

☞ Completa els enunciats si és necessari o convenient · Respon almenys un apartat de dues preguntes ☞

1. Vida curta o llarga. Hi ha un únic bé que no es pot produir ni acumular. Hi ha dos grups d'individus G1 i G2, cadascun format per n membres. Cada individu viu dos períodes consecutius. Per a tot període t , la funció d'utilitat de tot individu nascut en t és $u_t = c_t \cdot (c_{t+1})^\beta$, on β és una constant positiva. En el segon període, la utilitat coincideix amb el consum. La dotació de bé de cada membre de G1 és (2, 1) i la de cada membre de G2 és (0, 3), on el primer component de cada vector és la dotació en el primer període de vida i el segon component, la dotació en el segon període.

- (i) Calcula l'equilibri general competitiu.
- (ii) Imagina que els membres de G1 poden triar entre viure un període o dos. Què triarien si l'objectiu és maximitzar la funció U_t tal que $U_t = u_t$ si es tria de viure un període i $U_t = u_t + u_{t+1}$ si es tria de viure dos períodes?
- (iii) Suposa que G1 sempre té n membres i que G2 en té m . Determina el valor d' m que deixaria els membres de G1 indiferents entre viure un o dos períodes.

2. Utilitat retrospectiva. Hi ha un únic bé que no es pot produir ni acumular. Hi ha dos grups d'individus G1 i G2, cadascun format per n membres. Cada individu viu dos períodes consecutius. Per a tot període t , la funció d'utilitat de tot membre de G2 nascut en t és $u_t = \ln c_t + \beta \cdot \ln c_{t+1}$, on β és una constant positiva; en el segon període, la utilitat coincideix amb el consum. Per a tot període t , la funció d'utilitat de tot membre de G1 nascut en t és $u_t = \beta \cdot \ln c_t + \ln c_{t+1}$; en el segon període, $u_{t+1} = \ln c_t + \beta \cdot \ln c_{t+1}$. La dotació de bé de cada membre de G1 és (1, 2) i la de cada membre de G2 és (0, 3), on el primer component de cada vector és la dotació en el primer període de vida i el segon component, la dotació en el segon període.

- (i) Calcula l'equilibri general competitiu.

3. Creixement demogràfic i de dotacions. Hi ha un únic bé que no es pot produir ni acumular. Hi ha dos grups d'individus G1 i G2, cadascun format inicialment per n membres. Cada individu viu dos períodes consecutius. Per a tot període t , la funció d'utilitat de tot individu nascut en t és $u_t = c_t \cdot c_{t+1}$. En el segon període, la utilitat coincideix amb el consum. Inicialment, la dotació de bé de cada membre de G1 és (2, 1) i la de cada membre de G2 és (0, 3), on el primer component de cada vector és la dotació en el primer període de vida i el segon component, la dotació en el segon període. Cada període, el nombre de membres de cada grup augmenta un 20% i totes les dotacions, un 10%.

- (i) Calcula l'equilibri general competitiu.

4. Acumulació. Hi ha un únic bé que no es pot produir. Hi ha dos grups d'individus G1 i G2, cadascun format per n membres. Cada individu viu dos períodes consecutius. Per a tot període t , la funció d'utilitat de tot individu nascut en t és $u_t = c_t \cdot (c_{t+1})^\beta$, on β és una constant positiva. En el segon període, la utilitat coincideix amb el consum. La dotació de bé de cada membre de G1 és (2, 1) i la de cada membre de G2 és (0, 3), on el primer component de cada vector és la dotació en el primer període de vida i el segon component, la dotació en el segon període. Els membres joves de G1 poden acumular el bé, amb dues restriccions. Primera, per cada unitat del bé que s'acumula, es perd la quantitat c ; per tant, renunciar a x unitats en t implica poder-ne disposar en $t + 1$ de només $x(1 - c)$. Segona, el màxim que poden emprar de la dotació per a acumular és d'un 25%.

- (i) Calcula l'equilibri general competitiu.
- (ii) Calcula el valor de la dotació que els membres de G2 han de tenir de grans per a què els membres de G1 estinguin indiferents entre acumular i no acumular.

5. Probabilitat i dotació. Hi ha un únic bé que no es pot produir ni acumular. Hi ha dos grups d'individus G1 i G2, cadascun format per n membres. Cada individu viu dos períodes consecutius. Per a tot període t , la funció d'utilitat de tot individu nascut en t és $u_t = c_t \cdot (c_{t+1})^\beta$, on β és una constant positiva. En el segon període, la utilitat coincideix amb el consum. La dotació de bé de cada membre de G1 és $(2, 0)$, on el primer component de cada vector és la dotació en el primer període de vida i el segon component, la dotació en el segon període. La dotació de cada membre de G2 és $(1, 1)$ amb probabilitat p i $(0, 2)$ amb probabilitat $1 - p$.

- (i) Calcula l'equilibri general competitiu, si els membres de G2 volen maximitzar la seva utilitat esperada.

6. Probabilitat i utilitat. Hi ha un únic bé que no es pot produir ni acumular. Hi ha dos grups d'individus G1 i G2, cadascun format per n membres. Cada individu viu dos períodes consecutius. Per a tot període t , la funció d'utilitat de tot membre de G1 nascut en t és $u_t = c_t \cdot (c_{t+1})^\beta$, on β és una constant positiva. Per a tot període t , amb probabilitat p , la funció d'utilitat de tot membre de G2 nascut en t és $u_t = c_t \cdot (c_{t+1})^\beta$ i, amb probabilitat $1 - p$, és $u_t = (c_t)^\beta \cdot c_{t+1}$. En el segon període, la utilitat coincideix amb el consum. La dotació de bé de cada membre de G1 és $(2, 1)$ i la de cada membre de G2 és $(0, 3)$, on el primer component de cada vector és la dotació en el primer període de vida i el segon component, la dotació en el segon període.

- (i) Calcula l'equilibri general competitiu.

7. Impost als préstecs. Hi ha un únic bé que no es pot produir ni acumular. Hi ha dos grups d'individus G1 i G2, cadascun format per n membres. Cada individu viu dos períodes consecutius. Per a tot període t , la funció d'utilitat de tot membre de G1 nascut en t és $u_t = c_t \cdot (c_{t+1})^\beta$, on β és una constant positiva. Per a tot període t , la funció d'utilitat de tot membre de G2 nascut en t és $u_t = (c_t)^\beta \cdot c_{t+1}$. La dotació de bé de cada membre de G1 és $(2, 0)$ i la de cada membre de G2 és $(0, 4)$, on el primer component de cada vector és la dotació en el primer període de vida i el segon component, la dotació en el segon període.

- (i) Calcula l'equilibri general competitiu si els prestadors han de pagar, per cada unitat prestada, la quantitat τ de bé en concepte d'impost i si la recaptació corresponent es distribueix de manera igualitària entre tots els individus del període sense dotació i que viuen el segon període de vida.
- (ii) Calcula l'equilibri general competitiu si els prestataris han de pagar, per cada unitat manllevada, la quantitat τ de bé en concepte d'impost i si la recaptació corresponent es distribueix de manera igualitària entre tots els individus del període sense dotació i que viuen el segon període de vida.
- (iii) Calcula l'equilibri general competitiu si els prestadors han de pagar, per cada unitat prestada, la quantitat τ de bé en concepte d'impost i si la recaptació corresponent es distribueix de manera igualitària entre tots els individus del període sense dotació.
- (iv) Calcula l'equilibri general competitiu si els prestataris han de pagar, per cada unitat manllevada, la quantitat τ de bé en concepte d'impost i si la recaptació corresponent es distribueix de manera igualitària entre tots els individus del període sense dotació.

8. Immortalitat. Hi ha un únic bé que no es pot produir ni acumular. Hi ha n individus idèntics. Cadascun d'aquests individus viu dos períodes consecutius. Per a tot període t , la funció d'utilitat de tot individu nascut en t és $u_t = c_t \cdot (c_{t+1})^\beta$, on β és una constant positiva. En el segon període, la utilitat coincideix amb el consum. La dotació de bé de cada individu és $(1, 0)$, on el primer component de cada vector és la dotació en el primer període de vida i el segon component, la dotació en el segon període. Hi ha, a més, un altre individu, que viu per sempre, que no té dotació en el primer període de vida i en té una unitat en els períodes següents. Per a tot període t , la funció d'utilitat de l'individu immortal és $u_t = c_t \cdot c_{t+1}$.

- (i) Calcula l'equilibri general competitiu.
- (ii) Calcula l'equilibri general competitiu si la funció d'utilitat fos $u_t = c_t \cdot c_{t+1} \cdot c_{t+2}$.

9. Probabilitat d'impagament. Hi ha un únic bé que no es pot produir ni acumular. Hi ha dos grups d'individus G1 i G2, cadascun format per n membres. Cada individu viu dos períodes consecutius. Per a tot període t , la funció d'utilitat de tot individu nascut en t és $u_t = c_t \cdot (c_{t+1})^\beta$, on β és una constant positiva. En el segon període, la utilitat coincideix amb el consum. La dotació de bé de cada membre de G1 és (2, 1) i la de cada membre de G2 és (0, 3), on el primer component de cada vector és la dotació en el primer període de vida i el segon component, la dotació en el segon període.

- (i) Calcula l'equilibri general competitiu si els prestadors atribueixen la probabilitat p que els prestataris no retornin els préstecs.

10. Trasllet de deutes. Hi ha un únic bé que no es pot produir ni acumular. Hi ha dos grups d'individus G1 i G2, cadascun format per n membres. Cada individu viu dos períodes consecutius (són primer joves i després grans). Per a tot període t , la funció d'utilitat de tot individu nascut en t és $u_t = c_t \cdot c_{t+1}$. En el segon període, la utilitat coincideix amb el consum. La dotació de bé de cada membre de G1 és (2, 0) i la de cada membre de G2 és (0, 2), on el primer component de cada vector és la dotació en el primer període de vida i el segon component, la dotació en el segon període.

- (i) Calcula l'equilibri general competitiu si els joves de cada grup tenen l'obligació de pagar el 50% dels deutes que puguin haver contret en el període anterior els grans del mateix grup.

11. Comunisme i capitalisme. Hi ha un únic bé que no es pot produir ni acumular. Hi ha dos grups d'individus G1 i G2, cadascun format per n membres. Cada individu viu dos períodes consecutius (són primer joves i després grans). Per a tot període t , la funció d'utilitat de tot individu nascut en t és $u_t = c_t \cdot (c_{t+1})^\beta$, on β és una constant positiva. En el segon període, la utilitat coincideix amb el consum. La dotació de bé de cada membre de G1 és (2, 0) i la de cada membre de G2 és (0, 4), on el primer component de cada vector és la dotació en el primer període de vida i el segon component, la dotació en el segon període.

- (i) Calcula l'equilibri general competitiu si, cada període, cada individu amb dotació ha d'aportar el 50% de la seva dotació a un fons que es distribueix igualitàriament entre tots els individus del període.

12. Acumulació ocasional. Hi ha un únic bé que no es pot produir però que es pot acumular només els períodes parells (d'un període al següent). Hi ha dos grups d'individus G1 i G2, cadascun format per n membres. Cada individu viu dos períodes consecutius (són primer joves i després grans). Per a tot període t , la funció d'utilitat de tot individu nascut en t és $u_t = c_t \cdot (c_{t+1})^\beta$, on β és una constant positiva. En el segon període, la utilitat coincideix amb el consum. La dotació de bé de cada membre de G1 és (2, 0) i la de cada membre de G2 és (0, 2), on el primer component de cada vector és la dotació en el primer període de vida i el segon component, la dotació en el segon període.

- (i) Calcula l'equilibri general competitiu.

13. Acumulació selectiva. Hi ha un únic bé que no es pot produir. Hi ha dos grups d'individus G1 i G2, cadascun format per n membres. Cada individu viu dos períodes consecutius. Per a tot període t , la funció d'utilitat de tot individu nascut en t és $u_t = c_t \cdot (c_{t+1})^\beta$, on β és una constant positiva. En el segon període, la utilitat coincideix amb el consum. La dotació de bé de cada membre de G1 és (2, 0) i la de cada membre de G2 és (0, 2), on el primer component de cada vector és la dotació en el primer període de vida i el segon component, la dotació en el segon període. El bé es pot acumular d'un període al següent només en les següents condicions: en un període senar, només els joves de G1 poden acumular-lo; en un període parell, només els joves de G2.

- (i) Calcula l'equilibri general competitiu.
- (ii) Calcula l'equilibri general competitiu si s'inverteixen els períodes d'acumulació de cada grup.

14. Intransferibilitat. Hi ha un únic bé que no es pot produir ni acumular. Hi ha dos grups d'individus G1 i G2, cadascun format per n membres. Cada individu viu dos períodes consecutius (són primer joves i després grans). Per a tot període t , la funció d'utilitat de tot individu nascut en t és $u_t = c_t \cdot (c_{t+1})^\beta$, on β és una constant positiva. En el segon període, la utilitat coincideix amb el consum. La dotació de bé de cada membre de G1 és $(2, 0)$ i la de cada membre de G2 és $(0, 2)$, on el primer component de cada vector és la dotació en el primer període de vida i el segon component, la dotació en el segon període. Imagina que el 50% del bé que reben els individus grans no és transferible; en particular, això implica que el 50% de la dotació dels grans no es pot fer servir per a pagar deutes.

- (i) Calcula l'equilibri general competitiu.

15. Deutes a dos períodes. Hi ha un únic bé que no es pot produir ni acumular. Hi ha dos grups d'individus G1 i G2, cadascun format per n membres. Cada membre de G1 viu tres períodes consecutius i cada membre de G2 viu dos períodes consecutius. Per a cada individu, la utilitat en el seu darrer període de vida coincideix amb el seu consum del bé; per a la resta de períodes, la utilitat és el producte del consum del període i del consum del període immediatament posterior. La dotació de bé de cada membre de G1 és $(0, 1, 1)$ i la de cada membre de G2 és $(1, 0)$, on el primer (segon, tercer) component de cada vector és la dotació en el primer (segon, tercer) període de vida.

- (i) Calcula l'equilibri general competitiu si només es poden fer préstecs que es retornen dos períodes després del préstec (els préstecs fets en t es retornen en $t + 2$).

16. Tres períodes amb dotacions cícliques. Hi ha un únic bé que no es pot produir ni acumular. Cada període neixen n individus. Cada individu viu tres períodes consecutius. Per a cada individu, la utilitat en el seu darrer període de vida coincideix amb el seu consum del bé; per a la resta de períodes, la utilitat és el producte del consum del període i del consum del període immediatament posterior. Les dotacions segueixen un patró cíclic cada tres períodes: en el primer període del cicle, la dotació és $(1, 1, 0)$, on el primer (segon, tercer) component de cada vector és la dotació en el primer (segon, tercer) període de vida; en el segon, la dotació és $(0, 1, 1)$; en el tercer, $(1, 0, 1)$.

- (i) Calcula l'equilibri general competitiu.

17. Dos i tres períodes. Hi ha un únic bé que no es pot produir ni acumular. Hi ha dos grups d'individus G1 i G2, el primer format per n membres i el segon per m . Cada individu de G1 viu tres períodes consecutius. Cada individu de G2 viu dos períodes consecutius. Per a cada individu i i període t , la utilitat d' i en t és el producte de tots els consums que farà i a partir de t (el consum de t inclòs). Les dotacions són $(1, 0, 1)$ i $(0, 1)$, on el primer (segon, tercer) component de cada vector és la dotació en el primer (segon, tercer) període de vida.

- (i) Calcula l'equilibri general competitiu.
- (ii) Calcula l'equilibri general competitiu si la dotació fos $(1, 1, 0)$.

18. Neixement diferencial. Hi ha un únic bé que no es pot produir ni acumular. Hi ha dos grups d'individus G1 i G2, cadascun format per n membres: neixen membres de G2 cada període però neixen membres de G1 només en els períodes senars. Cada individu de G1 viu tres períodes consecutius. Cada individu de G2 viu dos períodes consecutius. Per a cada individu i i període t , la utilitat d' i en t és el producte de tots els consums que farà i a partir de t (el consum de t inclòs). Les dotacions són $(1, 0, 1)$ i $(0, 1)$, on el primer (segon, tercer) component de cada vector és la dotació en el primer (segon, tercer) període de vida.

- (i) Calcula l'equilibri general competitiu.

19. Externalitats mútues en el consum. Hi ha un únic bé que no es pot produir ni acumular. Hi ha dos grups d'individus G1 i G2, el primer format per n membres i el segon per m . Cada individu viu dos períodes consecutius. Per a tot període t , la funció d'utilitat de tot membre de G1 nascut en t és $u_{1,t} = c_{1,t} \cdot c_{2,t+1}$ i la funció d'utilitat de tot membre de G2 nascut en t és $u_{2,t} = c_{2,t} \cdot c_{1,t+1}$. La dotació de bé de cada membre de G1 és $(2, 1)$ i la de cada membre de G2 és $(1, 2)$, on el primer (segon) component de cada vector és la dotació en el primer (segon) període de vida.

- (i) Calcula l'equilibri general competitiu.

20. Utilitats canviants. Hi ha un únic bé que no es pot produir ni acumular. Hi ha dos grups d'individus G1 i G2, cadascun format per n membres. Cada individu viu dos períodes consecutius. Per a tot període t , la funció d'utilitat de tot individu nascut en t és $u_t = (c_{t+1})^{1+\beta/t} \cdot (c_{t+1})^{1-\beta/t}$, on β és una constant positiva. La dotació de bé de cada membre de G1 és $(2, 1)$ i la de cada membre de G2 és $(1, 2)$, on el primer (segon) component de cada vector és la dotació en el primer (segon) període de vida.

- (i) Calcula l'equilibri general competitiu i el valor de la taxa d'interès quan t tendeix a infinit.

21. Dotacions de grans endògenes. Hi ha un únic bé que no es pot produir ni acumular. Hi ha dos grups d'individus G1 i G2, cadascun format per n membres. Cada individu viu dos períodes consecutius (són primer joves i després grans). Per a tot període t , la funció d'utilitat de tot individu nascut en t és $u_t = c_t \cdot (c_{t+1})^\beta$, on β és una constant positiva. En el segon període, la utilitat coincideix amb el consum. Tot membre jove de G1 té dues unitats del bé com a dotació. Tot membre jove de G2 té una unitat del bé com a dotació. De gran, la dotació de tot individu és la seva dotació de jove menys del consum fet de jove.

- (i) Calcula l'equilibri general competitiu.

22. Tres grups. Hi ha un únic bé que no es pot produir ni acumular. Hi ha tres grups d'individus G1, G2 i G3. G1 té n membres. G2 té n membres. G3 té m membres. Cada individu viu dos períodes consecutius. Per a tot període t , la funció d'utilitat de tot individu nascut en t és $u_t = c_t \cdot (c_{t+1})^\beta$, on β és una constant positiva. En el segon període, la utilitat coincideix amb el consum. La dotació de bé de cada membre de G1 és $(0, 1)$, la de cada membre de G2 és $(1, 2)$ i la de cada membre de G3 és $(2, 1)$, on el primer (segon) component de cada vector és la dotació en el primer (segon) període de vida.

- (i) Calcula l'equilibri general competitiu.
(ii) Si només hi ha dues possibilitats de crear el mercat de préstecs (una on només hi participen G1 i G2, i una altra on només hi participen G1 i G3), quina preferirien els membres de G1?

23. Dos i quatre períodes. Hi ha un únic bé que no es pot produir ni acumular. Hi ha dos grups d'individus G1 i G2, cadascun format per n membres. Cada membre de G1 viu dos períodes consecutius i cada membre de G2 en viu quatre de consecutius. Per a tot individu, en el darrer període de vida, la utilitat coincideix amb el consum. En la resta de períodes, és el producte del consum del període amb el consum del període següent. La dotació de bé de cada membre de G1 és $(0, 1)$ i la de cada membre de G2 és $(1, 0, 1, 0)$, on el primer (segon, tercer, quart) component de cada vector és la dotació en el primer (segon, tercer, quart) període de vida.

- (i) Calcula l'equilibri general competitiu.
(ii) Calcula l'equilibri general competitiu si la utilitat cada període és el producte de tots els consums presents i futurs.

24. Població i producció. Hi ha un únic bé, Y , que no es pot acumular. Tots els individus són idèntics i viuen dos períodes. En el primer període són econòmicament irrellevants. En el segon decideixen quants fills tenir.

El bé pot ser produït amb treball L . La funció de producció agregada en el període t és $Y(t) = A \cdot L(t)^\alpha$, on α és una constant positiva. Cada individu disposa d'una unitat de treball en el segon període de vida i rep com a renda el valor de la producció per càpita. La funció d'utilitat en el segon període t és $u(t) = c(t)^\beta \cdot n(t)^\delta$, on $c(t)$ és la quantitat de bé que l'individu consumeix en el període t , $n(t)$ és el nombre de fills que ha triat tenir i β i δ són constants positives. El cost associat amb la tinença i criança de fills és un cost fix de $\gamma > 0$ unitats de bé per fill.

- (i) Calcula la trajectòria d'acumulació de la població i de la producció i els estats estacionaris corresponents.

25. Migració. Hi ha dues economies amb les característiques descrites en 23. L'única diferència és que α és més gran en una que en l'altra. Calcula quanta gent hauria de migrar d'una economia a l'altra per a què, en l'estat estacionari, hi hagi la mateixa població en les dues economies.

26. Dues economies. Hi ha dues economies amb les característiques descrites en 23. L'única diferència és que en la segona economia $Y(t) = A \cdot L(t)^{\lambda \cdot \alpha}$ i el valor de γ és el doble que en la primera economia. Calcula el valor de λ que fa que, en l'estat estacionari, hi hagi la mateixa població en les dues economies.

27. Cost dels fills. En l'economia descrita en 23, γ és una funció $\gamma(n)$ del nombre de fills, tal que $\gamma'(n) > 0$ i $\gamma''(n) > 0$. Determina la funció que relaciona n amb la renda per càpita i representa-la gràficament.

28. Pensions. Hi ha un únic bé, Y , que no es pot acumular. Tots els individus són idèntics i viuen tres períodes. En el primer període són econòmicament irrelevants. En el segon decideixen quants fills tenir. En el tercer estan jubilats. El bé pot ser produït amb treball L . La funció de producció agregada en el període t és $Y(t) = A \cdot L(t)^\alpha$, on α és una constant positiva. Cada individu disposa d'una unitat de treball en el segon període de vida i rep com a renda el valor de la producció per càpita. En el tercer període no es rep cap renda. La funció d'utilitat en el tercer període coincideix amb el consum. La funció d'utilitat en el segon període t és $u(t) = c(t) \cdot c(t+1) \cdot n(t)^\beta$, on $c(t)$ és la quantitat de bé que l'individu consumeix en el període t , $c(t+1)$ és la quantitat consumida en el següent període $t+1$, $n(t)$ és el nombre de fills que ha triat tenir i β és una constant entre zero i u. El cost associat amb la tinença i criança de fills és un cost fix de $\gamma > 0$ unitats de bé per fill. La font de renda en el tercer període és una pensió que paguen els fills: cada fill transfereix p al seu progenitor. Calcula la trajectòria d'acumulació de la població i de la producció i els estats estacionaris corresponents.

29. Més pensions. Respon les mateixes preguntes que en 27 però ara assumint que la funció d'utilitat en el segon període de vida és $u(t) = c(t) \cdot c(t+1)$.

30. Treball. Hi ha un únic bé que es pot produir amb treball però no acumular. Hi ha dos grups d'individus G_1 i G_2 . G_1 té n membres. G_2 té m membres. Hom viu dos períodes. Per a tot individu, en el darrer període de vida, la utilitat coincideix amb el consum. En la resta de períodes, és el producte del consum del període amb el consum del període següent. La dotació de treball de cada membre de G_1 és $(0, 2)$ i la de cada membre de G_2 és $(0, 1)$, on el primer (segon) component de cada vector és la dotació en el primer (segon) període de vida. Cada unitat de treball d'un membre de G_1 produeix $\lambda > 0$ unitats del bé. Cada unitat de treball d'un membre de G_2 produeix $3 \cdot \lambda$ unitats del bé. Calcula l'equilibri general competitiu.

31. Població sense producció. Hi ha un únic bé, que no es pot produir ni acumular. Cada període hi ha la quantitat total W del bé. Tots els individus són idèntics i viuen dos períodes. En el primer període són econòmicament irrelevants. En el segon decideixen quants fills tenir. Cada període W es distribueix igualitàriament entre tots els individus que viuen en el segon període de vida. La funció d'utilitat en el segon període t és $u(t) = c(t)^\beta \cdot n(t)^{1-\beta}$, on β és una constant positiva. El cost de tenir cada fill són $\gamma > 0$ unitats de bé. Calcula la trajectòria d'acumulació de la població i els estats estacionaris.