\left[(\alpha^2\beta^2 + \alpha)(\bar{y} - y^*)^2 + \frac{\alpha^2\beta^2 + \alpha}{(1 + \alpha\beta^2)^2} \cdot \sigma^2\right] = -\frac{\alpha}{2}\left[(1 + \alpha\beta^2)(\bar{y} - y^*)^2 + \frac{(1 + \alpha\beta^2)}{(1 + \alpha\beta^2)^2} \cdot \sigma^2\right] =$$
$$= -\frac{\alpha}{2}\left[(1 + \alpha\beta^2)(\bar{y} - y^*)^2 + \frac{1}{1 + \alpha\beta^2} \cdot \sigma^2\right].$$

Com que $1 + \alpha\beta^2 > 1$, l'impacte d'$(\bar{y} - y^*)^2$ [l'escletxa entre PIB desitjat i potencial] és més gran en EU_t^2 que en EU_t^1. La causa és el fracassat intent de BC de portar el PIB més enllà del nivell potencial. Donat que $\frac{1}{1+\alpha\beta^2} < 1$, l'impacte de pertorbacions és més petit en EU_t^2 que en EU_t^1, fet degut a la resposta estabilitzadora de BC.