Dinámica Macroeconómica · Examen de 20 de diciembre de 2017

1. Deuda pública con transferencias. Hay un único bien, que no puede acumularse. Cada período nacen n individuos idénticos, que viven tres períodos consecutivos y tienen la dotación (1, 0, 0). En su primer período de vida, la función de utilidad es $u_t = c_t \cdot (c_{t+1})^{\beta} \cdot (c_{t+2})^{1-\beta}$, con $0 < \beta < 1$. En el resto de períodos la función de utilidad del período coincide con el consumo del período. Existe un gobierno que cada período transfiere la cantidad τ del bien a cada individuo en su último período de vida. También cada período el gobierno pone a la venta una cantidad fija B de bonos, que sólo pueden comprar los que nacen en el período de emisión de los bonos. Un bono comprado en t paga una unidad del bien en $t + 1$. Cada período el gobierno equilibra su presupuesto: los ingresos por la venta de bonos se emplean exclusivamente en pagar la deuda del período anterior y en financiar la transferencia. El gobierno no permite la existencia de un mercado de préstamos privados.

(i) **(7,5 puntos)** (a) Determina la función de demanda de bonos de cada individuo que los pueda comprar, el precio de equilibrio de los bonos y establece las condiciones que deben satisfacer los parámetros para garantizar que demanda y precios son positivos. (b) ¿Es necesario que el gobierno prohíba el mercado de préstamos privados si no quiere que haya préstamos privados?

(ii) **(9 puntos)** Contesta (a) en (i) si el número de individuos que nacen en un período par es el doble que en un período impar.

(iii) **(10 puntos)** Contesta (a) en (i) si la función de utilidad de un individuo en su segundo período de vida $t + 1$ es $u_{t+1} = c_{t+1} \cdot c_{t+2}$ y el gobierno permite el mercado de préstamos privados.

(iv) **(10 puntos)** Contesta (a) en (i) si el gobierno permite el mercado de préstamos privados, si reciben la transferencia los individuos en su segundo período de vida y si la función de utilidad de un individuo en su segundo período de vida $t + 1$ es $u_{t+1} = c_{t+1} \cdot c_{t+2}$.

2. Acumulación y préstamos. Hay un único bien. Cada período nacen n individuos idénticos, que viven tres períodos consecutivos y tienen dotación (1, 0, 0). En el primer período de vida la función de utilidad es $u_t = c_t \cdot (c_{t+1})^{\beta}$. En el segundo, $u_{t+1} = c_{t+1} \cdot c_{t+2}$. En el tercero, $u_{t+2} = c_{t+2}$. En el primer período puede acumularse bien por un período; el bien se deprecia totalmente en el segundo período si no se consume. Acumular x unidades del bien en el primer período implica disponer de $\lambda \cdot x$ unidades en el segundo.

(i) **(8,5 puntos)** (a) Calcula el equilibrio general competitivo de la economía. (b) ¿Cuánto acumula cada individuo?

3. Tres períodos con ciclos. Hay un único bien, que no puede acumularse. Cada período nacen n individuos idénticos, que viven tres períodos consecutivos. En el primer período de vida la función de utilidad es $u_t = c_t \cdot c_{t+1}$. En el segundo, $u_{t+1} = c_{t+1} \cdot c_{t+2}$. En el tercero, $u_{t+2} = c_{t+2}$. Las dotaciones de los individuos dependen del período en que nacen. La dotación de los que nacen en t, $t + 3$, $t + 6$, $t + 9$… es (1, 0, 0). La dotación de los que nacen en $t + 1$, $t + 4$, $t + 7$, $t + 10$… es (0, 1, 0). La dotación de los que nacen en $t + 2$, $t + 5$, $t + 8$, $t + 11$… es (0, 0, 1).

(i) **(8 puntos)** Calcula el equilibrio general competitivo de la economía.

4. Tres períodos con producción. Hay un único bien, que puede acumularse. Cada período nacen n individuos idénticos, que viven tres períodos consecutivos. En su primer período de vida la función de utilidad es $u_t = c_t \cdot c_{t+1}$. En el segundo, $u_{t+1} = c_{t+1} \cdot c_{t+2}$. En el tercero, $u_{t+2} = c_{t+2}$. La única dotación de los individuos es una unidad de factor trabajo cuando son jóvenes. La función $Y_t = {K_t}^{1/2} \cdot {L_t}^{1/2}$ determina la cantidad Y_t de bien que, en cada período t, puede producirse en la economía empleando la cantidad total K_t de bien acumulada en el período anterior (y utilizable en t como capital) y la cantidad total L_t de factor trabajo disponible en t. Los mercados de trabajo y capital son competitivos.

(i) **(8,5 puntos)** Obtén la trayectoria de acumulación del capital. Identifica los estados estacionarios.

5. Dos períodos con ciclos demográficos y de dotaciones. Hay un único bien, que no puede acumularse. Cada período hay dos grupos, G1 y G2. En todo período par G1 tiene n miembros y G2 tiene $2{\cdot}n$ miembros. En todo período impar los tamaños se invierten. Todos los individuos viven dos períodos consecutivos. Los miembros de G1 que son jóvenes en t tienen la función de utilidad $u_t = c_t \cdot (c_{t+1})^{\beta}$; los de G2, $u_t = c_t \cdot c_{t+1}$. En un período par los miembros de G1 tienen la dotación (0, 2); en uno impar, (1, 0). En un período par los miembros de G2 tienen la dotación (1, 0); en uno impar, (0, 2).

(i) **(8 puntos)** Calcula el equilibrio general competitivo de la economía.

6. Dos períodos con ciclos de dotaciones. Hay un único bien, que no puede acumularse. Cada período hay dos grupos, G1 y G2. G1 tiene siempre n miembros. El tamaño de G2 varía con cada período según el patrón n, $2{\cdot}n$, $n/2$, n, $2{\cdot}n$, $n/2$, … Todos los individuos viven dos períodos consecutivos. Los miembros de G1 que son jóvenes en t tienen la función de utilidad $u_t = c_t \cdot (c_{t+1})^{\beta}$; los de G2, $u_t = c_t \cdot c_{t+1}$. La dotación de los miembros de G1 es (2, 1). La dotación de los miembros de G2 es (1, 0) cuando G2 tiene n miembros; (0, 1) cuando tiene $2{\cdot}n$; y (1, 1) cuando tiene $n/2$.

(i) **(7,5 puntos)** Calcula el equilibrio general competitivo de la economía.

7. Hijos y capital. Hay un único bien, que puede acumularse. La función de producción agregada es $Y_t = 2 \cdot {K_t}^{1/2} \cdot {L_t}^{1/2}$. Los individuos viven tres períodos consecutivos. En el primer período son niños y no toman decisiones económicas. En el segundo período, t, la función de utilidad es $u_t = c_t \cdot c_{t+1} \cdot n_{t+1}$, donde n_{t+1} es el número de hijos que el individuo decide tener en t y que son niños en t. En el tercer período la utilidad sólo depende del consumo del período. La única dotación de un individuo es una unidad de factor trabajo en su segundo período. Los mercados de trabajo y capital son competitivos.

(i) **(7,5 puntos)** Obtén las trayectorias de acumulación del capital total y de la población. Determina los correspondientes estados estacionarios.

8. Utilidad con saciación. Hay un único bien, que no puede acumularse. Cada período hay dos grupos, G1 y G2, con n y $2{\cdot}n$ miembros, respectivamente. Los miembros de G1 que son jóvenes en t tienen la función de utilidad $u_t = c_t \cdot c_{t+1} \cdot (1 \quad c_{t+1})$ y la dotación $(w, 0)$. Los miembros de G2 que son jóvenes en t tienen la función de utilidad $u_t = c_t \cdot (1 \quad c_t) \cdot c_{t+1}$ y la dotación $(0, w)$.

(i) **(7,5 puntos)** Calcula el equilibrio general competitivo de la economía.

9. Producción cíclica. Hay un único bien, que puede acumularse. La función de producción agregada es $Y_t = 2 \cdot {K_t}^{1/2} \cdot {L_t}^{1/2}$ si t es par y $Y_t = 3 \cdot {K_t}^{1/3} \cdot {L_t}^{2/3}$ si t es impar. Los mercados son competitivos. Cada período nacen n individuos idénticos, que viven dos períodos consecutivos, tienen como dotación una unidad de factor trabajo en su primer período t y, en t, tienen la función de utilidad $u_t = c_t \cdot c_{t+1}$.

(i) **(7,5 puntos)** Obtén la trayectoria de acumulación del capital. Identifica los estados estacionarios.

10. Dos economías. Hay dos economías, A y B, y un único bien, que puede acumularse. En cada economía y período nacen n individuos, que viven dos períodos (joven y mayor) y tienen como dotación una unidad de factor trabajo de jóvenes. Los miembros jóvenes de A tienen como función de utilidad $u_t = c_t \cdot (c_{t+1})^{\beta}$, donde β es una constante positiva. Todos los miembros jóvenes en t de B tienen como función de utilidad $u_t = c_t \cdot c_{t+1}$. La función de producción agregada de ambas economías es $Y_t = {K_t}^{1/2} \cdot {L_t}^{1/2}$. Los mercados de trabajo y capital son competitivos. Los individuos mayores de A son libres de vender en la economía que quieran, sin coste adicional, el capital acumulado de jóvenes (los de B sólo pueden venderlo en B).

(i) **(7,5 puntos)** (a) Obtén la trayectoria de acumulación del capital de cada economía e identifica los estados estacionarios. (b) ¿Qué proporción de los mayores de A venden su capital en B?

(ii) **(8 puntos)** Responde (a) en (i) si los individuos mayores de B son libres de vender su capital en la economía que quieran.

11. Dos economías con emigración. Hay dos economías, A y B, y un único bien, que no puede acumularse. En cada economía y período nacen 100 individuos, que viven dos períodos (joven y mayor) y tienen como dotación (1, 1). Los miembros jóvenes de A tienen como función de utilidad $u_t = c_t \cdot (c_{t+1})^{\beta}$. Todos los miembros jóvenes en t de B tienen como función de utilidad $u_t = (c_t)^{\beta} \cdot c_{t+1}$. Los miembros jóvenes de A tienen la posibilidad de migrar a B, en cuyo caso su función de utilitat se transforma en $u_t = c_t \cdot (c_{t+1})^{\beta} \cdot a/n$, donde a es una constante y n es el número total de habitantes en B.

(i) **(8,5 puntos)** (a) Calcula el equilibrio general de cada economía. (b) ¿Qué proporción de los nacidos en A migran a B?

(ii) **(8 puntos)** Responde (a) en (i) si los individuos mayores de B son libres de vender su capital en la economía que quieran.

Extra. Redacta un problema en que haya dos economías (A y B), el bien no se produzca ni acumule, en B no haya posibilidad de mercado de préstamos, que haya individuos en A interesados en prestar el bien en B y que haya un gobierno en B que establezca un impuesto a pagar por los prestamistas de A para transferir la recaudación del impuesto a los más pobres de B. Define el problema de manera que, en el equilibrio general de ambas economías, la recaudación sea positiva. Verifica este hecho calculando los equilibrios.

…

12. Solow y Swan con crecimiento de la población. La tasa de ahorro es 1/2. La función de producción agregada es $Y_t = 2 \cdot {K_t}^{1/2} \cdot {L_t}^{1/2}$. La tasa de depreciación es 1/12. La taxa de crecimiento de la población es 1/4 si el capital per cápita es inferior a 24 y es 1/12 en caso contrario.

(i) **(2,75 puntos)** Calcula todos los estados estacionarios, represéntalos gráficamente y explica cuáles de ellos son estables y cuáles no. Interpreta los resultados.

(ii) **(3,5 puntos)** Responde (i) y determina la tasa de ahorro que satisface la regla de oro.

(iii) **(4,5 puntos)** Responde (ii) si la función de producción agregada es $Y_t = 3 \cdot {K_t}^{1/3} \cdot {L_t}^{2/3}$.

13. Solow y Swan con función de producción no convencional. La tasa de ahorro es 1/4. La función de producción per cápita es $y_t = {k_t}^{1/2}$ si $k_t \leq 16$; es $y_t = 4 + (k_t \quad 16)^{1/2}$ si $16 < k_t < 100$; y es $y_t = 10 + (k_t \quad 100)^{1/2}$ si $k_t \geq 100$. La tasa de depreciación es un valor fijo δ, entre 0 y 1.

(i) **(3,5 puntos)** Calcula todos los estados estacionarios, represéntalos gráficamente y explica cuáles de ellos son estables y cuáles no. Interpreta los resultados.

14. Solow y Swan con función de ahorro no convencional. La función de depreciación es $d_t = 1 + \delta \cdot k_t$, donde δ es un valor fijo entre 0 y 1. La función de producción agregada es $Y_t = 2 \cdot {K_t}^{1/2} \cdot {L_t}^{1/2}$. La tasa de ahorro es 1/2 si el capital per cápita no es superior a 2 y es $1/k$ en caso contrario.

(i) **(3 puntos)** Calcula todos los estados estacionarios, represéntalos gráficamente y explica cuáles de ellos son estables y cuáles no. ¿Tiene sentido la función de depreciación?

15. Solow y Swan y regla de oro. (3,5 puntos) La función de producción per cápita es $y_t = {k_t}^{\alpha}$, donde $0 < \alpha < 1$. Con tasa δ de depreciación y tasa n de crecimiento de la población, demuestra que la tasa de ahorro que satisface la regla de oro es α.

16. Solow y Swan. (2,5 puntos) La tasa de ahorro es igual a la tasa de depreciación. La función de producción per cápita es $y = k^{1/2}$. Representa gráficamente el modelo, y los estados estacionarios, y explica si la tasa de ahorro de la economía es o no la tasa de ahorro que satisface la regla de oro. Si no lo es, ¿cuál de las dos es mayor?

OPCIÓN B

A. Intercambio. Hay un único bien, que no puede acumularse. Cada período hay dos grupos, G1 y G2. G1 tiene 100 miembros; G2, 50. Todos los individuos viven dos períodos consecutivos. Los miembros de G1 que son jóvenes en t tienen la función de utilidad $u_t = c_t \cdot c_{t+1}$; los de G2, $u_t = c_t \cdot (c_{t+1})^{1/2}$. La dotación de los miembros de G1 es (1, 0). La dotación de los miembros de G2 es (0, 2).

(i) Calcula el equilibrio general de la economía.

B. Producción. Hay un único bien, que puede acumularse. Cada período nacen 100 individuos idénticos, que viven dos períodos consecutivos, tienen como dotación una unidad de factor trabajo en su primer período y dos en el segundo y, en su primer período, tienen la función de utilidad $u_t = {c_t}^2 \cdot c_{t+1}$. La función de producción agregada es $Y_t = 2 \cdot {K_t}^{1/2} \cdot {L_t}^{1/2}$. Los mercados de capital y trabajo son competitivos.

(i) Obtén la trayectoria de acumulación del capital e identifica los estados estacionarios.

C. Solow y Swan. La tasa de ahorro es igual a la tasa de depreciación. La función de producción per cápita es $y = k^{1/2}$.

(i) Calcula todos los estados estacionarios, represéntalos gráficamente y explica cuáles de ellos son estables y cuáles no.

OBSERVACIONES

N1. Completa los enunciados en lo que sea necesario o justificable.

N2. Las puntuaciones de diferentes apartados no son aditivas.

N3. Resolver con suficiencia las tres preguntas de la opción B permiten obtener un 5 (excepcionalmente, un 5,5).

N4. Si deseas obtener más de 5-5,5, contesta suficientemente bien al menos una de las preguntas 1 a 11 y al menos otra de las preguntas 12 a 16.