Microeconomia II · 2n Llicenciatura en ADE · Grup M1 · Curs 2006-07

Programa

• ***Part I. Equilibri general d'economies de consumidors***

Tema 1. Teoria dels consumidors

1.1. Restriccions pressupostàries
1.2. Preferències sobre els béns
1.3. Funcions d'utilitat sobre els béns
1.4. Funcions de demanda

Tema 2. Teoria de l'intercanvi

2.1. Caixa d'Edgeworth
2.2. Equilibri general competitiu
2.3. Eficiència en el sentit de Pareto
2.4. Els dos Teoremes Fonamentals de l'Economia del Benestar

• ***Part II. Fallades del mercat competitiu***

Tema 3. Externalitats

3.1. Anàlisi d'equilibri general de les externalitats
3.2. Anàlisi d'equilibri parcial de les externalitats

Tema 4. Béns públics

4.1. Provisió eficient d'un bé públic
4.2. Finançament privat d'un bé públic i polissons
4.3. Finançament públic d'un bé públic

Tema 5. Incertesa

5.1. Teoria de la utilitat esperada
5.2. El mercat d'assegurances

Tema 6. Mercats amb informació asimètrica

6.1. Anàlisi del risc moral
6.2. Anàlisi de la selecció adversa

Tema 7. Teoria de contractes

7.1. Contractes en presència de risc moral
7.2. Contractes en presència de selecció adversa

Bibliografia

Bàsica

• Varian, Hal R. (2001): *Microeconomía intermedia: un enfoque actual*, 5a edició. Barcelona: Antoni Bosch.

• Pindyck, Robert S. i Daniel L. Rubinfeld (2001): *Microeconomía*, 5a edició. Madrid: Prentice Hall.

• Nicholson, Walter (2001): *Teoría microeconómica*, 8a edició. Madrid: Thomson.

Avançada

• Gravelle, Hugh i Ray Rees (2006): *Microeconomía*, 3a edició. Madrid: Pearson Prentice Hall.

De qüestions i problemes

• Bergstrom, Theodor C. i Hal R. Varian (2001): *Ejercicios de Microeconomía intermedia*, 5a edició. Barcelona: Antoni Bosch.

• Congregado, Emilio, Antonio A. Golpe i María Teresa Leal (2002): *Microeconomía: cuestiones y problemas resueltos*. Madrid: Prentice Hall.

Accessòria

• Coyle, Diane (2006): *Sexo, drogas y Economía: una introducción poco convencional a la Economía*. Thomson: Madrid.

Avaluació

En primera convocatòria

L'estudiant ha de triar <u>una</u> de les dues opcions següents.

• Opció 1: el 100% de la nota final de l'assignatura es determina a l'examen final a realitzar durant la primera convocatòria oficial d'exàmens: el 22 de gener de 2007 a les 12:00.

• Opció 2: el 100% de la nota final de l'assignatura es determina durant el curs mitjançant el següent sistema d'avaluació continuada. Durant l'explicació de la primera part del programa (temes 1 i 2) es proposaran un conjunt de proves breus, de les quals s'obtindrà una mitjana m_1. En finalitzar l'explicació dels temes 1 i 2, es convocarà una prova global dels dos temes, de la qual s'obtindrà una qualificació q_1. La nota n_1 corresponent a la primera part serà el màxim entre q_1 i $(2q_1 + m_1)/3$. El mateix procediment s'aplicarà a la segona part del programa (temes 3, 4, 5, 6 i 7): hi haurà una mitjana m_2 de proves breus realitzades durant l'explicació dels temes, una nota q_2 corresponent a una prova global relativa als temes 3, 4, 5, 6 i 7, i una nota n_2 de la segona part que serà el màxim entre q_2 i $(2q_2 + m_2)/3$. La qualificació final segons aquesta opció serà $(n_1 + n_2)/2$ si $n_1 \geq 4$ i $n_2 \geq 4$; en cas contrari, serà $(n_1 + n_2)/3$.

En segona convocatòria

El 100% de la nota final de l'assignatura es determina a l'examen final a realitzar durant la segona convocatòria oficial d'exàmens: el 27 de juny de 2007 a les 17:00.

Professor

Antonio Quesada
Despatx 314, Departament d'Economia

• Telèfon: 977 75 9853
• Correu electrònic: aqa@urv.cat

• Plana web de l'assignatura
http://www.fcee.urv.es/professors/AntonioQuesada/ADE200607mic2.html

• Període lectiu: del 18/09/2006 al 20/12/2006, dilluns d'11:00 a 13:00 i dimecres d'11:00 a 13:00
• Aula: A06-1, Facultat de Ciències Econòmiques i Empresarials, Universitat Rovira i Virgili

• Hores de consulta durant el primer quadrimestre
☛ Dimarts, d'11:00 a 13:00
☛ Dimecres i divendres, de 9:00 a 11:00

Introducció

El curs de Microeconomia I és, en essència, un curs sobre <u>teoria dels preus</u>. I, més específicament, sobre com es determinen els preus a institucions anomenades "mercats". La teoria microeconòmica ha triat el <u>mercat competitiu</u> com a mercat que serveix de referència per a avaluar el funcionament dels altres mercats. El curs de Microeconomia I presentava dues raons d'aquesta tria: amb la resta de coses iguals, el preu del bé a un mercat competitiu és inferior al preu del mateix bé si el mercat no és competitiu (és un monopoli o un oligopoli); i, a més, el resultat al que porta un mercat competitiu maximitza la suma dels excedents de consumidors i productors.

El curs de Microeconomia II se centra en el concepte d'<u>eficiència</u> en comptes del concepte de preu. Els preus són un dels resultats dels mercats. Però un altre resultat, potser més significatiu, fa referència al benestar que genera el funcionament dels mercats. La noció d'eficiència captura aquesta idea de benestar. Un mecanisme es diu eficient si els resultats que produeix no poden ser millorats. En el nostre context, l'eficiència es refereix a estats de l'economia o d'un mercat. Aquests estats són eficients si <u>els béns estan distribuïts de manera que maximitzin, en algun sentit, el benefici que proporcionen tant als qui posseeixen els béns com a la societat en el seu conjunt</u>.

El curs de Microeconomia II analitza la <u>capacitat del mercat competitiu per a generar resultats eficients</u>. Definirem la noció d'<u>eficiència en el sentit de Pareto</u> i comprovarem que, en determinades circumstàncies, una economia composta només per mercats competitius, genera resultats eficients en el sentit de Pareto. Aquest és un resultat positiu: <u>una economia formada per mercats competitius és capaç de produir un resultat "socialment desitjable"</u>. A la segona part del curs ens ocupem de què succeeix quan aquelles "determinades circumstàncies" fallen. En aquest cas, un mercat competitiu pot generar resultats que no són eficients en el sentit de Pareto. L'objectiu serà aleshores cercar <u>formes de corregir el mal funcionament</u>, des del punt de vista de l'eficiència, <u>del mercat competitiu</u>.

Tema 1. Teoria dels consumidors

1.0. Introducció

Al curs de Microeconomia I, les decisions de compra d'un bé per part d'un consumidor preu-acceptant van ser representades mitjançant una funció de demanda del bé del consumidor: per a cada preu d'un bé X, i donats els altres factors que podien afectar la decisió de compra d'X, la funció de demanda d'X del consumidor indicava quina quantitat d'X volia adquirir el consumidor.

- Una funció de demanda d'un bé d'un consumidor pressuposa que el consumidor considera que no té la capacitat d'alterar el preu del bé. Per tant, només un consumidor preu-acceptant tindrà funcions de demanda. "Consumidor" significa en aquest curs "consumidor preu-acceptant".
- Seguint el Diccionari de l'Institut d'Estudis Catalans, http://www.iec.cat/, entendrem per *bé* tot allò que procura algun avantatge o satisfacció, però també tot allò que procura algun desavantatge o insatisfacció (els mals).
- El que ens interessa dels béns és que tinguin un preu, això és, que calgui donar alguna altra cosa per a obtenir-los. Per als mals, el seu preu serà negatiu: donem alguna cosa per a desfer-nos d'ells (escombraries, contaminació, virus, soroll del trànsit, andròmines).
- És difícil d'establir una distinció absoluta entre bé en sentit estricte i mal: hi ha coses que per a una persona són un bé però per a una altra són un mal. P.e., la llet per a qui té al·lèrgia a la llet o intolerància a la lactosa és un mal.
- Tot i que la definició de bé és prou àmplia, és convenient a la Part I del curs interpretar que els béns són mercaderies, és a dir, tot allò destinat a ser comprat i venut a un mercat.

L'objectiu del Tema 1 és desenvolupar un model que proporcioni una justificació de les funcions de demanda: es tracta d'explicar d'on provenen i com s'obtenen les funcions de demanda. L'estratègia consisteix en definir hipòtesis i elements a partir dels quals construir les funcions de demanda, de manera anàloga a com les funcions d'oferta van ser construïdes a partir de les funcions de costs i la hipòtesi de maximització de beneficis.

El problema a resoldre és el següent. Un consumidor preu-acceptant ha de determinar quina quantitat vol (i pot) adquirir de cadascun d'un conjunt d'$n \geq 2$ béns. D'una banda, el consumidor disposa d'una renda expressada en unitats monetàries (euros, dòlars… el que sigui) i pren com a donats els preus dels béns. D'una altra, el consumidor té definides unes preferències sobre els béns. L'objectiu del consumidor és realitzar la compra més preferida d'entre el conjunt de compres que pot fer. El problema del consumidor és, per tant, determinar la compra factible més preferida.

Aquest tema presenta un model formal que estructura matemàticament el problema anterior. El model es limita a definir rigorosament què significa "compra", "compra factible" i "compra factible més preferida". Comprovarem que les funcions de demanda són la solució al problema del consumidor: aquestes funcions establiran quina és la compra factible més preferida pel consumidor donada la seva renda i els preus dels béns. Un cop obtingudes les funcions de demanda com a solució al problema del consumidor preu-acceptant, determinarem els efectes sobre la decisió del consumidor de canvis en la seva renda i els preus dels béns.

1.1. Restriccions pressupostàries

Hipòtesi 1.1.1. Per a la resta del tema, fixem un consumidor preu-acceptant.

- Entendrem per consumidor tot agent, individual o col·lectiu, que s'enfronta al problema de determinar quina quantitat adquirir de cada bé pertanyent a un conjunt donat de béns. Per tant, un consumidor podrà ser tant una persona com una família, una empresa, una associació…
- Un consumidor es diu preu-acceptant si no negocia al preu al qual pot adquirir els béns. Això significa que el consumidor s'assabenta del preu de cada bé i, donat aquest preu, determina quina quantitat adquirir de cada bé.
- La majoria de nosaltres en la majoria de les ocasions es comporta com a un consumidor preu-acceptant: típicament, comprem béns a una botiga on cada bé ja duu un preu etiquetat. No és la nostra decisió fixar el preu sinó si comprem o no al preu fixat: un consumidor preu-acceptant no pren decisions sobre els preus dels béns sinó sobre les quantitats a adquirir dels béns.
- "Consumidor *competitiu*" és una expressió sinònima de "consumidor preu-acceptant".

Hipòtesi 1.1.2. Hi ha només dos béns, que anomenarem X i Y.

- Els resultats fonamentals que s'obtindran als temes 1 i 2 són vàlids per a qualsevol nombre de béns, de manera que aquests resultats no depenen de la restricció a dos béns. Limitar-se a dos béns facilita l'exposició i la presentació de les idees més importants.
- Els manuals justifiquen restringir-se a dos béns al·legant que el segon dels béns és l'agregació de tots els béns diferents del primer bé X. Així, el model serveix inicialment per a determinar quina quantitat dels seus recursos el consumidor destina a adquirir X i quina quantitat de recursos q a adquirir la resta de béns. Aleshores, se selecciona un altre bé $Y \neq X$ de la resta de béns i es replica el model on el primer bé és ara Y i el segon bé és el conjunt de béns que no siguin ni X ni Y. El model ara permet determinar, de la quantitat q a dedicar a adquirir béns diferents d'X, quina part es dedica a adquirir Y i quina a adquirir els béns diferents d'X i Y. I així successivament fins a obtenir la quantitat de recursos destinada a adquirir cadascun dels béns.

Hipòtesi 1.1.3. La quantitat que es pot adquirir de tot bé és una variable contínua que prendrà valors en el conjunt $\mathbb{R}_+$ de nombres reals no negatius.

- La interpretació econòmica de permetre mesurar la quantitat d'un bé en el continu és que el bé és perfectament divisible.
- És evident que totes les mercaderies físiques es mesuren en termes discrets: una casa, dues cases; un mililitre d'aigua, dos mililitres d'aigua. P.e., dividir un cotxe per la meitat no fa que tinguem mig cotxe, sinó ferralla. Mig cavall no farà la meitat de la feina d'un cavall, perquè no cal descriure què resulta de dividir un cavall per la meitat. I dividir contínuament una gota d'aigua farà que en algun moment deixem de tenir aigua per a tenir només els seus components. Però podem recórrer a la ficció de considerar que el que es compra i ven és la propietat dels béns, que sí és perfectament divisible: si marit i muller paguen a mitges un cotxe, cadascú pot dir que posseeix (el dret de propietat de) mig cotxe; anàlogament, una dona pot testar a favor dels seus dos fills i deixar cadascú la propietat de mig cavall, de manera que cadascun d'ells podria vendre la seva part de la propietat del cavall sense que calgui la divisió física de l'animal.

Remarca 1.1.4. Atès que les quantitats dels béns representen consums possibles durant un període de temps, les quantitats dels béns es mesuraran respecte de (la mateixa) unitat de temps: quilograms per dia, unitats per setmana, litres per any.

Hipòtesi 1.1.5. Cada bé té un únic preu.

Notació 1.1.6. Sigui x la variable que representa la quantitat de bé X per unitat de temps i y la variable que representa la quantitat de bé Y per la mateixa unitat de temps. Sigui p_x el preu del bé X i p_y el preu del bé Y. Tant x com y, p_x i p_y prenen valors al conjunt $\mathbb{R}_+$ de nombres reals no negatius.

- Ésser un consumidor preu-acceptant significa que p_x i p_y són dades que el consumidor creu que no pot canviar. Per tant, un consumidor preu-acceptant tracta p_x i p_y com si fossin constants.
- Les unitats monetàries en què es mesuren els preus són indeterminades (euros, dòlars, dinars): p_x es mesura en unitats monetàries per unitat d'X i p_y es mesura en unitats monetàries per unitat d'Y. A tots dos casos, la unitat monetària és la mateixa.

Hipòtesi 1.1.7. El consumidor disposa d'una renda monetària m.

- La renda m és la quantitat de diner de què disposa el consumidor per a comprar bé X i bé Y, i representa el seu poder adquisitiu.
- En no dir d'on surt la renda, es parla de "renda exògena". Al Tema 2, la renda serà endògena.
- La renda m es mesura en les mateixes unitats monetàries que els preus p_x i p_y.

Definició 1.1.8. L'espai de béns E del consumidor és el producte cartesià $\mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}_+$ i representa el conjunt de combinacions dels béns X i Y que el consumidor podria consumir. Vegeu la Fig. 1.

Definició 1.1.9. Un lot de béns (o, abreujant, un lot) del consumidor és un punt de l'espai de béns E del consumidor. Per tant, un lot és un parell $(x, y) \in \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}_+$.

- Per a un lot a, x_a és la quantitat d'X al lot i y_a és la quantitat d'Y al lot. Vegeu la Fig. 2.
- P.e., el lot de béns $a = (x_a, y_a) = (5, 3)$ expressa una pauta de consum durant el període de temps fixat. Si el temps es mesura en dies, a representa la pauta de consum consistent en consumir $x_a = 5$ unitats del bé X per dia i $y_a = 3$ unitats del bé Y per dia.
- A la Fig. 2, el lot b conté més d'Y però menys d'X que el lot a.

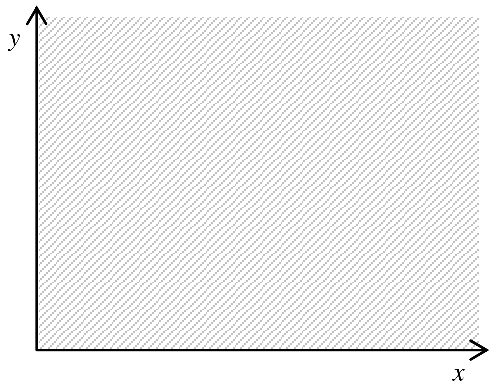

Fig. 1. L'espai de béns

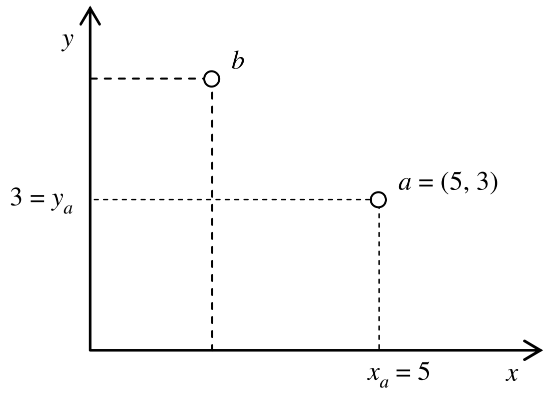

Fig. 2. Dos lots de béns

Definició 1.1.10. Donats els preus p_x i p_y dels béns i la renda m, el <u>conjunt pressupostari</u> CP del consumidor és $CP := \{(x, y) \in \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}_+ : p_x\, x + p_y\, y \leq m\}$. Vegeu la Fig. 3.

- En tant que l'espai de béns del consumidor és el conjunt de tots els lots <u>teòricament possibles</u>, el conjunt pressupostari del consumidor és el subconjunt de l'espai de béns que aplega tots els lots que són <u>factibles</u> per al consumidor: donats p_x, p_y i m, el conjunt pressupostari és el conjunt de lots que el consumidor <u>pot adquirir</u> quan disposa de la renda m i els preus són p_x i p_y.
- El conjunt pressupostari és funció de la renda i dels preus: el conjunt pressupostari canvia només si canvia la renda o algun dels preus.

Definició 1.1.11. El <u>valor</u> d'un lot (x, y) a preus p_x i p_y és $p_x\, x + p_y\, y$.

- Des de la perspectiva del consumidor, el valor d'un lot representa la <u>despesa</u> que ha de fer per a adquirir el lot (el nombre d'unitats monetàries que costa el lot). P.e., si $(x, y) = (5, 3)$, $p_x = 2$ i $p_y = 7$, aleshores el valor del lot (5, 3) és $2{\cdot}5 + 7{\cdot}3 = 31$ unitats monetàries.
- La condició $p_x\ x\ +\ p_y\ y\ \leq\ m$ identifica el conjunt de lots factibles, això és, els lots que requereixen fer una despesa (o tenen un valor) no superior a la renda m.

Definició 1.1.12. Donats els preus p_x i p_y dels béns i la renda m, la <u>restricció pressupostària</u> RP del consumidor és $RP := \{(x, y) \in \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}_+ : p_x\, x + p_y\, y = m\}$. Vegeu la Fig. 3.

- La restricció pressupostària és el conjunt de lots que tenen un valor igual a la renda m.
- Geomètricament, <u>la restricció pressupostària és la frontera superior del conjunt pressupostari</u>.
- Un lot es troba sobre la restricció pressupostària del consumidor si, i només si, en comprar-lo, el consumidor exhaureix tota la seva renda.
- Un lot que pertany a CP però no a RP és un lot factible que el consumidor pot adquirir sense necessitat d'esmerçar tota la seva renda m.
- A la Fig. 3, el lot a no és factible: en ser fora el conjunt pressupostari, resulta $p_x\, x_a + p_y\, y_a > m$: el lot a no es pot comprar amb renda m i preus p_x i p_y. El lot b és factible i esgota la renda, ja que es troba sobre la restricció pressupostària i això significa $p_x\ x_b\ +\ p_y\ y_b\ =\ m$. Finalment, c és factible però no esgota la renda: en ser per sota la restricció pressupostària, $p_x\, x_c + p_y\, y_c < m$.
- Amb renda m i preus p_x i p_y, la quantitat màxima que es pot adquirir d'X és m/p_x: comprar el màxim d'X implica no comprar d'Y i gastar tota m. Per tant, la quantitat màxima d'x que es pot adquirir d'X satisfà $x\, p_x + 0{\cdot}p_y = m$; és a dir, $x = m/p_x$. Anàlogament, el màxim d'Y és m/p_y.

Exemple 1.1.13. Sigui $p_x = 2$, $p_y = 4$ i $m = 12$ (indiqueu les unitats). Aleshores $CP := \{(x, y) \in \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}_+ : 2x + 4y \leq 12\}$ i $RP := \{(x, y) \in \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}_+ : 2x + 4y = 12\}$; vegeu la Fig. 4.

- En ser la restricció pressupostària una recta sobre l'espai $\mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}_+$, és suficient identificar dos punts sobre la recta per tal de representar-la gràficament. L'opció més fàcil és considerar els lots on només es compra un dels béns. P.e., amb restricció pressupostària $2x + 4y = 12$, aquests lots són (6, 0) i (0, 3). Mentre (6, 0) és el lot on s'intersecten RP i l'eix d'abscisses, (0, 3) és el lot on s'intersecten RP i l'eix d'ordenades. La representació gràfica de la restricció pressupostària $2x + 4y = 12$ ve donada per la recta que uneix els lots (6, 0) i (0, 3).

Remarca 1.1.14. Si $p_y \neq 0$, $p_x\, x + p_y\, y = m$ pot expressar-se com $y = m/p_y - x(p_x/p_y)$. Això fa que, representant y a l'eix d'ordenades, el pendent de la restricció pressupostària sigui $-p_x/p_y$.

- En valor absolut, el pendent de l'*RP* és l'alçada m/p_y dividit per la base m/p_x, que és p_x/p_y.
- Les unitats de mesura del pendent $-p_x/p_y$ són unitats d'*Y* per unitat d'*X*.
- El pendent de la restricció pressupostària expressa la taxa de canvi d'un bé per un altre.
- A l'Exemple 1.1.13, si $p_x = 2$ i $p_y = 4$, el fet que el preu d'*Y* sigui el doble del preu d'*X* vol dir que cal donar el doble d'unitats d'*X* per cada unitat d'*Y*. El pendent $-½$ indica que cada mitja unitat d'*Y* val el mateix que (es pot intercanviar per) una unitat d'*X*. De fet, partint de ½ unitats d'*Y*, $p_y = 4$ significa que la mitja unitat d'*Y* es pot vendre a canvi de 2 unitats monetàries. Amb aquestes 2 unitats monetàries, el preu $p_x = 2$ permet comprar una unitat d'*X*. Així, s'ha pogut transformar ½ unitat d'*Y* en 1 unitat d'*X*. El pendent expressa aquesta relació d'intercanvi.

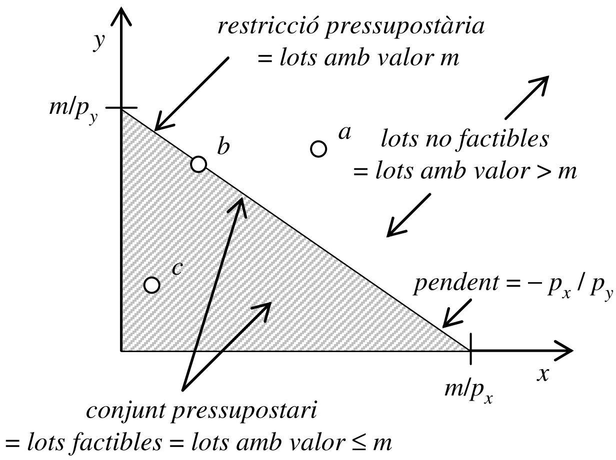

Fig. 3. Restricció i conjunt pressupostaris

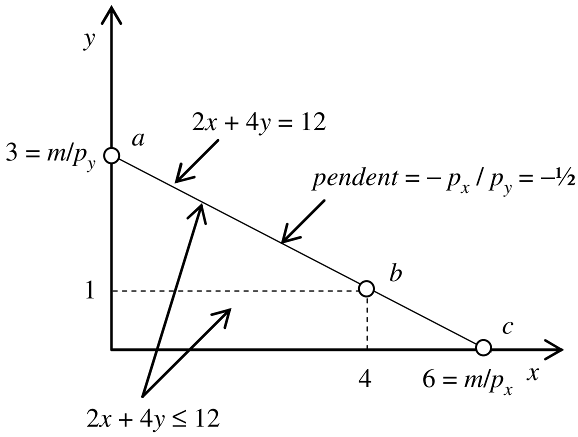

Fig. 4. Exemple

Remarca 1.1.15. La restricció pressupostària canvia només si canvia p_x, p_y o m.

- Si augmenta [disminueix] m, l'*RP* es desplaça paral·lelament cap a la dreta [esquerra]. El desplaçament és paral·lel perquè un canvi d'm no altera el pendent $-p_x/p_y$. Vegeu la Fig. 5.
- Si p_x varia, l'*RP* fa una rotació al voltant del lot $(0, m/p_y)$; vegeu la Fig. 6. Si p_x augmenta, *RP* gira cap a dins: el conjunt pressupostari es redueix perquè un preu d'*X* superior fa que lots que abans eren factibles ara no ho siguin. I si p_x disminueix, *RP* gira cap a fora: el conjunt pressupostari s'eixampla perquè ara nous lots són factibles gràcies a la reducció del preu d'*X*.
- Si el canvi consisteix en una variació de p_y, l'*RP* fa una rotació al voltant del lot $(m/p_x, 0)$.

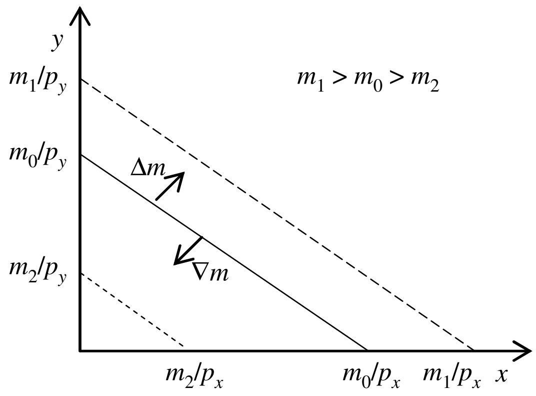

Fig. 5. Efectes d'un canvi en la renda

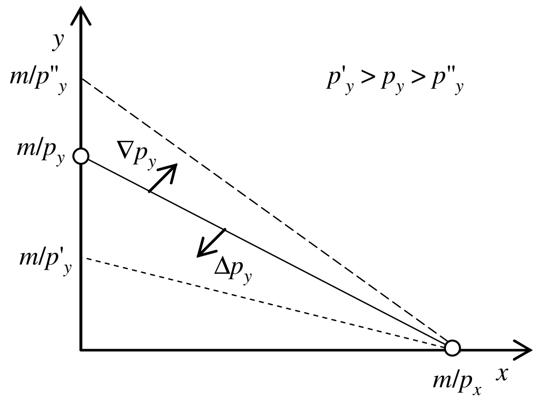

Fig. 6. Efectes d'un canvi en un preu

1.2. Preferències sobre els béns

Hipòtesi 1.2.1. Les preferències del consumidor sobre els lots de l'espai de béns E es representen mitjançant una relació binària P sobre E: per a tot lot a i b de l'espai de béns, l'expressió $a\ P\ b$ significa "el consumidor prefereix el lot a al lot b" en tant que l'expressió $a \not P b$ significa "el consumidor no prefereix a a b", de manera que $a \not P b$ abreuja "no $a\ P\ b$".

- La relació de preferència P caracteritza els gustos del consumidor sobre els béns.
- Els trets distintius dels seus gustos es modelitzaran mitjançant propietats de P.

Definició 1.2.2. P és asimètrica quan, per a tot lot a i b de l'espai de béns, si $a\ P\ b$ aleshores $b \not P a$.

- Asimetria és una propietat de consistència: si el consumidor prefereix a a b no pot ser que a la vegada prefereixi b a a. Així, preferir a a b implica no preferir b a a.

Definició 1.2.3. P és negativament transitiva quan, per a tot lot a, b i c de l'espai de béns, si $a \not P b$ i $b \not P c$ aleshores $a \not P c$.

- La transitivitat negativa de P diu que la corresponent relació de no preferència $\not P$ és transitiva: si a no es prefereix a b i b no es prefereix a c aleshores a no es prefereix a c.

Proposició 1.2.4. Si P és asimètrica i negativament transitiva, aleshores P és transitiva.

- *Demostració*. P és transitiva si $a\ P\ b$ i $b\ P\ c$ impliquen $a\ P\ c$. Suposem $a\ P\ b$ i $b\ P\ c$. Hem de provar que $a\ P\ c$. Per asimetria tenim $b \not P a$ i $c \not P b$. Per tant, $c \not P b$ i $b \not P a$. Per transitivitat negativa, $c \not P a$. Hi ha dues opcions: $a \not P c$ o $a\ P\ c$. Si es produeix el segon cas, hem assolit el que volíem demostrar: $a\ P\ c$. Si es produeix el primer cas, atès que $c \not P b$, tindrem $a \not P c$ i $c \not P b$. Per transitivitat negativa, $a \not P b$. Però això contradiu la hipòtesi inicial que $a\ P\ b$. D'aquesta contradicció es conclou que el primer cas no és possible i la demostració finalitza.■

Definició 1.2.5. A partir de la relació binària de preferència P, definim una nova relació binària d'indiferència I com segueix: per a tot lot a i b de l'espai de béns, $a\ I\ b$ si, i només si, $a \not P b$ i $b \not P a$.

- L'expressió "$a\ I\ b$" significa "el consumidor considera el lot a indiferent al lot b": el consumidor ni prefereix a a b, ni prefereix b a a.

Proposició 1.2.6. Si P és asimètrica i negativament transitiva aleshores:

(i) per a tot lot a i b de l'espai de béns, o bé $a\ P\ b$, o bé $b\ P\ a$, o bé $a\ I\ b$;

(ii) la relació d'indiferència I és
  - reflexiva: per a tot lot a de l'espai de béns, $a\ I\ a$;
  - simètrica: per a tot lot a i b de l'espai de béns, si $a\ I\ b$ aleshores $b\ I\ a$; i
  - transitiva: per a tot lot a, b i c de l'espai de béns, si $a\ I\ b$ i $b\ I\ c$ aleshores $a\ I\ c$;

(iii) per a tot lot a, b i c de l'espai de béns,
- si $a\ I\ b$ i $b\ P\ c$ aleshores $a\ P\ c$; i
- si $a\ P\ b$ i $b\ I\ c$ aleshores $a\ P\ c$.

Definició 1.2.7. Una combinació convexa dels lots a i b és un lot $c := \lambda a + (1 - \lambda)b$, on $\lambda \in [0, 1]$ és un nombre real més gran o igual que 0 i més petit o igual que 1.

- Quan $0 \leq \lambda \leq 1$, els lots de la forma $\lambda a + (1 - \lambda)b$ defineixen el conjunt de lots que estan sobre la línia que uneix el lot a amb el lot b.
- El lot $\lambda a + (1 - \lambda)b$ s'obté combinant la proporció λ del lot a amb la proporció $(1 - \lambda)$ del b.
- P.e., si $a = (3, 9)$, $b = (12, 6)$ i $\lambda = 2/3$, aleshores $c := \lambda a + (1 - \lambda)b = (2/3)\cdot(3, 9) + (1/3)\cdot(12, 6) = (2, 6) + (4, 2) = (6, 8)$ és el lot obtingut combinant ⅔ d'a (el 66% d'a) amb ⅓ de b (el 33% de b). Si λ = ½, la barreja és al 50% (la meitat d'a combinada amb la meitat de b) i, geomètricament, el nou lot c = (12'5, 7'5) es troba en el punt mitjà de la recta que uneix a amb b.

Definició 1.2.8. P és contínua quan, per a tot lot a, b i c, si $a\ P\ b$ i $b\ P\ c$ aleshores existeix un nombre real $\lambda \in [0, 1]$ i una combinació convexa $d := \lambda a + (1 - \lambda)c$ tal que $b\ I\ d$.

- Una relació de preferència P és contínua si, quan un lot b és preferit a un altre a però és menys preferit que un altre c, existeix una barreja apropiada dels lots a i c que és indiferent a b.
- La idea és que combinant apropiadament un lot pitjor que b amb un de millor es pot aconseguir un d'indiferent. P.e., si $a = (2, 7)$ és preferit a $b = (4, 4)$ i aquest preferit a $c = (3, 6)$, continuïtat significa que existeix almenys un lot indiferent a b de la forma $\lambda a + (1 - \lambda)b = \lambda(2, 7) + (1 - \lambda)(3, 6) = (3 - \lambda, 6 + \lambda)$, per almenys un $\lambda \in [0, 1]$.
- La continuïtat també vol dir que si un lot a és preferit a un altre lot b, tot lot suficientment "proper" a a també serà preferit a b.

Definició 1.2.9. P és monòtona quan, per a tot lot a i b, si ($x_a \geq x_b$ i $y_a > y_b$) o ($x_a > x_b$ i $y_a \geq y_b$) aleshores $a\ P\ b$.

- La monotonia expressa la idea que més és millor: si un lot a té més d'un bé que un altre lot b, i no té menys de l'altre bé, aleshores a és preferit a b.
- P.e., si P és monòtona $a = (3, 2)$ és preferit tant a $b = (2, 1)$ com a $c = (2, 2)$. En canvi, la propietat de monotonia no permet determinar si a és preferit o no a $d = (2, 3)$.

Definició 1.2.10. P és feblement monòtona quan, per a tot lot a i b: (i) si $x_a > x_b$ i $y_a > y_b$ aleshores $a\ P\ b$; i (ii) si ($x_a = x_b$ i $y_a > y_b$) o ($x_a > x_b$ i $y_a = y_b$) aleshores $b\ \cancel{P}\ a$.

- Monotonia feble implica que si afegim més de tots dos béns a un lot, el nou lot és preferit al lot inicial, però que si només afegim més d'un dels béns l'únic que podem dir és que el nou lot no serà menys preferit que l'inicial (serà més preferit o indiferent).
- P.e., si P és feblement monòtona $a = (3, 2)$ és preferit a $b = (2, 1)$ però no necessàriament a $c = (2, 2)$. El que sí garanteix és que c no serà preferit a a (a serà preferit o indiferent a c).

Remarca 1.2.11. Sigui P feblement monòtona i sigui a un lot qualsevol; vegeu la Fig. 7. En aquest cas, tots els lots a la regió B (sense incloure les línies discontínues) són lots més preferits que a i tots els lots a la regió C (sense incloure les línies discontínues) són lots menys preferits que a. Per tant, per a tot b a la regió B, $b\ P\ a$ i, per a tot lot c a la regió C, $a\ P\ c$. Això fa que els lots indiferents a a només es puguin trobar a les regions A i D (incloent-hi les línies discontínues).

Remarca 1.2.12. Continuant a la Fig. 7, quan P és monòtona, tots els lots a la regió B (ara incloent-hi les línies discontínues) són lots més preferits que a i tots els lots a la regió C (incloent-hi les línies discontínues) són lots menys preferits que a. En conseqüència, els lots indiferents a a només són a les regions A i D (excloent-hi les línies discontínues).

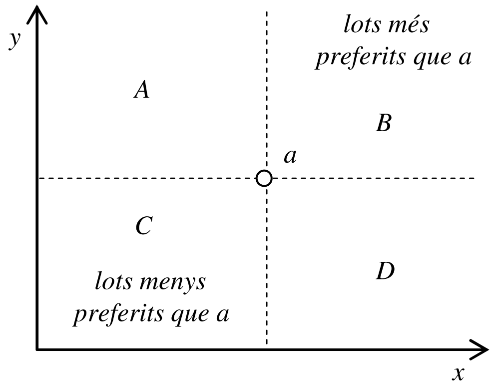

Fig. 7. Implicacions de la monotonia feble

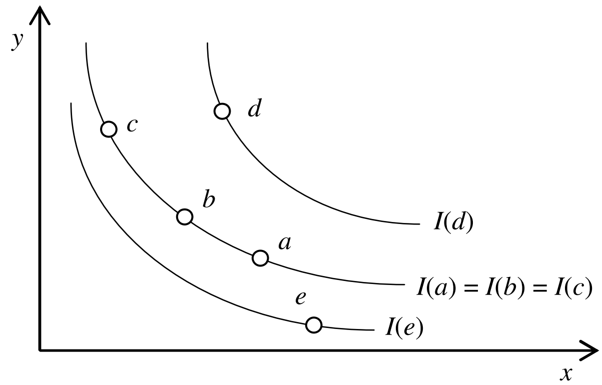

Fig. 8. Conjunts d'indiferència

Definició 1.2.13. P és <u>convexa</u> quan, per a tot lot a i b, i tot nombre real $\lambda \in \,]0, 1[$, si $a\ I\ b$ i $c := \lambda a + (1 - \lambda)c$ aleshores $c\ P\ a$ i $c\ P\ b$.

- La convexitat diu que qualsevol combinació convexa de dos lots indiferents (que no sigui igual a algun dels lots) és preferida a tots dos lots.
- La convexitat expressa una mena de "<u>preferència per la diversitat</u>": combinar dos lots indiferents és millor que qualssevol dels dos lots de partida.

Definició 1.2.14. P és <u>feblement convexa</u> quan, per a tot lot a i b, i tot nombre real $\lambda \in \,]0, 1[$, si tenim $a\ I\ b$ i $c := \lambda a + (1 - \lambda)c$ aleshores ni $a \not P c$ ni $b \not P c$.

- La convexitat feble diu que tota combinació convexa de dos lots indiferents (que no sigui igual a algun dels lots) no és menys preferida que cap dels dos lots indiferents: o més preferida o indiferent.
- La convexitat diu que barrejar lots indiferents sempre duu a un lot més preferit; la convexitat feble, que barrejar lots indiferents no pot dur a un lot menys preferit.

Definició 1.2.15. Donada una relació de preferència P, el <u>conjunt d'indiferència</u> $I(a)$ corresponent al lot a és el conjunt de lots $I(a) := \{b \in \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}_+\colon a\ I\ b\}$. Aquest conjunt arreplega <u>tots els lots que són indiferents al lot a</u> d'acord amb la preferència P.

Definició 1.2.16. La relació de preferència P és <u>estàndard</u> si P és asimètrica, negativament transitiva, contínua, monòtona i convexa.

Proposició 1.2.17. Si P és estàndard aleshores, per a tot lot a a l'interior de l'espai de béns, el conjunt d'indiferència $I(a)$ té la forma (de corba decreixent, contínua i convexa) representada a la Fig. 8.

• El conjunt d'indiferència $I(a)$ d'a és una corba contínua (dita corba d'indiferència) per la continuïtat de P. Aquesta corba és convexa per la convexitat de P. Per la monotonia de P, la corba té pendent negatiu (és decreixent); tots els lots damunt la corba $I(a)$ són més preferits que a (p.e., $d\ P\ a$); i tots els lots sota la corba $I(a)$ són menys preferits que a (p.e., $a\ P\ e$). Per la simetria i la transitivitat negativa, per cada lot passa una i només una corba d'indiferència.

Remarca 1.2.18. Si P és estàndard, dues corbes d'indiferència diferents no es poden creuar.

• *Demostració*. Suposem que la remarca és falsa i derivem una contradicció. Sigui a un lot pel que passen dues corbes d'indiferència diferents. Trien un lot $b \neq a$ d'una corba i un lot $c \neq a$ de l'altra. Atès que la mateixa corba passa per b i a, resulta que $b\ I\ a$. Atès que la mateixa corba passa per a i c, resulta que $a\ I\ c$. Per la Proposició 1.2.6, I és transitiva i, per tant, se segueix de $b\ I\ a$ i $a\ I\ c$ que $b\ I\ c$. Això significa que b i c són sobre la mateixa corba d'indiferència, en contradicció amb la hipòtesi que b i c pertanyen a corbes d'indiferència diferents.■

Remarca 1.2.19. Tota relació de preferència P genera un mapa de conjunts d'indiferència sobre l'espai de béns, atès que tot lot s'ha de trobar com a mínim a un conjunt d'indiferència. Per aquest motiu, podem identificar P amb els conjunts d'indiferència que genera. Quan P és estàndard, el mapa de corbes d'indiferència particiona tot l'espai de béns, com capes d'una ceba.

1.3. Funcions d'utilitat sobre els béns

Definició 1.3.1. Una representació numèrica d'una relació de preferència P sobre l'espai de béns E és una funció real $u : E \to \mathbb{R}$ tal que, per a tot lot $a, b \in E$,

$$a\ P\ b \text{ si, i només si, } u(a) > u(b).$$

• La funció u assigna números als lots preservant l'ordre dels lots que estableix la preferència P: un lot a rep un número més gran que un altre lot b si, i només si, el lot a és preferit al lot b.
• El número $u(a)$ assignat al lot a es pot interpretar com una mesura de la "utilitat", "satisfacció" o "benestar" que obté el consumidor en consumir el lot a. Per aquest motiu, u s'anomena "funció d'utilitat".
• Tota la informació que proporciona una preferència P està continguda en tota funció d'utilitat u que representi numèricament P, atès que $u(a) > u(b)$ vol dir el mateix que $a\ P\ b$. L'avantatge d'u és que és generalment una forma compacta d'especificar les preferències del consumidor i, a més, permet aplicar les tècniques d'anàlisi numèrica.

Remarca 1.3.2. Una relació de preferència té infinites representacions numèriques.

• P.e., si u representa numèricament P, aleshores la funció $v : E \to \mathbb{R}$ tal que, per a tot $a \in E$, $v(a) := u(a) + 1$ també representa numèricament P.
• Això fa que l'escala sobre la que es mesura la utilitat, les unitats en què es mesura la utilitat i les diferències d'utilitat entre lots no tinguin cap significat. P.e., $u(a) = 2u(b)$ no vol dir que la

utilitat del lot a sigui el doble que la utilitat del lot b ni $0 < u(a) - u(b) = 2(u(a) - u(c))$ que la preferència d'a sobre b és el doble d'intensa que la preferència d'a sobre c.

• El números que associa u amb els lots no són nivells d'utilitat sinó <u>etiquetes numèriques</u>. L'única informació rellevant d'u és <u>l'ordre de les etiquetes</u>: si comparem $u(a)$ amb $u(b)$, els números o la seva diferència no importen; l'únic que importa és quin dels dos és més gran, perquè això identificarà quins dels dos lots és preferit a l'altre.

• Que l'únic que importi dels valors d'u sigui quin és més gran i quin més petit prové del fet que <u>P només proporciona informació ordinal</u>: $a\ P\ b$ només informa que a és preferit a b, però no "per quant". <u>P no expressa la intensitat de preferències sinó només un rànking de preferències</u>. Per això, u no pot afegir més informació que la que P proporciona i es diu que u és una funció d'utilitat <u>ordinal</u> (al Tema 5 trobarem funcions d'utilitat <u>cardinal</u>, on els números sí importen).

• Atès que P és, en essència, una ordenació dels conjunts d'indiferència, tot el que importa d'u és que permeti reconstruir l'ordenació dels conjunts d'indiferència coneixent els valors d'u.

• De fet, tota u que representi P: (i) asssigna el mateix número a tots els lots que pertanyen a un mateix conjunt d'indiferència; i (ii) el número assignat a tots els lots d'un conjunt d'indiferència A és més gran que el que s'assigna a tots els lots d'un altre conjunt d'indiferència B si algun lot d'A és preferit a algun lot de B.

Proposició 1.3.3. Si u representa numèricament P i $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ és no decreixent i creixent al conjunt $\{r \in \mathbb{R}: u(a) = r$ per a algun $a \in E\}$, la composició $v = f(u)$ també representa numèricament P.

• Per tant, si u representa numèricament P, aplicar qualsevol transformació als valors d'u que preservi l'ordre, genera una altra representació numèrica de P. P.e., si u representa P i $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ és tal que, per a tot $r \in \mathbb{R}$, $f(r) = 2r$, aleshores $v = f(u) = 2u$ també representa P.

Proposició 1.3.4. Per tal que P tingui alguna representació numèrica és <u>necessari</u> que P sigui asimètrica i transitivament negativa.

• *Demostració. Necessitat de l'asimetria*. Provem-ho per contradicció: si assumim falsa la l'afirmació "si u representa P aleshores P és asimètrica" i derivem una contradicció, aleshores l'afirmació ha de ser certa. Suposem que u representa P però que P no és asimètrica. Per tant, hi ha lots a i b tals que $a\ P\ b$ i $b\ P\ a$. Atès que u representa P, $a\ P\ b$ implica $u(a) > u(b)$ i, a més, $b\ P\ a$ implica $u(b) > u(a)$. Però essent $u(a)$ i $u(b)$ nombres reals, no pot ser que $u(a) > u(b)$ i $u(b) > u(b)$: contradicció.■

• La Proposició 1.3.4 diu que si u representa P aleshores P ha de ser simètrica i transitivament negativa; com a resultat, si P no és asimètrica o no és transitivament negativa, no es podrà representar numèricament.

• La inversa de la Proposicio 1.3.4 no és certa en general: que P sigui simètrica i transitivament negativa no garanteix que admeti una representació numèrica. La següent <u>preferència lexicogràfica</u> és simètrica i transitivament negativa però no representable: $a\ P\ b$ si, i només si, $x_a > x_b$ o bé ($x_a = x_b$ i $y_a > y_b$). Aquesta preferència diu que el consumidor vol per damunt de tot consumir el bé X i, per a lots on la quantitat d'X és la mateixa, prefereix el lot que té més d'Y.

• La inversa de la Proposicio 1.3.4 seria certa si E fos un conjunt <u>comptable</u> (això inclou el cas en què E és finit): <u>si E és comptable, hi ha una representació numèrica de P si, i només si, P és asimètrica i transitivament negativa</u>.

Proposició 1.3.5. Una relació de preferència P sobre E pot ser representada numèricament per una funció $u : E \to \mathbb{R}$ contínua si, i només si, P és asimètrica, transitivament negativa i contínua.

- Una implicació de la Proposició 1.3.5 és que la preferència lexicogràfica no és contínua.

Proposició 1.3.6. Si $u : E \to \mathbb{R}$ representa numèricament P, aleshores P és monòtona si, i només si, u és creixent.

- Una funció $u : E \to \mathbb{R}$ és creixent si $u(a) > u(b)$, per a tot $a, b \in E$ amb $a \neq b$, $x_a \geq x_b$ i $y_a \geq y_b$.

Proposició 1.3.7. Si $u : E \to \mathbb{R}$ representa numèricament P, P és convexa si, i només si, u és estrictament quasi-còncava.

- Una funció $u : E \to \mathbb{R}$ és estrictament quasi-còncava si, per a tot $\lambda \in \,]0, 1[$ i per a tot $a, b \in E$ amb $a \neq b$, $u(a) \geq u(b)$ implica $u(\lambda a + (1 - \lambda)b) > u(b)$.
- Una funció $u : E \to \mathbb{R}$ és estrictament còncava si, per a tot $\lambda \in \,]0, 1[$ i per a tot $a, b \in E$ amb $a \neq b$, $u(\lambda a + (1 - \lambda)b) > \lambda u(a) + (1 - \lambda)u(b)$. Si u és estrictament còncava, u és estrictament quasi-còncava. Per tant, quasi-concavitat estricta és una generalització de la concavitat estricta.

Corolari 1.3.8. Una relació de preferència P sobre E pot ser representada numèricament per una funció $u : E \to \mathbb{R}$ contínua, monòtona i estrictament quasi-còncava si, i només si, P és estàndard.

Exemple 1.3.9. Sigui $u(x, y) = xy$. Representa u alguna relació de preferència? Si és així, quines propietats té la relació de preferència?

- Atès que u és contínua, per la Proposició 1.3.5, u representa una preferència P que és asimètrica, transitivament negativa i contínua.
- Si s'exclouen els lots on $x = 0$ o $y = 0$, u és creixent i, per la Proposició 1.3.5, u representa una preferència P que és asimètrica, transitivament negativa, contínua i monòtona.
- Si s'exclouen els lots on $x = 0$ o $y = 0$, u és estrictament quasi-còncava. Per tant, les corbes d'indiferència que u genera a l'interior d'E són decreixents, contínues i convexes.
- Per a representar una corba d'indiferència a l'interior d'E, fixem el valor d'utilitat $k \neq 0$ de la corba: busquem tots els lots als quals u assigna utilitat k. Sigui (x, y) un d'aquests lots. Per tant, $u(x, y) = k$. Atès que $u(x, y) = xy$, tenim $xy = k$. Així, tot lot (x, y) sobre la corba d'indiferència amb valor k satisfà $y = k/x$. La gràfica d'aquesta funció és decreixent, contínua i convexa. Variant k, obtindrem tot el mapa de corbes d'indiferència a l'interior de l'espai de béns.
- Les funcions d'utilitat Cobb-Douglas tenen la forma $u(x, y) = Cx^{\alpha}y^{\beta}$, on C, α i β són constants positives. Les corbes d'indiferència de totes les funcions Cobb-Douglas tenen la mateixa forma genèricia que les de la funció $u(x, y) = xy$, que és la funció Cobb-Douglas on $C = \alpha = \beta = 1$. Així, les Cobb-Douglas generen, a l'interior d'E, corbes d'indiferència com les de la Fig. 8.

Exemple 1.3.10. Les funcions d'utilitat quasi-lineal són del tipus $u(x, y) = v(x) + y$, on v és creixent.

- En aquest cas, tota corba d'indiferència és una còpia exacta de les demés desplaçada verticalment: el mapa de corbes s'obté construint una i desplaçant-la amunt i avall.

Exemple 1.3.11. La funció $u(x, y) = x + y$ indica que el consumidor està disposat a canviar X per Y a una taxa d'1 per 1. Aquesta funció és un membre de la família de funcions d'utilitat dels béns que el consumidor considera substitutius perfectes (un consumidor considera X i Y com a substitutius perfectes si les corbes d'indiferència tenen un pendent constant).

- La corba d'indiferència de nivell k de la funció $u(x, y) = x + y$ satisfà $u(x, y) = k$. Per tant, els lots (x, y) sobre aquesta corba satisfan $x + y = k$; això és, $y = k - x$, on k és constant. Aquesta corba d'indiferència és una recta amb pendent -1 i el mapa de corbes d'indiferència que genera $u(x, y) = x + y$ són rectes paral·leles amb pendent -1.
- Les funcions d'utilitat lineals tenen la forma $u(x, y) = C + \alpha x + \beta y$, on C, α i β són constants positives. Les seves corbes d'indiferència tenen la mateixa forma genèrica que les de la funció $u(x, y) = x + y$, que és la funció lineal on $C = 0$ i $\alpha = \beta = 1$. De fet, les corbes d'indiferència d'$u(x, y) = C + \alpha x + \beta y$ són rectes amb pendent $-\alpha/\beta$ i, per tant, les funcions d'utilitat lineals corresponen al cas en què el consumidor considera els béns substitutius perfectes.
- La funció $u(x, y) = C + \alpha x + \beta y$ diu que la pèrdua d'utilitat causada per reduir x en una unitat (pèrdua que seria α) es pot compensar augmentant y en α/β unitats.

Exemple 1.3.12. La funció $u(x, y) = min\{x, y\}$ indica que el consumidor no treu profit d'augmentar el consum d'un bé sense augmentar simultàniament el de l'altre, si no és que té acumulat un excés del segon bé en relació amb el primer. Aquesta funció és un membre de la família de funcions d'utilitat dels béns que el consumidor considera complementaris perfectes (un consumidor considera X i Y com a complementaris perfectes si ambdós es consumeixen en proporcions fixes).

- La corba d'indiferència I_k de nivell k satisfà $min\{x, y\} = k$. Clarament, el lot (k, k) pertany a I_k. A partir d'aquest lot, movem-nos en totes direccions per a esbrinar què fa I_k més enllà de (k, k).
- Què passa si augmentem la quantitat d'X a (k, k)? Considerem un lot (x, k) on $x > k$. Atès que $min\{x, k\} = k$, tots els lots (x, k) amb $x > k$ són a la mateixa corba d'indiferència I_k que (k, k). Sigui (x, k) un lot on $x < k$. Ara, però, $min\{x, k\} = x < k$ i cap lot (x, k) amb $x < k$ no pertany a I_k.
- I si augmentem la quantitat d'Y a (k, k)? Sigui (k, y) un lot on $y > k$. Atès que $min\{k, y\} = k$, tots els lots (k, y) amb $y > k$ són a I_k. Sigui (k, y) un lot on $y < k$. Ara, però, $min\{k, y\} = y < k$ i cap lot (k, y) amb $k < k$ no pertany a I_k.
- Per últim, si (x, y) és tal que $x \neq k$ i $y \neq k$, és evident que $min\{x, y\} \neq k$ i (x, y) no pertany a I_k. En resum, I_k té forma d'L i (k, k) és el vèrtex de l'L; vegeu la Fig. 13 assumint $\alpha = \beta = 1$.
- Les funcions d'utilitat dels béns que el consumidor considera complementaris perfectes tenen la forma $u(x, y) = min\{\alpha x, \beta y\}$, on α i β són constants positives, o una de similar. Aquesta funció diu que el consumidor vol consumir α unitats més d'X per cada β unitats addicionals d'Y. Les corbes d'indiferència tenen forma d'L i tots els vèrtexs de les corbes d'indiferència satisfan $\alpha x = \beta y$. Això fa que els vèrtex de les corbes d'indiferència es trobin sobre la recta $y = \alpha x/\beta$.

Definició 1.3.13. La relació marginal de substitució d'X per Y (RMS_{XY}) en un lot d'una corba d'indiferència és el valor absolut pendent de la corba d'indiferència en aquell lot.

- L'RMS_{XY} en un lot expressa a quina taxa el consumidor està disposat a sacrificar consum (infinitesimal) d'X al lot a canvi d'augmentar el consum d'Y per tal que la seva utilitat no canviï. L'RMS_{XY} és un preu relatiu: quant més d'Y a canvi de quant menys d'X per a quedar-se igual.

• P.e., sigui el lot (10, 5) i la funció d'utilitat $u(x, y) = xy$. Atès que $u(10, 5) = 50$, la corba d'indiferència que pasa per (10, 5) satisfà $xy = 50$; d'aquí, $y = 50/x$. El pendent dy/dx d'aquesta corba a un lot arbitrari (x, y) satisfà $dy/dx = -50/x^2$. Així, el pendent al lot (10, 5) és -2 i l'RMS_{XY} al lot (10, 5) és 2. Aquest resultat significa que, per cada unitat "infinitesimal" que treiem de les 10 unitats d'X del lot, cal donar 2 unitats "infinitesimals" d'Y al consumidor per a retornar a la mateixa corba d'indiferència. De manera grollera, al consumidor li és igual perdre 1 unitat d'X del seu lot (10, 5) si a canvi li compensem amb 2 unitats d'Y. Això expressa una relació d'intercanvi: el consumidor està disposat a canviar 1 unitat d'X per 2 unitats d'Y.
• Aquesta interpretació és correcta quan l'RMS_{XY} és constant al llarg d'una corba, això és, quan la corba d'indiferència és una recta. P.e., sigui el lot (10, 5) i $u(x, y) = 2x + 5y$. El lot (10, 5) és a la corba d'indiferència on $y = 9 - 2x/5$. El pendent a tot lot de la corba és $-2/5$ i l'RMS_{XY} a tot lot de la corba és 2/5. Aquest número diu que si el consumidor perd 1 unitat d'X, necessita 2/5 unitats d'Y per a assolir un lot indiferent al de partida. P.e., partint de (10, 5), suposem que el consum d'X es redueix en 5 unitats. Aleshores el consumidor requereix $5 \cdot 2/5 = 2$ unitats d'Y per a ser compensat: efectivament, en passar de (10, 5) a (5, 7) la utilitat es manté.

Definició 1.3.14. Sigui $u : E \to \mathbb{R}$ una funció d'utilitat derivable. Aleshores la funció d'utilitat marginal d'X, anomenada u_x, és la derivada parcial $\partial u/\partial x$ d'u respecte d'x; i la funció d'utilitat marginal d'Y, anomenada u_y, és la derivada parcial $\partial u/\partial y$ d'u respecte d'y.

• La funció d'utilitat marginal d'X mesura la variació de la utilitat causada per un canvi "infinitesimal" en el consum del bé X: quant varia u en relació amb el que varia x mantenint constant el consum y d'Y. La funció d'utilitat marginal d'Y s'interpreta anàlogament.
• P.e., si $u(x, y) = xy$, tindrem $u_x := \partial u/\partial x = y$: cada unitat extra "infinitesimal" del bé X fa augmentar la utilitat y unitats. Dit d'una altra manera, la utilitat marginal del bé X quan el consumidor consumeix un lot amb y unitats d'Y són y unitats (d'utilitat). Si $u(x, y) = 2x + 5y$, $u_x = 2$: cada unitat de més en el consum d'X fa augmentar 2 unitats la utilitat i, per tant, la utilitat marginal del bé X és sempre 2 unitats (d'utilitat).

Proposició 1.3.15. Si u és diferenciable, l'RMS_{XY} a un lot a és el quocient u_x/u_y avaluat al lot a.

• *Demostració*. Si u és diferenciable, el diferencial total d'u és
$$du = \frac{\partial u}{\partial x}dx + \frac{\partial u}{\partial y}dy = u_x\,dx + u_y\,dy,$$
equació que diu que la variació d'utilitat provocada per canvis dx i dy en el consum d'X i d'Y és la suma de la utilitat marginal associada als canvis en el consum. Si volem mantenir-nos a la mateixa corba d'indiferència, $du = 0$. Així, $u_x\,dx + u_y\,dy = 0$. Reordenant, $-dy/dx = u_x/u_y$. Atès que $du = 0$, dy/dx és el pendent de la corba d'indiferència sobre la qual es restringeixen els canvis dx i dy. En suma, $\mathrm{RMS}_{XY} = u_x/u_y$, on ambdues expressions s'avaluen sobre el mateix lot.■

Remarca 1.3.16. Si u representa numèricament una preferència estàndard, l'RMS_{XY} a tot lot a és creixent: a mesura que ens enfilem sobre la corba d'indiferència reduint el consum d'X, cal cada cop compensar amb més quantitat d'Y una mateixa reducció d'X.

• A la Fig. 8, el pendent a b és superior (en valor absolut) al pendent a a; i a c, superior que a b.

1.4. Funcions de demanda

Hipòtesi 1.4.1. L'objectiu del consumidor és adquirir, entre el lots factibles, un dels més preferits.

Remarca 1.4.2. Si la preferència del consumidor és estàndard, la Hipòtesi 1.4.1 implica que esgotarà la renda. En conseqüència, el consumidor triarà un lot sobre la restricció pressupostària.

- Si el consumidor triés un lot a per sota la restricció, encara disposaria de lots factibles més preferits que a: tots els que es troben al nord-est d'a i per sota la restricció pressupostària.
- La Remarca 1.4.2 és vàlida si la monotonia feble reemplaça la monotonia.

Proposició 1.4.3. Si la Hipòtesi 1.4.1 s'assumeix, si la preferència del consumidor és estàndard i si p_x, p_y i m prenen valors positius, aleshores el consumidor triarà l'únic lot de la restricció pressupostària on la restricció pressupostària és tangent a alguna corba d'indiferència.

- *Demostració geomètrica*. En prendre p_x, p_y i m valors positius, el conjunt pressupostari té lots amb quantitats positives de tots dos béns. Per tant, la Hipòtesi 1.4.1 porta al consumidor a triar algun lot amb quantitats positives de tots dos béns. En ser la preferència estàndard, les corbes d'indiferència són com les de la Fig. 8 i podem restringir-nos a corbes a l'interior de l'espai de béns E. En valor absolut, el pendent al llarg de cadascuna d'aquestes corbes d'indiferència varia contínuament: tendeix cap a infinit quan ens desplacem cap amunt i a l'esquerra al llarg d'una corba i tendeix cap a zero quan ens desplacem cap avall i la dreta. Això fa que, per a qualsevol número n entre 0 i infinit, hi hagi un punt a cada corba d'indiferència a l'interior d'E on el pendent, en valor absolut, sigui igual a n. En particular, essent p_x/p_y el pendent en valor absolut de la restricció pressupostària, tota corba d'indiferència a l'interior d'E conté un lot on el pendent de la corba és p_x/p_y. Identifiquem ara la restricció pressupostària; això és, de l'infinit nombre de rectes amb pendent $-\,p_x/p_y$, prenguem aquella que talla els eixos en els valors m/p_x i m/p_y. Pel raonament anterior, hi ha una corba d'indiferència C contenint un lot a on el pendent de la corba és igual, en valor absolut, a p_x/p_y; vegeu la Fig. 9. La corba C és única: atès que dues corbes no es poden tallar, qualsevol altra corba D es troba per damunt C –i, per tant, D no té cap punt en contacte amb la restricció pressupostària– o per sota C –i, per tant, D tindrà dos punts en contacte amb la restricció pressupostària–. El lot a és un lot factible (es troba sobre la restricció pressupostària) i és el més preferit pel consumidor al conjunt pressupostari (tota corba d'indiferència amb lots més preferits es troba a la dreta de la corba C i, en ser C tangent a la restricció pressupostària, els lots d'aquests corbes són tots no factibles).■

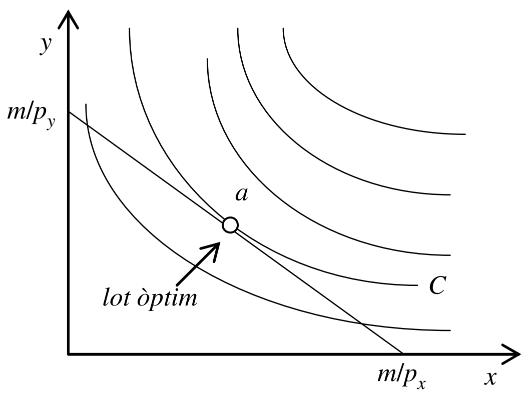

Fig. 9. Solució al problema del consumidor

PC	*maximitzar* *sobre* $(x, y) \in E$	$u(x, y)$
	sotmès a	$p_x\,x + p_y\,y = m$

Fig. 10. Formulació del problema del consumidor

Remarca 1.4.4. Quan, en comptes de tenir la relació de preferència del consumidor, tenim una funció d'utilitat que la representa numèricament, el problema del consumidor PC pot plantejar-se com a un problema d'optimització matemàtica: dontas els preus p_x i p_y dels béns i donada la renda m del consumidor es tracta de maximitzar la funció d'utilitat $u(x, y)$ sobre el conjunt de lots (x, y) que pertanyen a l'espai de béns, sotmès a que se satisfaci la condició de factibilitat $p_x\, x + p_y\, y \leq m$.

Remarca 1.4.5. Si la funció d'utilitat representa una preferència que és feblement monòtona, la solució es trobarà sobre la restricció pressupostària. En aquest cas, el problema d'optimització matemàtica que resol el consumidor (determinar el lot factible que maximitza la seva utilitat) és a la Fig. 10.

- Per la Proposició 1.4.3, el lot que soluciona el problema del consumidor és únic i s'anomena "lot òptim". És el lot que maximitza la utilitat del consumidor sotmès a la seva restricció pressupostària.

Remarca 1.4.6. Per la Proposició 1.4.3, el lot òptim a és tal que el pendent en valor absolut de la corba d'indiferència que conté a a al punt a coincideix amb el pendent en valor absolut de la restricció pressupostària. Per la demostració de la Proposició 1.3.15, el pendent en valor absolut d'una corba d'indiferència a un lot és el quocient u_x/u_y. Per tant, quan les preferències són estàndards a l'interior d'E, i preus i renda prenen valors positius, el lot òptim (x^*, y^*) s'obté resolent el següent sistema de dues equacions amb dues incògnites:

Condició de tangència $\dfrac{u_x(x^*, y^*)}{u_y(x^*, y^*)} = \dfrac{p_x}{p_y}$ *Condició d'esgotament de la renda* $p_x\, x^* + p_y\, y^* = m$

- La condició d'esgotament de la renda diu que el lot òptim es troba sobre la restricció pressupostària. La condició de tangència diu que, al lot òptim, la restricció pressupostària és tangent a una corba d'indiferència.
- Aquestes dues condicions no necessàriament permeten trobar el lot òptim quan les preferències no són estàndards: a la Fig. 11, el lot a satisfà les dues condicions però no és un lot òptim, ja que b és un lot factible que és més preferit que a.

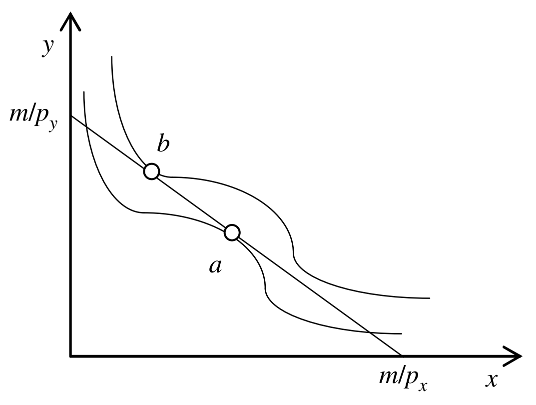

Fig. 11. Corbes d'indiferència no convexes

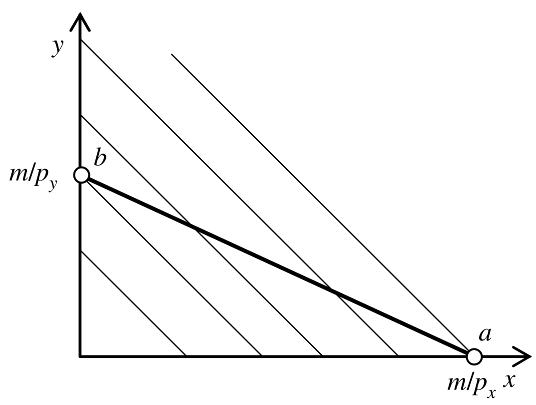

Fig.12. Corbes d'indiferència lineals

Remarca 1.4.7. La solució del problema del consumidor de la Fig. 10 quan u és derivable i representa una preferència estàndard, i quan p_x, p_y i m prenen valors positius, s'obté de la maximització del lagrangià $\mathscr{L}(x, y, \lambda) := u(x, y) + \lambda(m - p_x x - p_y y)$, on λ és el multiplicador de Lagrange. Derivant $\mathscr{L}$ respecte de cadascuna de les tres variables i igualant a zero s'obtenen les condicions necessàries per a assolir un màxim.

- El fet que u sigui estrictament quasi-còncava garanteix que les condicions també siguin suficients (quasi-concavitat estricta és sinònim d'RMS_{XY} decreixent).
- Les tres condicions són:
(i) $\partial\mathscr{L}/\partial x = \partial u/\partial x - \lambda p_x = 0$ (ii) $\partial\mathscr{L}/\partial y = \partial u/\partial y - \lambda p_y = 0$ (iii) $\partial\mathscr{L}/\partial\lambda = m - p_x x - p_y y = 0$
- La condició (iii) no és més que la condició d'esgotament de la renda. Aïllant λ de les condicions (i) i (ii), s'obté $u_x/p_x = u_y/p_y$. Aquesta és una manera equivalent d'expressar la condició de tangència. Diu que, en el lot òptim, l'última unitat monetària emprada en comprar bé X ha de proporcionar la mateixa utilitat que l'última unitat monetària emprada en comprar bé Y. En el lot òptim, el consumidor ha de estar indiferent entre dedicar l'última unitat monetària a comprar X i dedicar-la a comprar Y. Si, p.e., $u_x/p_x > u_y/p_y$, l'última unitat monetària emprada en comprar bé X proporciona més utilitat que l'última unitat monetària emprada en comprar bé Y, de forma que el consumidor augmentaria la seva utilitat total retirant l'última unitat monetària de la compra d'Y per a dedicar-la a comprar més d'X.

Definició 1.4.8. Si el lot òptim és sempre únic: (i) la funció de demanda d'X del consumidor determina, per a cada triple (p_x, p_y, m), la quantitat del bé X que hi ha al lot òptim a preus p_x i p_y dels béns i renda m; i (ii) la funció de demanda d'Y del consumidor determina, per a cada triple (p_x, p_y, m), la quantitat del bé Y que hi ha al lot òptim a preus p_x i p_y dels béns i renda m.

- Les funcions de demanda simplement expressen el lot òptim quan preus i renda es deixen indeterminats. Quan donem valors concrets a preus i renda, s'obté el lot òptim combinant el valor de la funció de demanda d'X amb el valor de la funció de demanda d'Y.

Exemple 1.4.9. Solució al problema del consumidor amb funcions d'utilitat Cobb-Douglas. Amb preus i renda prenent valors positius, sigui $u(x, y) = Cx^\alpha y^\beta$, on C, α i β són constants positives.

- Aleshores, $u_x = C\alpha x^{\alpha-1}y^\beta$ i $u_y = C\beta x^\alpha y^{\beta-1}$. Per tant, $u_x/u_y = \alpha y/\beta x$ i la condició de tangència és $\alpha y/\beta x = p_x/p_y$. Aquesta condició diu que tots els punts (x, y) de tangència entre una corba d'indiferència i una recta paral·lela a la restricció pressupostària es troben sobre la recta $y = \beta p_x x/\alpha p_y$, on α, β, p_x i p_y són constants positives.
- La condició d'esgotament de la renda fa que busquem el lot sobre la recta $y = \beta p_x x/\alpha p_y$ que intersecta la restricció pressupostària. Així, la funció $x^*(p_x, p_y, m)$ de demanda d'X i la funció $y^*(p_x, p_y, m)$ de demanda d'Y s'obtenen de les equacions $\alpha\, p_y\, y^* = \beta\, p_x\, x^*$ i $p_x\, x^* - p_y\, y^* = m$.
- Aïllant x^* i y^* , obtenim les funcions de demanda d'X i Y: $x^*(p_x, p_y, m) = m/p_x(1 + \beta/\alpha)$ i $y^*(p_x, p_y, m) = m/p_y(1 + \alpha/\beta)$, on α i β són valors coneguts. P.e., si $\alpha = \beta = 1$, $x^*(p_x, p_y, m) = m/2p_x$ i $y^*(p_x, p_y, m) = m/2p_y$. Noteu que la funció de demanda d'X [Y] no depèn de p_y [p_x].
- Fixats els valors d'α i β, les funcions de demanda donen les instruccions per a calcular el lot òptim. Per a què hi hagi un lot òptim que calcular, cal conèixer els valors de p_x, p_y i m. P.e., si $\alpha = \beta = 1$, $p_x = 2$, $p_y = 3$ i $m = 12$, el lot òptim és $(x^*, y^*) = (3, 2)$.

Exemple 1.4.10. Solució al problema del consumidor amb funcions d'utilitat lineals (cas dels substitutius perfectes). Amb preus i renda prenent valors positius, sigui $u(x, y) = \alpha x + \beta y$, on α i β són constants positives.

- Les dues condicions de la Remarca 1.4.6 per a solucionar el problema del consumidor són vàlides quan la solució és interior (es consumeix una quantitat positiva de tots dos béns) i u és derivable. El fet que totes les corbes d'indiferència intersectin els eixos amb funcions d'utilitat lineals fa possible obtenir una solució de cantonada (que la solució es trobi a algun dels eixos).
- Quan la solució de cantonada és possible, les condicions per a trobar-la són:
  (i) $\partial\mathscr{L}/\partial x = \partial u/\partial x - \lambda p_x \leq 0$ i, si $\partial u/\partial x - \lambda p_x < 0$, aleshores $x^* = 0$;
  (ii) $\partial\mathscr{L}/\partial y = \partial u/\partial y - \lambda p_y \leq 0$ i, si $\partial u/\partial y - \lambda p_y < 0$, aleshores $y^* = 0$; i
  (iii) $\partial\mathscr{L}/\partial\lambda = m - p_x\, x - p_y\, y = 0$.
- La condició (i) significa que $p_x > u_x/\lambda$: el bé X és massa car en relació amb la utilitat marginal que proporciona com per a ser consumit. La condició (ii) s'interpreta anàlogament.
- Atès que $m > 0$, el lot òptim implica consumir almenys algun dels béns. Per la condició (i) i el fet que $u_x = \alpha$, resulta que $\alpha - \lambda p_x \leq 0$. Cas 1: $\alpha - \lambda p_x < 0$. Aleshores $x^* = 0$ i, per la condició (iii), $m = p_y\, y^*$. Així, el lot òptim és $(0, m/p_y)$. Cas 2: $\alpha - \lambda p_x = 0$ i $u_y - \lambda p_y < 0$. Això vol dir que $y^* = 0$ i, per la condició (iii), el lot òptim és $(m/p_x, 0)$. Cas 3: $\alpha - \lambda p_x = 0$ i $u_y - \lambda p_y = 0$. Donat que $u_y = \beta$, tenim $\beta = \lambda p_y$ i $\alpha = \lambda p_x$. Aïllant λ per a desfer-nos d'ella, resulta que per a què es doni el cas 3 cal que $\alpha/\beta = p_x/p_y$. Si això succeeix, el pendent $-\alpha/\beta$ de totes les corbes d'indiferència és igual al pendent $-p_x/p_y$ de la restricció pressupostària i, en conseqüència, tots els lots sobre la restricció pressupostària seran lots òptims.
- P.e., fixem $\alpha = \beta = 1$. Així, $u(x, y) = x + y$. Sigui $p_x = 1$, $p_y = 2$ i $m = 12$; vegeu la Fig. 12. Les corbes d'indiferència són rectes amb pendent -1 i la restricció pressupostària té pendent $-½$ (és més plana). Això significa que no s'aplica el cas 3: $\alpha/\beta = 1 \neq ½ = p_x/p_y$. Per tant, la solució la dóna el cas 1 o el cas 2. Si es dóna el cas 1, el lot òptim seria b. Però aquest no pot ser el lot òptim, perquè a és factible i preferit a b. Per tant, es dóna el cas 2 i el lot òptim és a. El resultat és raonable: u diu que al consumidor tant li és una unitat d'X com una d'Y; i si el preu d'Y és superior al preu d'X, maximitzar utilitat implica no comprar d'Y i comprar només X.
- En general, tindrem: (i) si $\alpha/\beta < p_x/p_y$ serem al cas 1: només es compra Y; (ii) si $\alpha/\beta > p_x/p_y$ serem al cas 2: només es compra X; i (iii) si $\alpha/\beta = p_x/p_y$ serem al cas 3 i qualsevol lot sobre la restricció pressupostària serà un lot òptim.

Exemple 1.4.11. Solució al problema del consumidor amb funcions d'utilitat mínim (cas dels complementaris perfectes). Amb preus i renda prenent valors positius, sigui $u(x, y) = min\{\alpha x, \beta y\}$, on α i β són constants positives.

- La solució al problema del consumidor serà interior, però no podem aplicar les tècniques diferencials perquè la funció mínim no és derivable en tot el seu domini. Com a l'Exemple 1.4.10, el lot òptim es pot trobar fàcilment raonant geomètricament; vegeu la Fig. 13.
- El lot òptim és aquell lot sobre la restricció pressupostària que pertany a la corba d'indiferència més allunyada de l'origen. Per tant, el lot òptim és un punt de tangència entre la restricció pressupostària i la corba d'indiferència que el conté. La tangència entre restricció i corba només es pot produir al vèrtex de la corba. Com tots els vèrtexs de les corbes d'indiferència són a la recta $\alpha x = \beta y$, el lot òptim és a la intersecció d'aquesta recta amb la restricció pressupostària. La funció de demanda d'X és $x^*(p_x, p_y, m) = m/(p_x + \alpha p_y/\beta)$ i la d'Y, $y^*(p_x, p_y, m) = m/(p_y + \beta p_x/\alpha)$.

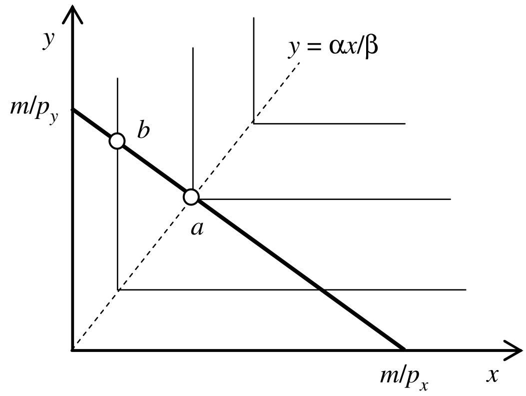

Fig. 13. Corbes d'indiferència trencades

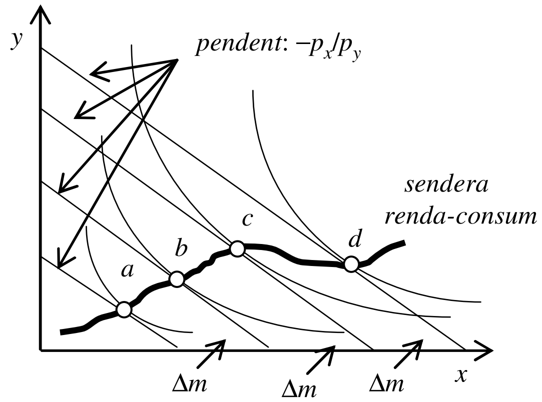

Fig. 14. Canvi del lot òptim davant canvis a m

Definició 1.4.12. Estàtica comparativa és l'anàlisi del canvi de la solució d'un model (variables endògenes) provocat per canvis en els paràmetres (variables exògenes) del model.

- En el model del consumidor que hem presentat, les variables exògenes són els preus, la renda i la relació de preferència (restricció pressupostària i corbes d'indiferència). Les variables endògenes fonamentals són les quantitats de cada bé triades pel consumidor (el lot òptim).

Remarca 1.4.13. Les funcions de demanda dels dos béns donen les respostes d'estàtica comparativa a les preguntes de com canvia el consum òptim dels béns si canvia algun dels preus o la renda.

Definició 1.4.14. Donats els preus p_x i p_y dels béns, la sendera renda-consum mostra els lots òptims a mesura que va variant la renda m. Per a cada parell (p_x, p_y) hi ha una sendera diferent.

- La Fig. 14 mostra una sendera renda-consum amb preferències estàndards. A priori, no podem saber quina forma tindrà la sendera: la gràfica presenta una sendera arbitrària.
- El pas d'a a b és causat per un augment d'm i el resultat és que el consum de tots dos béns augmenta. Interpretem que tots dos béns s'han comportat com a béns normals. En canvi, en el pas de c a d, el consum òptim d'X augmenta però el d'Y disminueix. En aquest cas, el bé X es continua comportant com a bé normal però el bé Y s'ha comportat com a un bé inferior.
- La sendera renda-consum, com a funció relacionant x amb y, s'obté de les funcions de demanda dels béns, fixant els preus i desfent-nos d'm. També s'obté directament de la condició de tangència emprada per a resoldre el problema del consumidor. Vegeu l'Exemple 1.4.15.

Exemple 1.4.15. Considerem les funcions de demanda generades per la funció d'utilitat Cobb-Douglas $u(x, y) = xy$, que són $x^*(p_x, p_y, m) = m/2p_x$ i $y^*(p_x, p_y, m) = m/2p_y$.

- Aïllem m a totes dues: $m = 2p_xx$ i $m = 2p_yy$. Igualem i obtenim $p_xx = p_yy$. Fixant els valors dels preus tindrem la sendera renda-consum: si $p_x = 4$ i $p_y = 2$, la sendera és $y = 2x$. Això vol dir que si es mantenen els preus a $p_x = 4$ i $p_y = 2$, a mesura que varia m, el lot òptim sempre tindrà el doble d'unitats d'Y que d'X.
- De manera equivalent, amb $p_x = 4$ i $p_y = 2$, la condició de tangència diu que $u_x/u_y = 4/2 = 2$. Atès que $u_x = y$ i $u_y = x$, resulta $y/x = 2$; això és, $y = 2x$, que és la sendera renda-consum.

Definició 1.4.16. Donats p_y i m, la <u>sendera preu-consum del bé X</u> mostra els lots òptims a mesura que va variant p_x. Per a cada parell (p_y, m), hi ha una sendera diferent.

Definició 1.4.17. Donats p_x i m, la <u>sendera preu-consum del bé Y</u> mostra els lots òptims a mesura que va variant p_y. Per a cada parell (p_x, m), hi ha una sendera diferent.

- Les Figs. 15 i 16 mostren senderes preu-consum del bé X amb preferències estàndards. A priori, no podem saber la forma de la sendera: les gràfiques presenten senderes arbitràries.
- A la Fig. 15, el pas d'a a b és causat per una disminució de p_x i el resultat és que el consum de tots dos béns augmenta. Interpretem, en aquest cas, que el bé X es comporta com a bé <u>ordinari</u>: reducció del seu preu i augment del seu consum. Interpretem també que el bé Y es comporta com a <u>complementari</u> del bé X: disminueix el preu d'X i augmenta el consum d'Y. En canvi, en el pas de c a d, el bé Y es comporta com a bé <u>substituït</u> per X: es redueix el preu d'X i també es redueix el consum d'Y.
- A la Fig. 16, en el pas de b a c el bé Y es comporta com a bé <u>independent</u> d'X: varia el preu d'X però no varia el consum d'Y. En el pas de c a d, el bé X es comporta com a bé <u>Giffen</u>: es redueix el preu d'X però també es redueix el seu consum.
- De la sendera preu-consum d'X es pot reconstruir la funció de demanda del bé X tal i com es va presentar a Microeconomia I (la funció que determina el consum d'X quan només varia el preu d'X). També la podem obtenir directament de la funció $x^*(p_x, p_y, m)$ de demanda d'X, un cop fixats valors per a p_y i m.
- La sendera renda-consum d'X, com a funció relacionant x amb y, s'obté de les funcions de demanda dels béns, fixant p_y i m per a desfer-nos de p_x. P.e., sigui $p_y = 2$, $m = 12$, $x^*(p_x, p_y, m) = m/(p_x + 2p_y)$ i $y^*(p_x, p_y, m) = m/(p_y + p_x/2)$. Aïllant p_x a totes dues equacions i igualant un cop substituïm els valors de p_y i m, s'obté $y = 2x$, que és la sendera preu-consum d'X.

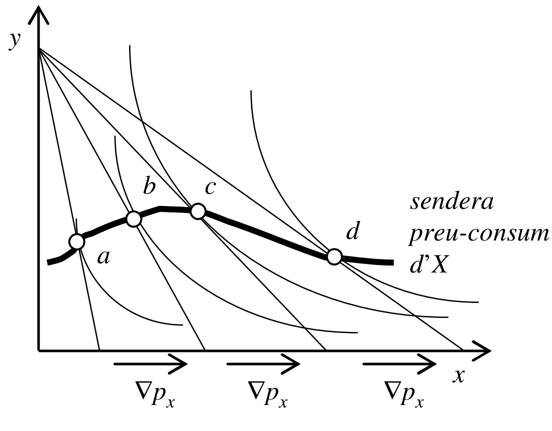

Fig. 15. Canvi del lot òptim davant canvis a p_x

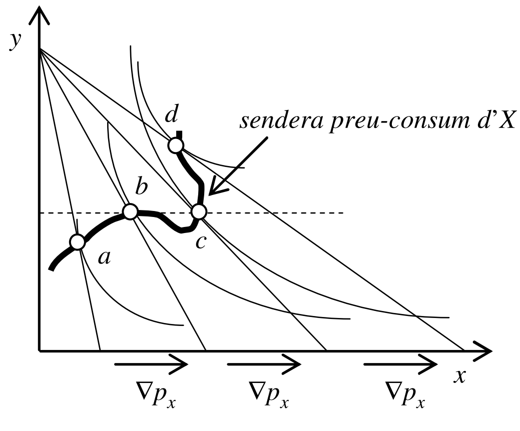

Fig. 16. Un bé que es comporta com a bé Giffen

Remarca 1.4.18. La funció de demanda de cada bé dóna informació sobre el tipus de bé. Sigui $x^*(p_x, p_y, m)$ la funció de demanda d'X. Si $\partial x^*/\partial m > 0$, el bé X sempre es comporta com a bé <u>normal</u>; si $\partial x^*/\partial m < 0$, com a bé <u>inferior</u>. Si $\partial x^*/\partial p_y > 0$, X sempre es comporta com a bé <u>substitutiu</u> d'Y; si $\partial x^*/\partial p_y < 0$, com a <u>complementari</u> d'Y; i si $\partial x^*/\partial p_y = 0$, com a <u>independent</u> d'Y. La <u>llei de la demanda</u> tal i com es va presentar a Microeconomia I significa que $\partial x^*/\partial p_x < 0$: variacions del preu d'$X$ en un sentit provoquen, donades totes les altres variables que afecten al consum d'X, variacions en sentit contrari en el consum d'X.