

**Microeconomia II · 2n ADE · Grup M1 · Curs 2006-07**  
**Llista d'exercicis del Tema 5**

► 1. Definiu:

- (i) loteria;
- (ii) valor esperat d'una loteria;
- (iii) utilitat esperada d'una loteria;
- (iv) propietat de continuïtat d'una relació de preferència definida sobre un conjunt de loteries;
- (v) propietat d'independència d'una relació de preferència definida sobre un conjunt de loteries;
- (vi) aversió al risc;
- (vii) equivalent cert d'una loteria;
- (viii) coeficient d'aversió absoluta al risc.

► 2. Sigui  $u(x) = x^{1/2}$  una funció d'utilitat sobre el conjunt de premis dels nombres reals no negatius. Determineu el valor esperat i la utilitat esperada de totes les loteries indicades a continuació.

$x_1$	$p_1$	$x_2$	$p_2$	$x_3$	$p_3$	$x_4$	$p_4$
0	1/3	1	1/3	2	1/6	3	1/6
3	0	2	0	1	0	0	1
1	1/2	1	1/8	1	2/8	1	1/8
1	0	1	0	0	1/2	0	1/2
-3	1/5	-2	2/3	3	1/10	2	1/10
1	1/12	0	3/12	0	4/12	1	1/3
-2	2/7	1	3/8	3	1/3	5	1/2

► 3. Considereu el conjunt de loteries sobre el conjunt de premis  $X = \{x_1, x_2, x_3\}$ , on  $x_1 = 1$ ,  $x_2 = 3$  i  $x_3 = 5$ . (i) Trobeu dues loteries sobre  $X$  que tinguin el mateix valor esperat. (ii) Trobeu dues loteries sobre  $X$  que tinguin la mateixa utilitat esperada. (iii) Trobeu totes les loteries sobre  $X$  que tenen un valor esperat 2 i on els dos premis tenen la mateixa probabilitat. (iv) Trobeu una loteria sobre  $X$  que tingui valor esperat 6, una altra que tingui valor esperat 1 i una altra que tingui valor esperat 0.

► 4. Demostreu que si  $u(x) = 5x$  representa en forma d'utilitat esperada una determinada relació de preferència  $P$  sobre un conjunt de loteries definides sobre dos premis  $x_1$  i  $x_2$ , aleshores  $v(x) = 2 + 15x$  també representa  $P$ .

► 5. En què representa la paradoxa d'Allais una crítica a la teoria de la utilitat esperada?

► 6. En què representa la paradoxa d'Ellsberg una crítica a la teoria de la utilitat esperada?

► 7. Quina opció triaríeu a la paradoxa del predictor? Justifiqueu l'elecció.

► 8. Especifiqueu un conjunt de premis  $X$  i una funció d'utilitat  $u$  sobre  $X$ . Trieu tres loteries  $p$ ,  $q$  i  $r$  sobre  $X$  tal que: (i) el valor esperat  $E(p)$  de la loteria  $p$  sigui igual a la seva utilitat esperada  $u_E(p)$ ; (ii)  $E(q) > u_E(p)$ ; i (iii)  $E(q) < u_E(p)$ .

► 9. Sigui  $X = \{x_0, x_1, x_2\}$  el conjunt de premis, on  $x_0 = 0$ ,  $x_1 = 1$  i  $x_2 = 2$ . Siguen  $p$ ,  $q$  i  $r$  les loteries tals que  $p(x_0) = 1/3$ ,  $p(x_1) = 1/3$ ,  $p(x_2) = 1/3$ ,  $q(x_0) = 1/2$ ,  $q(x_1) = 0$ ,  $q(x_2) = 1/2$ ,  $r(x_0) = 0$ ,  $r(x_1) = 1$  i  $r(x_2) = 0$ . Determineu la loteria reduïda de cadascuna de les loteries compotes indicades a continuació.

	$p$	$q$	$r$
loteria composta 1?	1	1/2	1/2
loteria composta 2?	0	1/3	2/3
loteria composta 3?	3/20	3/5	1/4
loteria composta 4?	3/8	9/16	1/16
loteria composta 5?	0	1	0
loteria composta 6?	-1/4	-1/4	3/2
loteria composta 7?	1/3	0	1/3

► 10. Representeu gràficament les següents funcions, definides per al conjunt de nombres reals no negatius, i determineu quines d'elles correspondrien a individus aversos al risc, quines a individus amants del risc i quines a individus neutrals envers al risc: (i)  $u(x) = 3x^{1/3}$ ; (ii)  $u(x) = 3 + 3x^{1/3}$ ; (iii)  $u(x) = 3x$ ; (iv)  $u(x) = 3 + 3x$ ; (v)  $u(x) = 3x^3$ ; (vi)  $u(x) = 3 + 3x^3$ ; (vii)  $u(x) = \ln 3x$ ; (viii)  $u(x) = \ln(3 + x)$ ; (ix)  $u(x) = 3 + \ln(3 + x)$ ; (x)  $u(x) = e^{3x}$ ; (xi)  $u(x) = 3 + e^{3x}$ .

► 11. A cadascuna de les funcions de l'exercici 10, determineu l'equivalent cert i la prima de la loteria que assigna probabilitat  $1/2$  al premi  $x_1 = 1$  i probabilitat  $1/2$  al premi  $x_2 = 27$ .

► 12. A cadascuna de les funcions de l'exercici 10 que expressin aversió al risc, calculeu el coeficient d'Arrow-Pratt d'aversió absoluta al risc.

► 13. Determineu la cobertura que maximitza la utilitat esperada d'un individu amb funció d'utilitat sobre la renda  $u(m) = m^{1/2}$ , si la renda  $m$  és 36, la pèrdua és 10, la probabilitat és  $\pi = 0.1$ : (i) si la prima  $p$  és actuarialment justa; (ii) si  $p$  és el doble de  $\pi$ ; i (iii) si  $p$  és la meitat de  $\pi$ .

► 14. Calculeu l'expressió que defineix la cobertura que maximitza la utilitat esperada d'un individu amb funció d'utilitat sobre la renda  $u(m) = \ln(1 + m)$ , tant si  $p = \pi$  com si  $p > \pi$ . Al cas de prima actuarialment injusta, determineu l'efecte sobre la cobertura d'una variació de: (i) només la renda  $m$ ; (ii) només la pèrdua  $r$ ; (iii) només la prima  $p$ ; (iv) només la probabilitat  $\pi$ . Obtingueu el valor de la cobertura amb les dades de l'exercici 13.

► 15. Calculeu l'expressió que defineix la cobertura que maximitza la utilitat esperada d'un individu amb funció d'utilitat sobre la renda  $u(m) = 3m^{1/3}$ , tant si  $p = \pi$  com si  $p > \pi$ . Al cas de prima actuarialment injusta, determineu l'efecte sobre la cobertura d'una variació de: (i) només la renda  $m$ ; (ii) només la pèrdua  $r$ ; (iii) només la prima  $p$ ; (iv) només la probabilitat  $\pi$ . Obtingueu el valor de la cobertura si  $m = 27$ ,  $r = 9$ ,  $\pi = 0.5$  i  $p = 0.6$ .