

Respon almenys dues de les següents preguntes

1. Fills i pensions. Hi ha un únic bé. El bé pot ser produït emprant el factor de producció treball. La funció de producció agregada en el període t és $Y_t = A \cdot L_t^\alpha$, on Y_t és la quantitat de bé produïda en el període t , L_t és la quantitat de treball emprada en la producció del bé en el període t , α és un número entre 0 i 1 i A representa la contribució d'altres factors a la producció.

Els agents, que aporten treball i duen a terme la producció, s'anomenen camperols. La renda y_t de tot camperol en el seu segon període de vida t és $y_t = Y_t/L_t$. Tots els camperols són idèntics i viuen tres períodes consecutius.

En el seu primer període de vida un camperol és econòmicament inactiu i ha de ser sostingut pel seu progenitor. En el segon període de vida cada camperol decideix quants fills tenir (les famílies són monoparentals); tot camperol esdevé econòmicament actiu i empra tota la seva dotació de treball (una unitat de treball), amb independència de la renda que n'obtingui; la renda de cada camperol es destina a consumir i a criar fills, on el cost associat amb la tinença i cria de fills és un valor fix de $\gamma > 0$ unitats de bé per fill. En el seu tercer període de vida un camperol només consumeix i la seva font de renda és una pensió de p unitats del bé que li paga cadascun dels fills que va tenir en el segon període de vida.

La funció d'utilitat de cada camperol en el seu segon període t de vida és $u_t = c_t \cdot c_{t+1} \cdot n_t$, on c_t és la quantitat de bé que consumeix el camperol en el període t , c_{t+1} és la quantitat de bé que consumeix el camperol en el període següent $t + 1$ (el darrer període de vida del camperol) i n_t és el nombre de fills que el camperol ha triat tenir en el període t .

- (i) Determina la trajectòria de creixement de la població i els estats estacionaris d'aquesta trajectòria.
- (ii) Determina la trajectòria de creixement de la producció per càpita i els estats estacionaris d'aquesta trajectòria.

2. Vida curta i vida llarga. Hi ha un únic bé, que no es pot produir ni acumular, però es pot prestar. Cada període parell neixen n individus idèntics, que viuen dos períodes consecutius i tenen com a dotació dues unitats del bé en el primer període de vida i cap unitat en el segon. Cada període senar neixen m individus idèntics, que viuen tres períodes consecutius i tenen com a dotació una unitat del bé en el primer període de vida, una unitat en el tercer i cap unitat en el segon.

La funció d'utilitat de tot individu nascut en un període parell t és $u_t = c_t \cdot (c_{t+1})^\beta$, on β és una constant positiva, c_t és el consum en el primer període i c_{t+1} és el consum en el segon període de vida. En el darrer període la utilitat coincideix amb el consum del període.

La funció d'utilitat de tot individu nascut en un període senar t és $u_t = c_t \cdot c_{t+1}$ en el seu primer període de vida i $u_{t+1} = c_{t+1} \cdot c_{t+2}$ en el seu segon període, on c_t , c_{t+1} i c_{t+2} és el consum en el primer, segon i tercer períodes, respectivament. En el darrer període la utilitat coincideix amb el consum del període.

- (i) Calcula l'equilibri general competitiu.

3. Pensions i deute públic. Hi ha un únic bé, que no es pot produir, acumular, ni prestar entre individus. Cada període neixen dos grups d'individus, G1 i G2, el primer grup format per n membres i el segon per m . Cada individu viu dos períodes consecutius. Hom té les mateixes funcions d'utilitat: en el primer període t de vida, $u_t = c_t \cdot c_{t+1}$, on c_t és el consum en el primer període i c_{t+1} és el consum en el segon període de vida; en el segon període $t + 1$, la funció és $u_{t+1} = c_{t+1}$.

Cada membre de G1 té una unitat del bé en el seu primer període de vida i cap en el segon. Cada membre de G2 té dues unitats del bé tant en el primer com en el segon períodes.

Hi ha un govern que, cada període, paga una pensió de q unitats del bé a tot individu en el seu segon període de vida. La pensió es finança amb l'emissió de títols de deute públic: cada període el govern emet títols que prometen pagar una unitat del bé en el període següent; els individus poden comprar títols pagant el preu de p unitats del bé per títol. El mercat de deute públic és competitiu: el preu p d'un títol de deute és un preu que iguala oferta i demanda de títols.

El govern equilibra el pressupost cada període: l'ingrés obtingut per l'emissió de títols coincideix amb la despesa total (pagament de la pensió més pagament del deute contret el període anterior per l'emissió de títols). El pagament del deute es fa emetent nous títols de deute.

- (i) Determina la trajectòria d'acumulació del deute públic i els estats estacionaris d'aquesta trajectòria.

4. Acumulació de capital. Hi ha un únic bé, que pot produir-se i acumular-se. Cada període neixen n individus idèntics. Cada individu viu dos períodes consecutius. Hom té les mateixes funcions d'utilitat: en el primer període t de vida, $u_t = (c_t)^\beta \cdot c_{t+1}$, on β és una constant positiva, c_t és el consum en el primer període i c_{t+1} és el consum en el segon període de vida; en el segon període $t + 1$, la funció és $u_{t+1} = c_{t+1}$. Tot individu disposa, com a dotació, d'una unitat de treball en el seu primer període i de cap en el segon. La funció de producció agregada en el període t és $Y_t = K_t^\alpha \cdot L_t^{1-\alpha}$, on α és un número entre 0 i 1, L_t és la quantitat total de treball en t i K_t és la quantitat total del bé acumulada en el període anterior (capital).

Cada període, tota la producció es destina a retribuir treball i capital, de manera que la retribució total del treball (salari multiplicat per la quantitat de treball) és el doble de la retribució total del capital (preu del capital per la quantitat de capital).

- (i) Determina la trajectòria d'acumulació del capital i els estats estacionaris d'aquesta trajectòria.