Dinámica Macroeconómica · Examen de 16 de enero de 2017

☞ **Responde preguntas de sólo UNA opción** ☜

OPCIÓN 1 | Nota máxima: 6

1. Intercambio. Hay dos grupos de individuos, G1 y G2, con m y n miembros, respectivamente. Todo individuo vive dos períodos consecutivos. La función de utilidad de un individuo de G1 joven en t es $u_t = (c_t)^\beta \cdot c_{t+1}$, donde $\beta > 1$. La función de utilidad de un individuo de G2 joven en t es $u_t = c_t \cdot (c_{t+1})^{2\cdot\beta}$.

Existe un único bien, que no se puede acumular de un período al siguiente. Cada miembro de G1 tiene, como dotación, w unidades del bien de joven y otras w unidades de mayor. Cada miembro de G2 tiene, como dotación, sólo w unidades del bien cuando es mayor.

(i) Calcula el equilibrio general competitivo.

(ii) Determina cómo afecta al tipo de interés de equilibrio una variación de w, una variación de β y una variación de m, e interpreta los resultados.

(iii) Imagina que se prohíbe la existencia de un mercado de préstamos del bien. A cambio, un grupo tiene que transferir bien al otro grupo. Si el objetivo es que cada individuo consuma el lote que le corresponde en el equilibrio general, identifica qué grupo realiza la transferencia de bien y qué cantidad de bien hay que transferir.

2. Producción. Hay n individuos idénticos. Todo individuo vive dos períodos consecutivos. Existe un único bien, que puede acumularse de un período al siguiente. Cada individuo dispone de x unidades de trabajo cuando es joven, que se ofrecen a cambio de un salario. La función de utilidad de un individuo joven en t es $u_t = (c_t)^\beta \cdot c_{t+1}$, donde $\beta > 1$.

La función de producción agregada en todo t es $Y_t = A \cdot {K_t}^\alpha \cdot {L_t}^{1-\alpha}$, donde K_t es la cantidad total de capital disponible en t (acumulado en $t-1$), L_t es el número total de unidades de trabajo en t, A es una constante positiva y α es una constante entre cero y uno. K y L se remuneran según su productividad marginal.

(i) Calcula el volumen de capital que acumula cada individuo joven, la trayectoria de acumulación de la cantidad total de capital, los valores del capital total en todos los estados estacionarios y la producción per cápita en los estados estacionarios.

(ii) Explica y determina cómo afecta un cambio de A al volumen de capital que acumula cada individuo joven, a la trayectoria de acumulación de la cantidad total de capital, a los valores del capital total en todos los estados estacionarios y a la producción per cápita en los estados estacionarios.

3. Solow y Swan. La función de producción agregada es $Y_t = 3 \cdot {K_t}^{1/3} \cdot {L_t}^{2/3}$, la tasa de depreciación es 1/16 y la tasa de ahorro es 1/4. [Si t'incomoda, treu el primer "3" de la funció.]

(i) Calcula todos los estados estacionarios, represéntalos gráficamente y explica cuáles de ellos son estables y cuáles no.

(ii) Determina el consumo per cápita en cada estado estacionario e identifícalo en la representación gráfica.

(iii) Calcula la tasa de ahorro y el capital per cápita que satisfacen la regla de oro. Representa gráficamente los resultados.

OPCIÓN 2 │ Nota máxima: 10

1a. Brecha en la acumulación. Hay n individuos idénticos. Todo individuo vive dos períodos consecutivos. Existe un único bien. El bien puede acumularse, pero sólo puede utilizarse dos períodos después: la cantidad de bien que se acumule en el período t sólo es utilizable en $t+2$. Cada individuo joven dispone de una unidad de trabajo, que ofrece a cambio de un salario. Todo individuo joven en t tiene como función de utilidad $u_t = c_t \cdot c_{t+1}$. La función de producción agregada en todo t es $Y_t = K_t{}^{\alpha} \cdot L_t{}^{1-\alpha}$, donde K_t es la cantidad total de capital disponible en t (acumulado en $t-2$), L_t es el número total de unidades de trabajo en t y α es una constante entre cero y uno. K y L se remuneran según su productividad marginal.

(i) Calcula el volumen de capital que acumula cada individuo joven, la trayectoria de acumulación de la cantidad total de capital, los valores del capital total en todos los estados estacionarios y la producción per cápita en los estados estacionarios.

(ii) Opcional. Explica cómo un cambio de α afecta a las respuestas del apartado (i).

1b. Tres períodos. Hay n individuos idénticos. Todo individuo vive tres períodos consecutivos: joven, adulto y anciano. Existe un único bien, que puede acumularse de un período al siguiente. El bien acumulado en t puede emplearse en $t+1$ para producir o puede volverse a acumular para estar disponible en $t+2$. La parte de bien acumulado empleada en producir se deprecia completamente.

Cada individuo sólo dispone de una unidad de trabajo cuando joven. Esta unidad se ofrece a cambio de un salario. La función de utilidad de un joven en t es $u_t = c_t \cdot c_{t+1}$, donde c_t es su consumo de joven y c_{t+1} es su consumo de adulto. Todo individuo adulto en t tiene como función de utilidad $u_t = c_t \cdot c_{t+1}$, donde c_t es su consumo de adulto y c_{t+1} es su consumo de anciano. La función de producción agregada en todo t es $Y_t = K_t{}^{\alpha} \cdot L_t{}^{1-\alpha}$, donde K_t es la cantidad total de capital disponible en t (acumulado en $t-1$), L_t es el número total de unidades de trabajo en t y α es una constante entre cero y uno. Los factores de producción K y L se remuneran según su productividad marginal.

(i) Calcula el volumen de capital que acumula cada individuo en cada período de vida, la trayectoria de acumulación de la cantidad total de capital y los valores del capital total en todos los estados estacionarios.

2. Retroalimentación. Hay n individuos idénticos. Todo individuo vive dos períodos consecutivos. Existe un único bien. El bien puede acumularse. Cada individuo joven dispone de una unidad del bien. La función de utilidad de un individuo joven en t es $u_t = (c_t)^{\beta} \cdot u_{t+1}$, donde $\beta > 1$, c_t es su consumo de joven y u_{t+1} es su utilidad de mayor. La función de utilidad en $t+1$ de un individuo que fue joven en t es $u_{t+1} = c_t \cdot (c_{t+1})^{\beta}$, donde c_{t+1} es el consumo de mayor.

(i) Calcula el volumen de capital que acumula cada individuo joven, asumiendo que intenta maximizar su utilidad de joven.

3. Integración. Hay dos economías, E1 y E2. En E1 hay dos grupos, G1 y G2, cada uno con n miembros idénticos. En E2 hay n individuos idénticos. Todos los individuos viven dos períodos consecutivos. Existe un único bien (el mismo) en cada economía. Los miembros de E1 no tienen tecnología para poder acumular el bien. En E2 existe una tecnología que permite acumular el bien sin coste alguno.

La función de utilidad de un individuo joven en t miembro de G1 es $u_t = (c_t)^{\beta} \cdot c_{t+1}$, donde $\beta > 1$. La función de utilidad de un individuo joven en t miembro de G2 es $u_t = c_t \cdot (c_{t+1})^{\beta}$. La dotación de todo miembro G1 es una unidad del bien de joven. La dotación de todo miembro de G2 es una unidad del bien de mayor.

En E2, la función de utilidad de un individuo joven en t es $u_t = c_t \cdot c_{t+1}$. Cada miembro de E2 cuenta con una unidad de trabajo como dotación cuando es joven, que ofrece a cambio de un salario. La función de producción agregada en todo t es $Y_t = A \cdot {K_t}^{\alpha} \cdot {L_t}^{1-\alpha}$, donde K_t es la cantidad total de capital disponible en t (acumulado en $t-1$), L_t es el número total de unidades de trabajo en t, A es una constante positiva y α es una constante entre cero y uno. Los factores K y L se remuneran según su productividad marginal.

(i) Calcula el equilibrio general competitivo de E1.

(ii) Calcula el volumen de capital que acumula cada individuo joven de E2, la correspondiente trayectoria de acumulación de la cantidad total de capital, los valores del capital total en todos los estados estacionarios y la producción per cápita en los estados estacionarios.

(iii) Imagina que los miembros de E2 pueden decidir si su dotación de joven es una unidad de trabajo o una unidad del bien. Explica qué opción escogerían.

(iv) Supón que las dos economías se integran. Introduciendo las hipótesis que consideres más justificables, determina qué invididuos acumulan capital y cuánto. Establece la nueva trayectoria de acumulación de la cantidad total de capital y calcula todos los estados estacionarios. Compara los resultados (para la economía y para cada tipo de individuo) con los resultados obtenidos en los apartados (i) y (ii). Valora si la integración define una situación preferible a la situación inicial de separación.

4. Un modelo de crecimiento endógeno de Nicholas Kaldor[1]. La economía viene descrita por las ecuaciones (1), (2), (3) y (4) presentadas a continuación.

$$y = \lambda \cdot x \tag{1}$$

En (1), $y = \Delta Y / Y$ es la tasa de crecimiento del la producción agregada (o tasa de crecimiento de la economía); x es la tasa de crecimiento de las exportaciones; y λ es un multiplicador de las exportaciones.

(i) Verifica que una expressión como (1) puede obtenerse a partir de las siguientes cinco ecuaciones. Interprétalas.

$$Y = C + I + G + X - M$$

$$C = c \cdot Y$$

$$I = v \cdot \Delta Y$$

$$M = m \cdot Y$$

$$v \cdot y = 1 - c$$

(ii) Sea π la tasa de inflación. En la ecuación

$$x = \beta \cdot (\pi^* - \pi) + \theta \cdot y^* \tag{2}$$

β y θ son parámetros positivos y el asterisco significa que la variable se refiere al resto del mundo (por ejemplo, y^* es la tasa de crecimiento de la producción agregada del resto del

[1] Modelo tomado del capítulo "Endogenous growth", de Mark Setterfield, en *The Oxford Handbook of Post-Keynesian Economics, Volume 1: Theory and Origins*, editado en 2013 por G. C. Harcourt y Peter Kriesler.

mundo). (2) establece que la tasa de crecimiento de la exportaciones dependen del diferencial $\pi^* - \pi$ de inflación con el resto del mundo y de la tasa de crecimiento y^* del resto del mundo.

En la ecuación

$$\pi = w - q \tag{3}$$

w representa la tasa de crecimiento del salario nominal y q la tasa de crecimiento de la productividad. Por tanto, (3) dice que la inflación deriva de la relación entre el crecimiento de salarios y productividad.

Por último, la ecuación

$$q = r + \alpha \cdot y \tag{4}$$

captura la llamada "ley de Verdoorn", según la cual el crecimiento q de la productividad depende positivamente de la tasa de crecimiento y de la economía. El parámetro r captura otras influencias sobre la productividad. El coeficiente de Verdoorn α es un parámetro positivo que mide la elasticidad de la productividad con respecto al producto agregado. Combina (1), (2) y (3) para demostrar (5), en donde A es una constante, asumiendo que $w = w^*$ y que (3) y (4) son condiciones válidas para el resto del mundo.

$$y = A + \lambda \cdot \beta \cdot q \tag{5}$$

(iii) La ecuación (5) describe el régimen de demanda de la economía, en tanto que (4) describe el régimen de productividad. Representa gráficamente (4) y (5) en el plano en que y está en el eje vertical y q en el horizontal (asume siempre $A > 0$ y que (4) intersecta el eje vertical en un valor negativo). Halla, gráfica y analíticamente, el equilibrio (asume lo necesario para que exista).

(iv) Supón que hay dos economías, 1 y 2. Ambas tienen el mismo régimen de productividad (4), en tanto que la recta que describe el régimen de demanda de 1 queda por encima de la recta que describe el régimen demanda de 2. Compara los equilibrios. ¿Se produce, en equilibrio, divergencia en la producción? Si es así, ¿cuál sería, eventualmente, la economía rica? ¿Por qué?

(v) Responde a las mismas preguntas que en (iv) pero ahora suponiendo que el régimen de demanda es el mismo pero el de productividad es diferente. En concreto, asume que las rectas que definen los dos regímenes de productividad se intersectan en el eje horizontal.

5a. Solow y Swan con función de producción atípica. La función de producción agregada es $Y_t = {K_t}^2/L_t$ cuando $K_t/L_t < 2$ y es $Y_t = 2 \cdot L_t + {K_t}^{1/2} \cdot {L_t}^{1/2}$ en caso contrario. La tasa de ahorro es $1/2$. La tasa de depreciación es $1/4$. Calcula todos los estados estacionarios, represéntalos gráficamente y explica cuáles de ellos son estables y cuáles no.

5b. Solow y Swan con funciones de ahorro y depreciación atípicas. La función de producción agregada es $Y_t = 2 \cdot {K_t}^{1/2} \cdot {L_t}^{1/2}$. La tasa de ahorro es $1/2$ para valores del capital per cápita menores que 10 o mayores que 24; la tasa de ahorro es $1/4$ para valores del capital per cápita entre 10 y 24. La función de depreciación toma el valor constante 2 para valores del capital per cápita inferiores a 20 y viene definida por la expressión $d_t = 2 + (k_t - 20)/4$ en caso contrario.

(i) Explica si tiene sentido la función de depreciación.

(ii) Calcula todos los estados estacionarios, represéntalos gráficamente y analiza su estabilidad.