

Microeconomia · Llista d'exercicis del Tema 5
Màster Organització Industrial · Curs 2006-07

► 1. Definiu:

- (i) loteria;
- (ii) valor esperat d'una loteria;
- (iii) utilitat esperada d'una loteria;
- (iv) propietat de continuïtat d'una relació de preferència definida sobre un conjunt de loteries;
- (v) propietat d'independència d'una relació de preferència definida sobre un conjunt de loteries;
- (vi) aversió al risc;
- (vii) equivalent cert d'una loteria;
- (viii) coeficient d'aversió absoluta al risc.

► 2. Sigui $u(x) = x^{1/2}$ una funció d'utilitat sobre el conjunt de premis dels nombres reals no negatius. Determineu el valor esperat i la utilitat esperada de totes les loteries indicades a continuació.

x_1	p_1	x_2	p_2	x_3	p_3	x_4	p_4
0	1/3	1	1/3	2	1/6	3	1/6
3	0	2	0	1	0	0	1
1	1/2	1	1/8	1	2/8	1	1/8
1	0	1	0	0	1/2	0	1/2
-3	1/5	-2	2/3	3	1/10	2	1/10
1	1/12	0	3/12	0	4/12	1	1/3
-2	2/7	1	3/8	3	1/3	5	1/2

► 3. Considereu el conjunt de loteries sobre el conjunt de premis $X = \{x_1, x_2, x_3\}$, on $x_1 = 1$, $x_2 = 3$ i $x_3 = 5$. (i) Trobeu dues loteries sobre X que tinguin el mateix valor esperat. (ii) Trobeu dues loteries sobre X que tinguin la mateixa utilitat esperada. (iii) Trobeu totes les loteries sobre X que tenen un valor esperat 2 i on els dos premis tenen la mateixa probabilitat. (iv) Trobeu una loteria sobre X que tingui valor esperat 6, una altra que tingui valor esperat 1 i una altra que tingui valor esperat 0.

► 4. Demostreu que si $u(x) = 5x$ representa en forma d'utilitat esperada una determinada relació de preferència P sobre un conjunt de loteries definides sobre dos premis x_1 i x_2 , aleshores $v(x) = 2 + 15x$ també representa P .

► 5. En què representa la paradoxa d'Allais una crítica a la teoria de la utilitat esperada?

► 6. En què representa la paradoxa d'Ellsberg una crítica a la teoria de la utilitat esperada?

► 7. Quina opció triaríeu a la paradoxa del predictor? Justifiqueu l'elecció.

► 8. Especifiqueu un conjunt de premis X i una funció d'utilitat u sobre X . Trieu tres loteries p, q i r sobre X tal que: (i) el valor esperat $E(p)$ de la loteria p sigui igual a la seva utilitat esperada $u_E(p)$; (ii) $E(q) > u_E(p)$; i (iii) $E(q) < u_E(p)$.

► 9. Sigui $X = \{x_0, x_1, x_2\}$ el conjunt de premis, on $x_0 = 0$, $x_1 = 1$ i $x_2 = 2$. Siguen p, q i r les loteries tals que $p(x_0) = 1/3$, $p(x_1) = 1/3$, $p(x_2) = 1/3$, $q(x_0) = 1/2$, $q(x_1) = 0$, $q(x_2) = 1/2$, $r(x_0) = 0$, $r(x_1) = 1$ i $r(x_2) = 0$. Determineu la loteria reduïda de cadascuna de les loteries compotes indicades a continuació.

	p	q	r
loteria composta 1?	1	1/2	1/2
loteria composta 2?	0	1/3	2/3
loteria composta 3?	3/20	3/5	1/4
loteria composta 4?	3/8	9/16	1/16
loteria composta 5?	0	1	0
loteria composta 6?	-1/4	-1/4	3/2
loteria composta 7?	1/3	0	1/3

► 10. Representeu gràficament les següents funcions, definides per al conjunt de nombres reals no negatius, i determineu quines d'elles correspondrien a individus aversos al risc, quines a individus amants del risc i quines a individus neutrals envers al risc: (i) $u(x) = 3x^{1/3}$; (ii) $u(x) = 3 + 3x^{1/3}$; (iii) $u(x) = 3x$; (iv) $u(x) = 3 + 3x$; (v) $u(x) = 3x^3$; (vi) $u(x) = 3 + 3x^3$; (vii) $u(x) = \ln 3x$; (viii) $u(x) = \ln(3 + x)$; (ix) $u(x) = 3 + \ln(3 + x)$; (x) $u(x) = e^{3x}$; (xi) $u(x) = 3 + e^{3x}$.

► 11. A cadascuna de les funcions de l'exercici 10, determineu l'equivalent cert i la prima de la loteria que assigna probabilitat $1/2$ al premi $x_1 = 1$ i probabilitat $1/2$ al premi $x_2 = 27$.

► 12. A cadascuna de les funcions de l'exercici 10 que expressin aversió al risc, calculeu el coeficient d'Arrow-Pratt d'aversió absoluta al risc.

► 13. Determineu la cobertura que maximitza la utilitat esperada d'un individu amb funció d'utilitat sobre la renda $u(m) = m^{1/2}$, si la renda m és 36, la pèrdua és 10, la probabilitat és $\pi = 0.1$: (i) si la prima p és actuarialment justa; (ii) si p és el doble de π ; i (iii) si p és la meitat de π .

► 14. Calculeu l'expressió que defineix la cobertura que maximitza la utilitat esperada d'un individu amb funció d'utilitat sobre la renda $u(m) = \ln(1 + m)$, tant si $p = \pi$ com si $p > \pi$. Al cas de prima actuarialment injusta, determineu l'efecte sobre la cobertura d'una variació de: (i) només la renda m ; (ii) només la pèrdua r ; (iii) només la prima p ; (iv) només la probabilitat π . Obtingueu el valor de la cobertura amb les dades de l'exercici 13.

► 15. Calculeu l'expressió que defineix la cobertura que maximitza la utilitat esperada d'un individu amb funció d'utilitat sobre la renda $u(m) = 3m^{1/3}$, tant si $p = \pi$ com si $p > \pi$. Al cas de prima actuarialment injusta, determineu l'efecte sobre la cobertura d'una variació de: (i) només la renda m ; (ii) només la pèrdua r ; (iii) només la prima p ; (iv) només la probabilitat π . Obtingueu el valor de la cobertura si $m = 27$, $r = 9$, $\pi = 0.5$ i $p = 0.6$.