

4bis. Exemple amb deute públic a dos períodes

1. Descripció de l'economia

- Hi ha un únic bé que no es pot produir ni acumular. Cada període neixen n individus idèntics que viuen dos períodes consecutius. Els individus només tenen dotació del bé en el seu primer període de vida: una unitat del bé. Les funcions d'utilitat d'un individu nascut en el període t són: en t , $u_t = c_t \cdot c_{t+1}$; en $t + 1$, $u_{t+1} = c_{t+1}$.
- Hi ha un agent immortal: un govern. Cada període el govern emet bons: títols de deute que, a canvi de pagar un preu de p unitats del bé per bo en el període t , prometen pagar (per cada bo comprat en t) una unitat de bé dos períodes després, en $t + 2$. Hom creu que el govern pagarà el seu deute. El govern dilapida els ingressos de la primera emissió de bons i el pagament del deute cada període es fa emetent més bons. El govern emet bons cada dos períodes.

2. Anàlisi

- **Mercat primari i mercat secundari de bons.** Els bons s'emeten (es venen per primer cop) en el mercat primari de bons. L'únic venedor de bens en el mercat primari és el govern. En el mercat secundari dels bons aquests es tornen a vendre (s'entén que mercat primari i mercat secundari no coincideixen en el temps). Ara els venedors de bons seran els qui els van comprar en el mercat primari (en el període anterior).

- **Decisió de comprar bons nous.** Considerem un període on hi ha mercat primari: és un període on el govern emet bons (a pagar dos períodes després). Cada jove s'enfronta al problema de

$$\begin{array}{ll} \text{maximitzar} & u = c \cdot c' \\ \text{sofmès a} & c + p \cdot b = 1 \quad (\text{restricció present, de jove}) \\ & c' = p' \cdot b \quad (\text{restricció futura, de gran}) \end{array}$$

on c és el consum present de l'individu (de jove), c' és el consum del període següent (de gran), b és el nombre de bons que l'individu demanda, p és el preu corrent (en unitats de bé) d'un bo i p' és el preu del bo el següent període en el mercat secundari.

El problema es pot resoldre per la via ràpida introduint les dues restriccions en la funció objectiu. En concret, per la restricció de jove, $c = 1 - p \cdot b$ i, per tant, es tracta de

$$\begin{array}{ll} \text{maximitzar} & u = (1 - p \cdot b) \cdot p' \cdot b \\ \text{respecte de } & b \end{array}$$

La funció de demanda de bons resultant és

$$b = \frac{1}{2 \cdot p}$$

Tot i que els compradors (joves) de bons en el mercat primari no rebran cap pagament de l'emissor dels bons en el període següent (quan siguin grans), té sentit comprar-los si es confia en l'existència en el següent període d'un mercat secundari (on es puguin vendre els bons).

• **Decisió de comprar bons vells.** Considerem un període on no hi ha mercat primari. Ara hi haurà un mercat secundari on els compradors de bons en el mercat primari (el període anterior) els puguin vendre i on els compradors corrents de bons podran obtenir un pagament del govern el proper període. El mercat secundari permet traslladar el dret a cobrar del govern dels que són ara grans als que són ara joves: els ara grans, de joves, van adquirir el dret a cobrar del govern dos períodes després; com que ara no poden fer efectiu aquest dret, el venen als ara joves, que sí els podran fer efectiu el període següent. Cada jove s'enfronta al problema de

$$\begin{array}{ll} \text{maximitzar} & u = c \cdot c' \\ \text{sofmès a} & c + p' \cdot b = 1 \quad (\text{restricció present, de jove}) \\ & c' = b \quad (\text{restricció futura, de gran}) \end{array}$$

on c és el consum present de l'individu (de jove), c' és el consum del període següent (de gran), b és el nombre de bons que l'individu demanda i p' és el preu corrent (en unitats de bé) d'un bo.

Un cop introduïdes les dues restriccions en la funció objectiu, es tracta de

$$\begin{array}{l} \text{maximitzar} \quad u = (1 - p' \cdot b) \cdot b \\ \text{respecte de } b \end{array}$$

d'on resulta

$$b = \frac{1}{2 \cdot p'}$$

• **Condicció d'equilibri en el mercat secundari de bons.** L'oferta de bons en el mercat secundari és

$$n \cdot \frac{1}{2 \cdot p}$$

i la demanda

$$n \cdot \frac{1}{2 \cdot p'}$$

En equilibri, les dues magnituds han de ser iguals i, per tant, l'equilibri en el mercat secundari implica

$$p = p'$$

Això significa que el bo té el mateix preu en el mercat primari (p) que en el secundari (p').