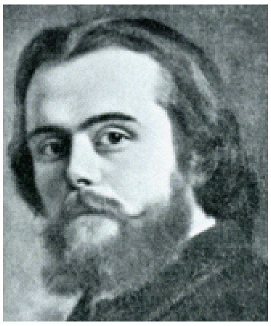
Tema 2. Teoria de l'intercanvi: Equilibri walrasià d'economies 2 × 2


Francis Ysidro Edgeworth
(1845-1926)


Marie-Esprit-Léon Walras
(1834-1910)


Vilfredo Federico Damaso Pareto
(1848-1923)

2.1. La caixa d'Edgeworth

Definició 2.1.1. Una economia de bescanvi 2 × 2 (o, simplement, economia 2 × 2) consisteix en:

(i) dos béns, que anomenarem X i Y;
(ii) dos consumidors, que anomenarem 1 i 2;
(iii) un espai de béns $E := \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}_+$, comú a cada consumidor;
(iv) per a cada consumidor $i \in \{1, 2\}$, un lot $w_i = (\tilde{x}_i, \tilde{y}_i) \in E$ que representa les dotacions o possessions inicials del consumidor i dels dos béns;
(v) per a cada consumidor $i \in \{1, 2\}$, una relació de preferència P_i sobre l'espai de béns E.

Remarca 2.1.2. Les relacions de preferència de tots dos consumidors satisfan, almenys, les propietats d'asimetria, transitivitat negativa, continuïtat, monotonia feble i convexitat feble. Per tant, en comptes d'especificar una relació de preferència per a cada consumidor, podem definir una economia 2 × 2 especificant una funció d'utilitat $u_i : E \to \mathbb{R}$ per a cada consumidor $i \in \{1, 2\}$.

Remarca 2.1.3. Sobreentenent els elements (i), (ii) i (iii), podem descriure de manera compacta una economia 2 × 2 mitjançant els quatre elements de (iv) i (v): la dotació $(\tilde{x}_1, \tilde{y}_1)$ i la funció d'utilitat u_1 del consumidor 1 i la dotació $(\tilde{x}_2, \tilde{y}_2)$ i la funció d'utilitat u_2 del consumidor 2.

Exemple 2.1.4. Al llarg del tema, analitzarem l'economia 2 × 2 tal que $(\tilde{x}_1, \tilde{y}_1) = (8, 4)$, $(\tilde{x}_2, \tilde{y}_2) = (5, 10)$, $u_1(x_1, y_1) = x_1\, y_1$ i $u_2(x_2, y_2) = x_2^2\, y_2^{1/2}$.

Interpretació 2.1.5. Una economia 2 × 2 és una representació esquemàtica d'una economia on:

- no hi ha activitats de producció;
- els agents que formen l'economia són consumidors preu-acceptants;
- cada consumidor disposa d'un estoc de cada bé (el lot que constitueix la seva dotació);
- l'única activitat econòmica és l'intercanvi de béns a canvi de béns;
- la renda de cada consumidor és endògena i ve donada pel valor que té la seva dotació als preus que tenen els béns;
- l'objectiu de cada consumidor és aconseguir el lot més preferit possible segons la seva relació de preferència i que no tingui un valor superior al valor de la seva dotació.

Definició 2.1.6. La caixa d'Edgeworth d'una economia 2×2 és la restricció de l'espai de béns al subconjunt de lots que són factibles a l'economia.

- La utilitat de la caixa d'Edgeworth rau en ser un instrument analític que permet la representació gràfica d'una economia 2×2.
- La caixa d'Edgeworth és un rectangle amb una base igual a la suma $\tilde{x}_1 + \tilde{x}_2$ de les dotacions de bé X que tenen els consumidors (= quantitat total d'X a l'economia) i amb una alçada igual a a la suma $\tilde{y}_1 + \tilde{y}_2$ de les dotacions de bé y que tenen els consumidors (= quantitat total d'Y).
- La caixa d'Edgeworth combina dues perspectives: tot el que els refereix al consumidor 1, es representa prenent com a origen el vèrtex inferior esquerre de la caixa; i tot el que es refereix al consumidor 2, es representa prenent com a origen el vèrtex superior dret de la caixa.

Exemple 2.1.7. La Fig. 1 mostra la caixa d'Edgeworth de l'economia de l'Exemple 2.1.4.

- El lot w que representa les quantitats totals de tots dos béns que hi ha a l'economia és un punt a la caixa d'Edgeworth. Des de l'origen, w identifica la dotació $(\tilde{x}_1, \tilde{y}_1)$ del consumidor 1 i, des de l'origen oposat, w identifica la dotació $(\tilde{x}_2, \tilde{y}_2)$ del consumidor 2.

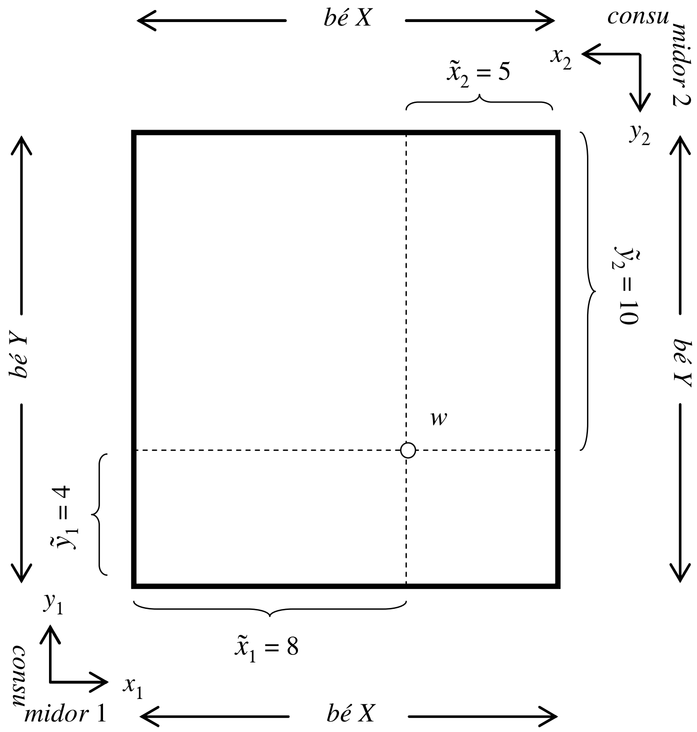


Fig. 1. Caixa d'Edgeworth i dotacions inicials

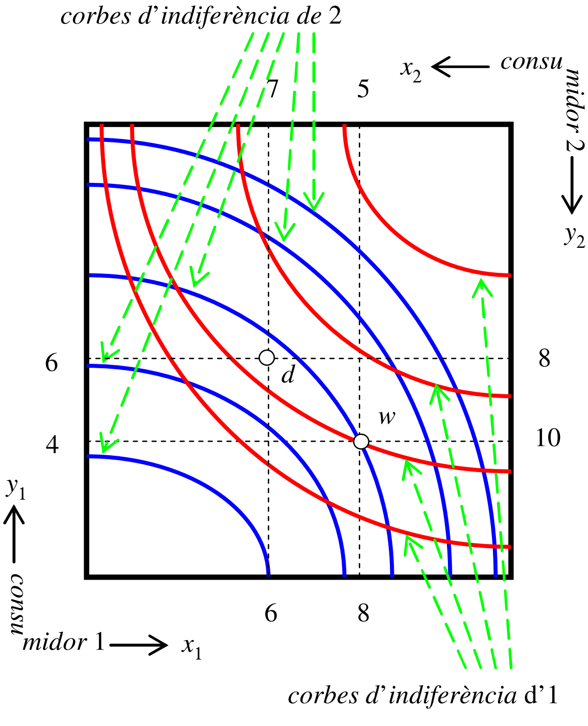


Fig. 2. Una economia a la caixa d'Edgeworth

Definició 2.1.8. Una distribució a una economia 2×2 on $(\tilde{x}_1, \tilde{y}_1)$ és la dotació de béns del consumidor 1 i $(\tilde{x}_2, \tilde{y}_2)$ és la dotació del consumidor 2, és un parell de lots $(d_1, d_2) \in E \times E$ tal que: (i) el lot d_1 s'assigna al consumidor 1; (ii) el lot d_2 s'assigna al consumidor 2; i (iii) $d_1 + d_2 = (\tilde{x}_1 + \tilde{x}_2, \tilde{y}_1 + \tilde{y}_2)$.

- Una distribució és un repartiment de les dotacions totals dels béns de l'economia entre els dos consumidors i, així, consisteix en 4 números: quant de cada bé correspon a cada consumidor.

• P.e., a l'economia de l'Exempe 2.1.4, un repartiment diu com es reparteixen les 13 unitats d'X i les 14 unitats d'Y entre els dos consumidors. Així, un repartiment és tot parell de lots (d_1, d_2) tal que $x_{d_1} + x_{d_2} = 13$ i $y_{d_1} + y_{d_2} = 14$. En particular, les dotacions inicials són una distribució.

Remarca 2.2.4. Cada distribució d'una economia 2×2 es correspon amb un punt de la caixa d'Edgeworth; i cada punt de la caixa d'Edgeworth d'una economia 2×2 es correspon amb una distribució de l'economia.

• P.e., el punt w de la Fig. 1 representa la distribució $(w_1, w_2) = ((\tilde{x}_1, \tilde{y}_1), (\tilde{x}_2, \tilde{y}_2)) = ((8, 4), (5, 10))$ que correspon a les dotacions inicials.
• El punt d a la Fig. 2 representa una altra distribució: aquella tal que 1 rep 6 unitats de tots dos béns i 2 rep 5 unitats d'X i 8 unitats d'Y.

Remarca 2.2.5. Quan les corbes d'indiferència dels consumidors es representen a la caixa d'Edgeworth, les corbes del consumidor 2 apareixen invertides (amb forma còncava) perquè es dibuixen considerant que l'origen és el vèrtex superior dret de la caixa. Vegeu la Fig. 2.

Remarca 2.2.6. A l'economia de l'Exemple 2.1.4, a la distribució (w_1, w_2) els consumidors obtenen utilitat $u_1(w_1) = 8 \cdot 4 = 32$ i $u_2(w_2) = 5^2 \cdot 10^{1/2} \approx 79'05$. Hi ha, però, altres distribucions on tots dos consumidors obtenen una utilitat superior.

• P.e., a la distribució d de la Fig. 2, la utilitat d'1 és $u_1(6, 6) = 36$ i la utilitat de 2 és $u_2(7, 8) \approx 138'59$: tots dos consumidors estan més bé a d que a w.
• El pas de w a d implica que el consumidor 1 lliura dues unitats d'X al consumidor 2 i aquest lliura al consumidor 1 dues unitats d'Y.
• Per tant, el pas de w a d representa el bescanvi de dues unitats d'X per dues unitats d'Y: el consumidor 1 ven dues unitats d'X al consumidor 2 i el consumidor 2 les paga amb dues unitats d'Y. O, a la inversa, el consumidor 2 ven 2 unitats d'Y al consumidor 1 i el consumidor les paga amb 2 unitats d'X. En canviar-se 2 unitats d'X per 2 unitats d'Y, el preu relatiu és $p_x/p_y = 1$.
• La pregunta que motiva el Tema 2 és si un sistema de preus permet que tots dos consumidors aprofitin al màxim les oportunitats d'augmentar la seva utilitat mitjançant l'intercanvi.

2.2. Equilibri general competitiu

Hipòtesi 2.2.1. La renda de cada consumidor és el valor de la seva dotació: si el consumidor $i \in \{1, 2\}$ té la dotació $(\tilde{x}_i, \tilde{y}_i)$ i els preus dels béns són p_x i p_y, llavors la renda d'i és $p_x \tilde{x}_i + p_y \tilde{y}_i$.

• La presumpció és que i pot vendre part o tota la seva dotació per a obtenir renda amb la qual poder comprar quantitat addicional d'algun dels béns. Parlem aleshores de "renda endògena".

Remarca 2.2.2. Amb renda endògena, les funcions de demanda s'obtenen igual que amb renda exògena, amb la diferència que: (i) cal especificar la dotació de cada bé del consumidor; i (ii) al problema de maximització d'utilitat del consumidor i, cal substituir m pel valor $p_x \tilde{x}_i + p_y \tilde{y}_i$ de la seva dotació.

• Amb renda endògena, el problema d'un consumidor preu-acceptant amb dotació $(\tilde{x}, \tilde{y})$ esdevé:

$$\underset{\textit{respecte d'x i y}}{\textit{maximitzar}} \quad u(x, y)$$

$$\textit{sotmès a} \quad p_x\, x + p_y\, y = p_x\, \tilde{x} + p_y\, \tilde{y}$$

• L'única diferència respecte del cas amb renda exògena és que ara la restricció pressupostària pren la forma $p_x\, x + p_y\, y = p_x\, \tilde{x} + p_y\, \tilde{y}$ en comptes de $p_x\, x + p_y\, y = m$.
• Atès que la dotació $(x, y) = (\tilde{x}, \tilde{y})$ és un parell que satisfà l'equació $p_x\, x + p_y\, y = p_x\, \tilde{x} + p_y\, \tilde{y}$, la dotació inicial $(\tilde{x}, \tilde{y})$ es troba sobre la restricció pressupostària.
• Amb renda endògena, la restricció pressupostària canvia només si canvia algun dels preus. Això fa que un canvi de la restricció pressupostària impliqui un canvi del seu pendent.
• Tot canvi de la restricció pressupostària amb renda endògena es tradueix en una rotació de la restricció al voltant de la dotació inicial $(\tilde{x}, \tilde{y})$; vegeu les Figs. 3 i 4. A la Fig. 4, l'augment de p_x fa augmentar el valor de la dotació $(\tilde{x}, \tilde{y}) = (6, 4)$, pero redueix el màxim d'X que es pot adquirir.

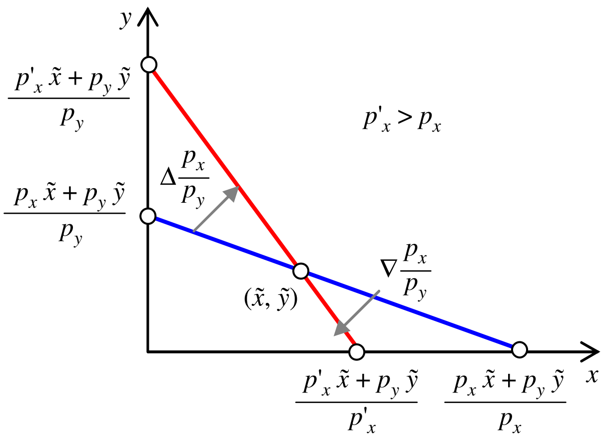


Fig. 3. Restricció pressupostària amb renda endògena

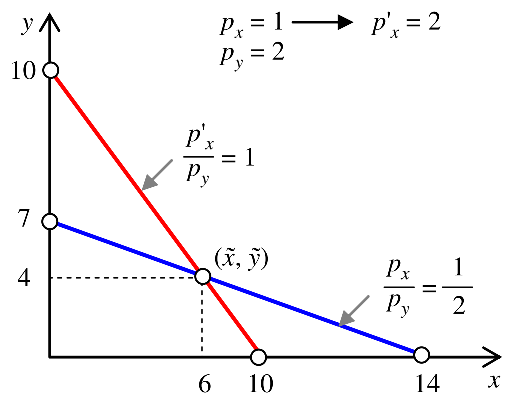


Fig. 4. Renda endògena amb dotació $(\tilde{x}, \tilde{y}) = (6, 4)$

Exemple 2.2.3. Sigui $u(x, y) = xy$ la funció d'utilitat d'un consumidor preu-acceptant, amb dotació $(\tilde{x}, \tilde{y})$. Les seves funcions de demanda s'obtenen d'aïllar x i y de les equacions $u_x/u_y = p_x/p_y$ [condició tangència] i $p_x\, x + p_y\, y = p_x\, \tilde{x} + p_y\, \tilde{y}$ [restricció pressupostària].

• Les variables exògenes (de les que depenen les quantitats demandades) són els preus p_x i p_y dels béns i les dotacions $\tilde{x}$ i $\tilde{y}$ del consumidor de cada bé.
• Per la condició de tangència, $p_x\, x = p_y\, y$. Susbtituint $p_y\, y$ a la restricció pressupostària, $2p_x\, x = p_x\, \tilde{x} + p_y\, \tilde{y}$, d'on resulta la funció de demanda $x(p_x, p_y, \tilde{x}, \tilde{y}) = \tilde{x}/2 + \tilde{y}\, p_y/2p_x$ del bé X. Fent el mateix amb $p_x\, y$, s'obté la funció de demanda $y(p_x, p_y, \tilde{x}, \tilde{y}) = \tilde{y}/2 + \tilde{x}\, p_x/2p_y$ del bé Y.
• P.e., si $\tilde{x} = 4$ i $\tilde{y} = 2$, $x(p_x, p_y) = 2 + p_y/p_x$ i $y(p_x, p_y) = 1 + 2p_x/p_y$. Si $\tilde{x} = 6$ i $\tilde{y} = 0$, $x(p_x, p_y) = 3$ i $y(p_x, p_y) = 4p_x/p_y$. I si $\tilde{x} = 0$ i $\tilde{y} = 6$, $x(p_x, p_y) = 3p_y/p_x$ i $y(p_x, p_y) = 3$.

Exemple 2.2.4. Considerem l'economia de l'Exemple 2.1.4 i suposem que els consumidors decideixen intercanviar béns de manera que es passa de la distribució inicial w de la Fig. 2 a la distribució d. En intercanviar-se dues unitats d'X per dues d'Y, podem interpretar que el preu relatiu dels béns és $p_x/p_y = 1$ unitat d'Y per unitat d'X. Però és aquest el millor intercanvi que poden fer els consumidors si $p_x/p_y = 1$? Per a trobar la resposta, cal obtenir les funcions de demanda.

• Les funcions de demanda del consumidor 1, quan les dotacions són una variable més, han estat ja calculades a l'Exemple 2.2.3 i són $x_1(p_x, p_y, \tilde{x}, \tilde{y}) = \tilde{x}_1/2 + \tilde{y}_1\, p_y/2p_x$ i $y_1(p_x, p_y, \tilde{x}, \tilde{y}) = \tilde{y}_1/2 + \tilde{x}_1\, p_x/2p_y$. Sabent que $\tilde{x}_1 = 8$ i $\tilde{y}_1 = 4$, les funcions de demanda del consumidor 1 són $x_1(p_x, p_y) = 4 + 2p_y/p_x$ i $y_1(p_x, p_y) = 2 + 4p_x/p_y$.

• En relació amb el consumidor 2, aplicar logaritmes neperians a la seva funció d'utilitat u_2 permet obtenir una nova funció $v_2(x, y) = ln\ u_2(x, y) = 2\ ln\ x_2 + ½\ ln\ y_2$ que representa les mateixes preferències que u_2. En representar u_2 i v_2 les mateixes preferències, ambdues generen les mateixes funcions de demanda. Però, com podeu comprovar, és més fàcil calcular-les amb v_2. Per la condició de tangència, $[2\ /\ x_2]\ /\ [½\ /\ y_2] = p_x\ /\ p_y$. D'aquí resulta $p_x\ x_2 = 4p_y\ y_2$. Substituint a la restricció pressupostària, s'obtenen les dues funcions de demanda de 2, quan les dotacions són una variable més: $x_2(p_x, p_y, \tilde{x}, \tilde{y}) = 4\tilde{x}_2/5 + 4\tilde{y}_2\, p_y/5p_x$ i $y_2(p_x, p_y, \tilde{x}, \tilde{y}) = \tilde{y}_1/5 + \tilde{x}_2\, p_x/5p_y$. Sabent que $\tilde{x}_2 = 5$ i $\tilde{y}_2 = 10$, les funcions de demanda del consumidor 2 són $x_2(p_x, p_y) = 4 + 8p_y/p_x$ i $y_2(p_x, p_y) = 2 + p_x/p_y$.

• Amb $p_x/p_y = 1$, el lot òptim a del consumidor 1 s'obté substituint $p_x/p_y = 1$ a les seves funcions de demanda. Aquest lot satisfà $x_a = 4 + 2 = 6$ i $y_a = 2 + 4 = 6$; vegeu el lot a a la Fig. 5. Això diu que si el consumidor 1 rebés com a renda el valor de la seva dotació (8, 4) que resulta de considerar preus tals que $p_x/p_y = 1$, el consumidor 1 desitjaria obtenir el lot (6, 6). Per tant, el consumidor 1 voldria vendre 2 unitats d'X per a poder comprar 2 unitats d'Y ($p_x/p_y = 1$ significa que les unitats d'X s'intercanvien per les d'Y mitjançant la relació 1 a 1).

• Amb $p_x/p_y = 1$, el lot òptim b del consumidor 2 s'obté substituint $p_x/p_y = 1$ a les seves funcions de demanda. Aquest lot satisfà $x_b = 4 + 8 = 12$ i $y_b = 2 + 1 = 3$; vegeu el lot b a la Fig. 6. Això diu que si el consumidor 2 rebés com a renda el valor de la seva dotació (5, 10) que resulta de considerar preus tals que $p_x/p_y = 1$, el consumidor 2 desitjaria obtenir el lot (12, 3). Per tant, el consumidor 2 voldria vendre 7 unitats d'Y per a poder comprar 7 unitats d'X.

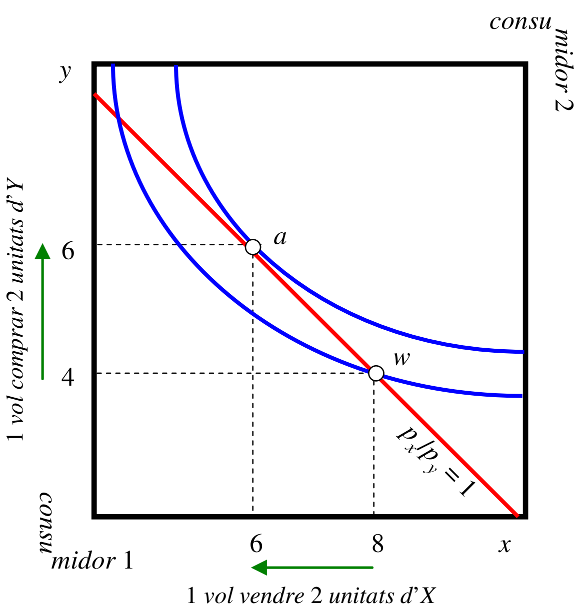


Fig. 5. Lot òptim d'1 amb dotació w i $p_x/p_y = 1$

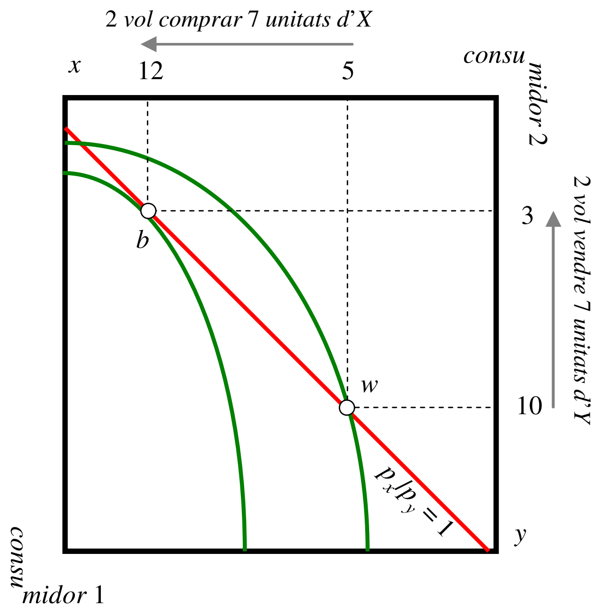


Fig. 6. Lot òptim de 2 amb dotació w i $p_x/p_y = 1$

• El problema d'aquests plans de compra i venda dels consumidors és que <u>no són compatibles</u>; vegeu la Fig. 7. Primer, el total d'X que volen els consumidors és $x_a + x_b = 6 + 12 = 18$, que és superior a l'estoc de bé X a l'economia, $\tilde{x}_1 + \tilde{x}_2 = 8 + 5 = 13$. En suma, si $p_x/p_y = 1$, hi ha un excés de demanda del bé X igual a $x_a + x_b - (\tilde{x}_1 + \tilde{x}_2) = 5$. I segon, el total d'$Y$ que volen tenir els consumidors és $y_b + y_b = 6 + 3 = 9$, inferior a l'estoc de bé Y a l'economia, $\tilde{y}_1 + \tilde{y}_2 = 4 + 10 = 14$. En resum, si $p_x/p_y = 1$, hi ha un excés d'oferta del bé X igual a $\tilde{y}_1 + \tilde{y}_2 - (y_a + y_b) = 5$.

• Per a eliminar l'excés de demanda d'X a preus $p_x/p_y = 1$, p_x hauria d'augmentar en relació amb p_y; això és, p_x/p_y hauria d'augmentar. I per a eliminar l'excés d'oferta d'Y a preus $p_x/p_y = 1$, p_y hauria de disminuir en relació amb p_x; això és, p_x/p_y hauria d'augmentar. Per tant, un augment de p_x/p_y permet eliminar simultàniament l'excés de demanda d'X i l'excés d'oferta d'Y.

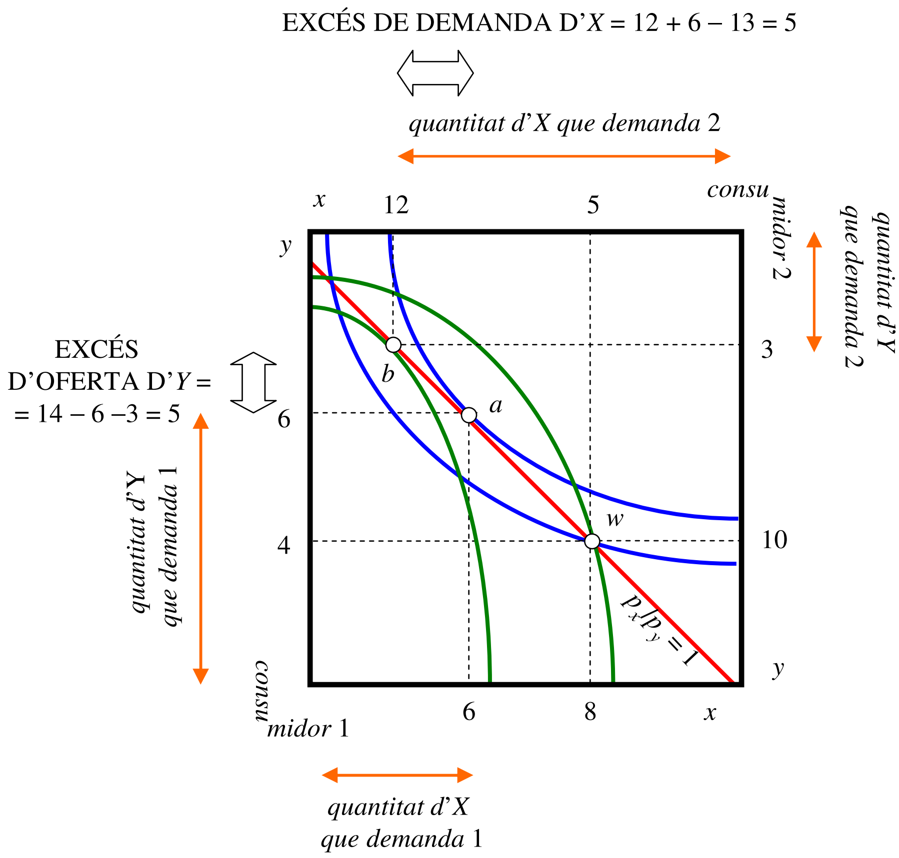


Fig. 7. Desequilibris dels mercats d'X i d'Y quan $p_x/p_y = 1$: els lots a i b no coincidexen a la caixa

• P.e., si la relació de preus augmenta fins a $p_x/p_y = 3/2$, el lot òptim (x_1, y_1) del consumidor 1 és $(x_1, y_1) = (16/3, 8)$ i el lot òptim (x_2, y_2) del consumidor 2 és $(x_2, y_2) = (28/3, 7/2)$. L'excés de demanda d'X és redueix de 5 fins a 5/3 i l'excés d'oferta d'Y es redueix de 5 fins a 5/2.

• Si $p_x/p_y = 3$, aleshores p_x ha augmentat massa en relació amb p_y. D'una banda, la quantitat total d'X que demanden els consumidors és $14/3 + 20/3 = 34/3 < \tilde{x}_1 + \tilde{x}_2 = 13$: ara hi ha excés d'oferta d'X. D'una altra, la quantitat total d'Y que demanden els consumidors és $14 + 5 = 19 > \tilde{y}_1 + \tilde{y}_2 = 14$: hi ha excés de demanda d'Y. Això indica que p_x/p_y és massa baix.

• L'estat on no hi ha excés d'oferta ni demanda de cap bé defineix l'equilibri general de l'economia.

Definició 2.2.5. L'equilibri general competitiu (o equilibri walrasià) d'una economia 2×2 amb dotacions $(\tilde{x}_1, \tilde{y}_1)$ i $(\tilde{x}_2, \tilde{y}_2)$ i amb funcions d'utilitat u_1 i u_2 consisteix en una distribució (e_1, e_2) i un preu relatiu p_x/p_y tals que, per a tot consumidor $i \in \{1, 2\}$, el lot e_i maximitza la funció d'utilitat u_i del consumidor i sotmès a la restricció pressupostària $p_x\, x_i + p_y\, y_i = p_x\, \tilde{x}_i + p_y\, \tilde{y}_i$.

Remarca 2.2.6. Sigui $x_i(p_x, p_y)$ la funció de demanda del bé X del consumidor i i $y_i(p_x, p_y)$ la seva funció de demanda del bé Y. Una definició alternativa d'equilibri walrasià diu que el triple (e_1, e_2, p_x/p_y) és un equilibri walrasià si:

(i) per a tot $i \in \{1, 2\}$, $x_{e_i} = x_i(p_x, p_y)$; és a dir, la quantitat d'X que li correspon al consumidor i a l'equilibri walrasià és igual a la quantitat que i demanda d'X quan la relació de preus és p_x/p_y;

(ii) per a tot $i \in \{1, 2\}$, $y_{e_i} = y_i(p_x, p_y)$; és a dir, la quantitat d'Y que li correspon al consumidor i a l'equilibri walrasià és igual a la quantitat que i demanda d'Y quan la relació de preus és p_x/p_y;

(iii) $x_1(p_x, p_y) + x_2(p_x, p_y) = \tilde{x}_1 + \tilde{x}_2$; això és, hi ha equilibri al mercat d'X: la quantitat total demandada del bé X és igual a l'oferta total de bé X a preus relatius p_x/p_y; i

(iv) $y_1(p_x, p_y) + y_2(p_x, p_y) = \tilde{y}_1 + \tilde{y}_2$; això és, hi ha equilibri al mercat d'Y: la quantitat total demandada del bé Y és igual a l'oferta total de bé Y a preus relatius p_x/p_y.

Remarca 2.2.7. Les condicions (i) i (ii) de la Remarca 2.2.6 diuen que, a un equilibri walrasià, tots els consumidors estan maximitzant la seva utilitat donada la relació de preus de l'equilibri: les funcions de demanda dicten què fan els consumidors. Les condicions (iii) i (iv) diuen que els mercats de tots dos béns estan en equilibri: quantitat total demandada de cada bé igual a la quantitat total oferta de cada bé.

- Les condicions (iii) i (iv) s'anomenen condicions de buidat dels mercats, entenent que un mercat es buida si està en equilibri: quantitat total demandada igual a quantitat total oferta.

Proposició 2.2.8. La Llei de Walras: si els consumidors tenen relacions de preferència monòtones, el mercat d'un bé éstà en equilibri (a preu del bé diferent de zero) si, i només si, el mercat de l'altre bé també està en equilibri (a preu de l'altre bé diferent de zero).

- *Demostració*. Siguin $p_x \neq 0$ i $p_y \neq 0$ els preus dels béns. Per al consumidor $i \in \{1, 2\}$: (i) sigui $(\tilde{x}_i, \tilde{y}_i)$ la seva dotació; (ii) sigui $x_i = x_i(p_x, p_y)$ la quantitat que i demanda d'X als preus p_x i p_y; i (iii) sigui $y_i = y_i(p_x, p_y)$ la quantitat que i demanda d'Y als preus p_x i p_y. Atès que les funcions de demanda resulten de l'optimització de les preferències i atès que aquestes són monòtones, el lot òptim de cada consumidor es troba sobre la seva restricció pressupostària. Formalment, per al consumidor 1, $p_x\, x_1 + p_y\, y_1 = p_x\, \tilde{x}_1 + p_y\, \tilde{y}_1$; i, per al consumidor 2, $p_x\, x_2 + p_y\, y_2 = p_x\, \tilde{x}_2 + p_y\, \tilde{y}_2$. Sumant les dues equacions, s'obté $p_x\, x_1 + p_x\, x_2 + p_y\, y_1 + p_y\, y_2 = p_x\, \tilde{x}_1 + p_x\, \tilde{x}_2 + p_y\, \tilde{y}_1 + p_y\, \tilde{y}_2$. Per tant, $p_x\, (x_1 + x_2) + p_y\, (y_1 + y_2) = p_x\, (\tilde{x}_1 + \tilde{x}_2) + p_y\, (\tilde{y}_1 + \tilde{y}_2)$. D'aquí resulta

$$p_x\, (x_1 + x_2 - \tilde{x}_1 - \tilde{x}_2) + p_y\, (y_1 + y_2 - \tilde{y}_1 - \tilde{y}_2) = 0. \tag{1}$$

L'equació (1) diu que la suma dels valors dels excessos de demanda de cada bé és zero (aquesta és una altra forma d'expressar la Llei de Walras). Si el mercat d'X es troba en equilibri, $x_1 + x_2 = \tilde{x}_1 + \tilde{x}_2$. Com a conseqüència, (1) esdevé $p_y\, (y_1 + y_2 - \tilde{y}_1 - \tilde{y}_2) = 0$. Atès que $p_y \neq 0$, s'ha de tenir $y_1 + y_2 = \tilde{y}_1 + \tilde{y}_2$, equació que diu que el mercat d'Y està en equilibri. Un argument similar prova que si el mercat d'Y està en equilibri, el mercat d'X està en equilibri si $p_y \neq 0$.■

Remarca 2.2.9. Per la Llei de Walras, si la condició (iii) de la Remarca 2.2.6 se satisfà, aleshores també se satisfà la (iv); i si se satisfà la (iv), aleshores també se satisfà la (iii). D'aquí que, per a calcular l'equilibri walrasià, una de les condicions (iii) o (iv) és inútil.

Exemple 2.2.10. Equilibri walrasià de l'economia de l'Exemple 2.1.4. Primer, cal determinar les funcions de demanda de cada consumidor. Aquestes s'obtenen de maximitzar la funció d'utilitat de cada consumidor sotmès a la seva restricció pressupostària (definida amb renda endògena); vegeu l'Exemple 2.2.4.

<u>*Problema del consumidor* 1</u>		<u>*Problema del consumidor* 2</u>	
Maximitzar *respecte d'x_1 i y_1*	$u_1(x_1, y_1) = x_1\, y_1$	*Maximitzar* *respecte d'x_2 i y_2*	$u_1(x_2, y_2) = x_2^2\, y_2^{1/2}$
sotmès a	$p_x\, x_1 + p_y\, y_1 = p_x\, \tilde{x}_1 + p_y\, \tilde{y}_1$ $x_1 \geq 0$ i $y_1 \geq 0$	*sotmès a*	$p_x\, x_2 + p_y\, y_2 = p_x\, \tilde{x}_2 + p_y\, \tilde{y}_2$ $x_2 \geq 0$ i $y_2 \geq 0$
Funcions de demanda	$x_1(p_x, p_y) = 4 + 2p_y/p_x$ $y_1(p_x, p_y) = 2 + 4p_x/p_y$	*Funcions de demanda*	$x_2(p_x, p_y) = 4 + 8p_y/p_x$ $y_2(p_x, p_y) = 2 + p_x/p_y$

Ara apliquem les condicions de buidat de cada mercat: busquem p_x i p_y tals que hi ha

<u>*Equilibri al mercat del bé X*</u> $\quad x_1(p_x, p_y) + x_2(p_x, p_y) = \tilde{x}_1 + \tilde{x}_2$

i

<u>*Equilibri al mercat del bé Y*</u> $\quad y_1(p_x, p_y) + y_2(p_x, p_y) = \tilde{y}_1 + \tilde{y}_2$.

Una de les dues condicions és supèrflua: <u>si hi ha equilibri al mercat d'*X*, aleshores hi ha equilibri al mercat d'*Y*; i si hi ha equilibri al mercat d'*Y*, aleshores hi ha equilibri al mercat d'*X*</u>. Considerem la condició d'equilibri al mercat d'*Y*, que esdevé

$$\underbrace{2 + 4p_x/p_y}_{y_1(p_x,\, p_y)} + \underbrace{2 + p_x/p_y}_{y_2(p_x,\, p_y)} = \underbrace{4 + 10.}_{\tilde{y}_1 + \tilde{y}_2}$$

D'aquí resulta $p_x/p_y = 2$. Atès que només disposem d'una equació amb dues incògnites (els preus p_x i p_y), només pot trobar-se un preu relatiu p_x/p_y. Per últim, un cop sabem el preu relatiu de l'equilibri walrasià, substituïm aquest valor a les funcions de demanda: quan $p_x/p_y = 2$, $x_1 = 5$, $y_1 = 10$, $x_2 = 8$ i $y_2 = 4$. La distribució (e_1, e_2) de l'equilibri walrasià és $e_1 = (5, 10)$ i $e_2 = (8, 4)$; vegeu la Fig. 8.

Remarca 2.2.11. Recepta per a calcular l'equilibri walrasià.

- <u>Ingredients</u>: dotacions de cada consumidor; funció d'utilitat de cada consumidor; i preus de cada bé.
- Primer cuinem les <u>funcions de demanda</u> de cada bé per a cada consumidor. Aquestes funcions expressen la quantitat demandada com a funció exclusivament dels preus dels béns.
- En segon lloc, seleccionem un bé, sumem les dues funcions de demanda del bé i igualem la suma a la quantitat total de bé que hi ha a l'economia. De l'equació que resulta obtenim el <u>preu relatiu</u> p_x/p_y de l'equilibri walrasià. Si no és pogués aïllar p_x/p_y, fem el bé *Y* numerari; és a dir, fem $p_y = 1$ i aïllem p_x, que queda aleshores expressat en unitats d'*Y* per unitat d'*X*.
- Un cop calculat p_x/p_y (o p_x, quan s'ha hagut de fer $p_y = 1$), substituïm a les 4 funcions de demanda per a determinar la <u>distribució</u> de l'equilibri walrasià.

Proposició 2.2.12. Sigui una economia 2×2 on els dos consumidors tenen preferències estàndards. Aleshores l'economia té un únic equilibri walrasià.

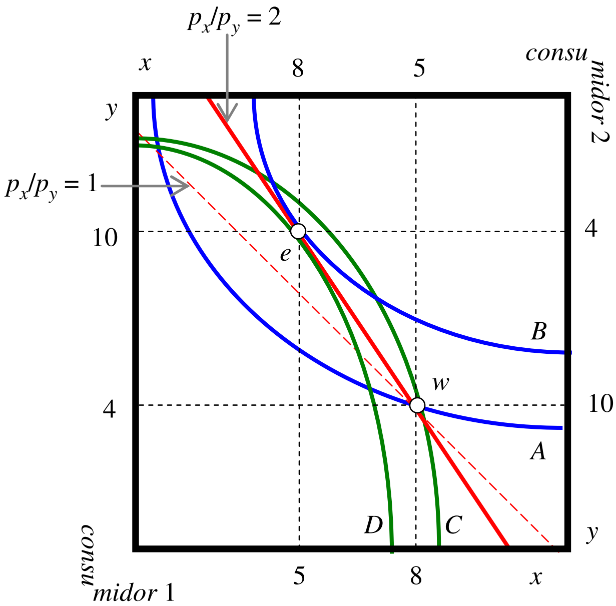


Fig. 8. Equilibri walrasià de l'economia de l'Exemple 2.1.4

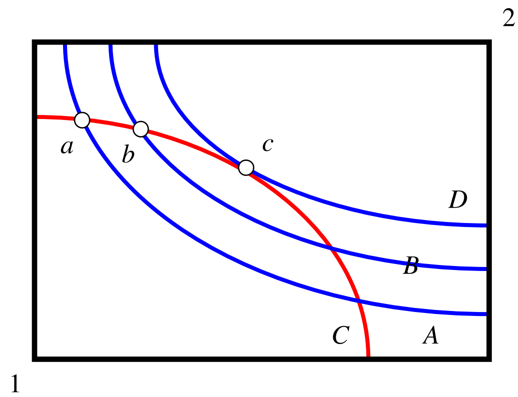


Fig. 9. Pareto-eficiència

2.3. Eficiència en el sentit de Pareto

Definició 2.3.1. Una distribució (d_1, d_2) a una economia 2×2 és eficient en el sentit de Pareto (o, simplement, Paretoeficient) si no existeix cap altra distribució (c_1, c_2) que satisfaci (2) o (3).

$$u_1(c_1) \geq u_1(d_1) \quad \text{i} \quad u_2(c_2) > u_2(d_2) \tag{2}$$
$$u_1(c_1) > u_1(d_1) \quad \text{i} \quad u_2(c_2) \geq u_2(d_2) \tag{3}$$

- Una distribució és Paretoeficient si no hi ha cap altra distribució on la utilitat d'un consumidor sigui superior (un consumidor millora) i la de l'altre consumidor no sigui inferior (l'altre consumidor no empitjora).
- De manera equivalent, una distribució és Paretoeficient si per a incrementar la utilitat d'un consumidor cal reduir la utilitat de l'altre consumidor.
- Una distribució que no sigui Paretoeficient no sembla desitjable, ja que hi hauria una manera de millorar la situació d'algú sense empitjorar la situació de ningú altre.
- La Pareto eficiència és un criteri normatiu (aparentment feble) de desitjabilitat d'una distribució: una distribució que és Paretoeficient és més desitjable que una que no.

Definició 2.3.2. La corba de contractes d'una economia 2×2 és el conjunt de les distribucions Paretoeficients a l'economia.

Exemple 2.3.3. Obtenció de la corba de contractes amb preferències estàndards.

- A la Fig. 9, fixem una corba d'indiferència del consumidor 2, la corba C, i cerquem les distribucions Paretoeficients que són a la corba.

• Triem un punt sobre C (p.e., el punt a) i tracem la corba d'indiferència A del consumidor 1 que passa per a. Representa a una distribució Paretoeficient? No, perquè existeix un altre punt b sobre C per on passa una corba d'indiferència d'1 (la corba B) que representa un nivell superior d'utilitat per a 1: en passar d'a a b, el consumidor 1 millora i el 2 no empitjora.

• Aquest argument aplicat a a per a demostrar que a no representa una distribució Paretoeficient es pot aplicar a tot punt sobre C per on travessi una corba d'indiferència d'1. P.e., b no és Paretoeficient perquè hi ha el punt c sobre C: en el pas de b a c, 1 millora i 2 no empitjora.

• Com a resultat, l'únic punt sobre C on C és tangent a una corba d'indiferència d'1 pot representar una distribució Paretoeficient. A la Fig. 9, <u>c és l'únic punt sobre C que representa una distribució Paretoeficient</u>. Aquest raonament condueix a les següents remarques.

Remarca 2.3.4. La corba de contractes d'una economia 2×2 on les relacions de preferència són estàndards està representada a la caixa d'Edgeworth de l'economia pel conjunt de punts on les corbes d'indiferència dels consumidors són <u>tangents</u>; vegeu les Figs. 12 i 13.

Remarca 2.3.5. Sigui una economia 2×2 amb dotacions $(\tilde{x}_1, \tilde{y}_1)$ i $(\tilde{x}_2, \tilde{y}_2)$, i on les relacions de preferència són estàndards. L'equació que descriu a la caixa d'Edgeworth la corba de contractes de l'economia s'obté solucionant el problema d'optimització de la Fig. 10, on u_2 és un valor fix.

$$\begin{array}{ll} \textit{Maximitzar} & u_1(x_1, y_1) \\ \textit{respecte d'}x_1 \textit{ i } y_1 & \\ \textit{sotmès a} & u_2(x_2, y_2) = u_2 \\ & x_1 + x_2 = \tilde{x}_1 + \tilde{x}_2 \\ & y_1 + y_2 = \tilde{y}_1 + \tilde{y}_2 \end{array}$$

Fig. 10

$$\begin{array}{ll} \textit{Maximitzar} & u_1(x_1, y_1) \\ \textit{respecte d'}x_1 \textit{ i } y_1 & \\ \textit{sotmès a} & u_2(\tilde{x}_1 + \tilde{x}_2 - x_1, \tilde{y}_1 + \tilde{y}_2 - y_1) = u_2 \end{array}$$

Fig. 11

Remarca 2.3.6. Les dues últimes restriccions poden incorporar-se a la funció d'utilitat u_2 i s'obté el programa de la Fig. 11, amb el que també es pot determinar la corba de contractes.

Remarca 2.3.7. La solució del problema de la Fig. 11 és la mateixa que la solució on u_2 és la funció d'utilitat que es maximitza sotmès a un valor donat d'u_1.

Exemple 2.3.8. Càlcul de la corba de contractes de l'economia de l'Exemple 2.1.4.

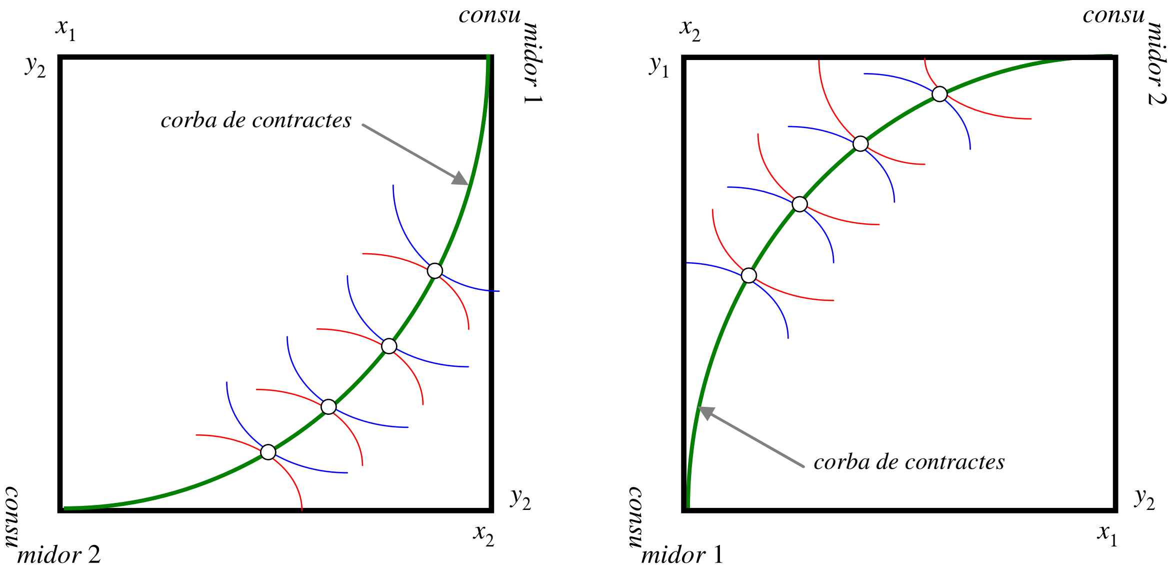
• Una distribució és un quàdruple (x_1, y_1, x_2, y_2) tal que $x_1 = \tilde{x}_1 + \tilde{x}_2 - x_2 = 13 - x_2$ i $y_1 = \tilde{y}_1 + \tilde{y}_2 - y_2 = 14 - y_2$. Per tant, esbrinant (x_2, y_2), quedaran determinats (x_1, y_1).

• Per a esbrinar cada (x_2, y_2) que genera una distribució Paretoeficient, solucionem el problema de la Fig. 11, que pren la forma (per la Remarca 2.3.7): maximitzar $u_2(x_2, y_2) = x_2^2\, y_2^{1/2}$ sotmès a $u_1 = u_1(13 - x_2, 14 - y_2) = (13 - x_2)(14 - y_2)$.

• Formem el langrangià: $\mathscr{L}(x_2, y_2, \mu) := u_2(x_2, y_2) + \mu(u_1 - u_1(13 - x_1, 14 - y_1)) = x_2^2\, y_2^{1/2} + \mu(u_2 - (13 - x_1)(14 - y_1))$. La solució l'obtenim de les condicions: (i) $\partial\mathscr{L}/\partial x_2 = 2\, x_2\, y_2^{1/2} + \mu\,(14 - y_2) = 0$; i (ii) $\partial\mathscr{L}/\partial y_2 = ½\, x_2^2\, y_2^{-1/2} + \mu\,(13 - x_2) = 0$.

• Aïllant μ a (i) i a (ii), igualant i aïllant x_2, s'obté $x_2 = 52y_2 / (14 + 3y_2)$. Aquesta és l'equació que, a la caixa d'Edgeworth, representa la corba de contractes de l'economia: donant valors a y_2, s'obtenen totes les distribucions Paretoeficients. P.e., per a obtenir l'única distribució Paretoeficient on $y_2 = 1$, comencem calculant $x_2 = 52y_2 / (14 + 3y_2) = 52/17$. Sabut $y_2 = 1$, $y_1 = \tilde{y}_1 + \tilde{y}_2 - y_2 = 14 - y_2 = 13$. I sabut $x_2 = 52/17$, $x_1 = \tilde{x}_1 + \tilde{x}_2 - x_2 = 13 - 52/17$.

• La Fig. 12 mostra la corba de contractes de l'economia de l'Exemple 2.1.4, contemplada des de la perspectiva de 2. Aquesta corba és la gràfica de la funció $x_2 = 52y_2 / (14 + 3y_2)$. Des de la perspectiva de 2, la funció és còncava (la derivada segona és negativa) i, per tant, quan y_2 fa de variable dependent i es col·loca a ordenades, la funció és convexa. Des de la perspectiva d'1 (amb 1 al vèrtex inferior esquerra), la funció convexa apareix com a còncava. De fet, substituint x_2 per $13 - x_1$ i y_2 per $14 - y_1$ a $x_2 = 52y_2 / (14 + 3y_2)$, obtenim una funció que expressa la corba de contractes relacionant x_1 amb y_1 i que tindria la representació gràfica, des de la perspectiva d'1, que mostra la Fig. 13.



Figs. 12 i 13. Diferents perspectives de la corba de contractes de l'economia de l'Exemple 2.1.4

Remarca 2.3.9. La corba de contractes d'una economia no depèn de les dotacions inicials dels consumidors: només de les seves relacions de preferència.

Remarca 2.3.10. El pendent a un punt d'una corba d'indiferència del consumidor i és el quocient d'utilitat marginals u_{xi}/u_{yi}. Per tant, als punts de tangència entre dues corbes d'indiferència dels consumidor 1 i 2 tindrem $u_{x1}/u_{y1} = u_{x2}/u_{y2}$: les relacions marginals de substitució dels dos consumidors coincideixen.

2.4. Els dos Teoremes Fonamentals de l'Economia del Benestar

Proposició 2.4.1. Primer Teorema Fonamental de l'Economia del Benestar. Sigui (e_1, e_2) la distribució d'un equilibri walrasià d'una economia 2×2 on les relacions de preferència dels dos consumidors són estàndards. Aleshores (e_1, e_2) és una distribució Paretoeficient a l'economia.

• *Demostració*. Sigui (e_1, e_2) la distribució d'un equilibri walrasià i sigui p_x/p_y la relació de preus de l'equilibri. Sigui $I(e_1)$ la corba d'indiferència del consumidor 1 que conté el lot e_1 i sigui $I(e_2)$ la corba d'indiferència del consumidor 2 que conté el lot e_2. Atès que el consumidor 1 maximitza la seva utilitat a e_1, sotmès als preus p_x i p_y, $I(e_1)$ és tangent a la restricció pressupostària. El pendent de la restricció pressupostària, en valor absolut, és la relació de preus p_x/p_y de l'equilibri. Per tant, el pendent (en valor absolut) d'$I(e_1)$ al punt e_1 és p_x/p_y. El mateix és cert per al consumidor 2: el pendent (en valor absolut) d'$I(e_2)$ al punt e_2 és p_x/p_y. Com a resultat, el pendent d'$I(e_1)$ al punt e_1 és igual al pendent d'$I(e_2)$ al punt e_2. I atès que e_1 i e_2 són representats pel mateix punt e a la caixa d'Edgeworth, $I(e_1)$ i $I(e_2)$ són tangents a la caixa d'Edgeworth. Això fa que (e_1, e_2) sigui una distribució Paretoeficient; vegeu e a la Fig. 8.■

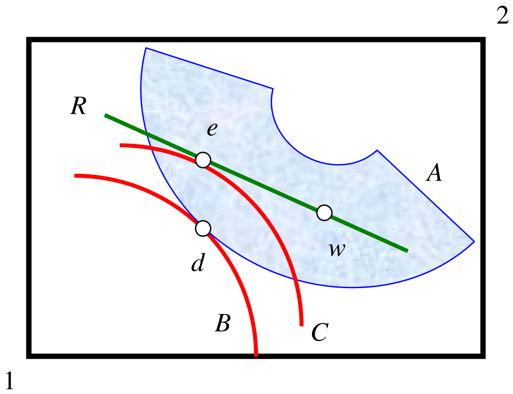


Fig. 14. Fallida del Primer Teorema

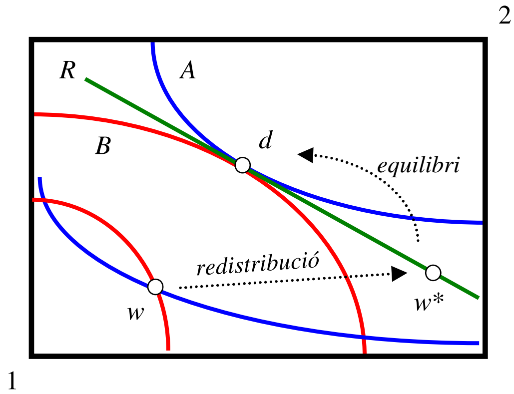


Fig. 15. Il·lustració del Segon Teorema

Exemple 2.4.2. La distribució (e_1, e_2) de l'equilibri walrasià de l'economia de l'Exemple 2.1.4 és $e_1 = (5, 10)$ i $e_2 = (8, 4)$. Pel Primer Teorema, (e_1, e_2) ha de pertànyer a la corba de contractes de l'economia. La corba de contractes de l'economia ve donada per $x_2 = 52y_2 / (14 + 3y_2)$. Per tant, per a què (e_1, e_2) sigui a la corba de contractes, cal que $8 = 52·4/(14 + 3·4)$, que és el cas.

Remarca 2.4.3. La noció de Pareto-eficiència es pot entendre com a un <u>criteri d'optimalitat</u> des d'un punt de vista col·lectiu: les possibilitats de millorar la situació d'algú sense empitjorar la situació de ningú altre s'han esgotat. El Primer Teorema ens ve a dir que <u>una economia formada per mercats competitius és capaç d'assolir un d'aquests estats d'optimalitat col·lectiva</u>: deixant cada individu que maximitzi la seva pròpia mesura d'utilitat i fent que els preus siguin l'únic instrument de coordinació de les decisions que cada consumidor pren de manera independent i en el seu propi interès, el resultat en termes de la distribució de béns és immillorable en el sentit que per a incrementar la satisfacció d'algun consumidor, cal reduir la d'un altre.

- El Primer Teorema és l'expressió formal del vell principi de la "mà invisible": si deixem cada consumidor determinar lliurement i egoista què i quant comprar i vendre, el mercat farà moure els preus de manera que s'assoleixi una distribució que és col·lectivament "satisfactòria", "bona". La idea és que els beneficis de la competència neutralitzen els perjudicis de l'egoisme.
- La següent dita d'Adam Smith a *La Riquesa de les Nacions* resumeix el principi: *It is not from the benevolence of the butcher, the brewer or the baker that we expect our dinner, but from their regard to their own self-interest.* Bernard de Mandeville també expressava el principi a la dita "Vicis privats són en realitat virtuts públiques".

Remarca 2.4.4. El Primer Teorema és vàlid per a relacions de preferències més generals que les estàndards. De fet, la propietat determinant de les preferències és la <u>monotonia</u>.

• La Fig. 14 mostra un exemple de fallida del Primer Teorema quan les preferències no són monòtones: la "corba d'indiferència" A del consumidor 1 és "gruixuda". Donada la dotació w, e i la relació de preus definida pel pendent de la recta R són un equilibri walrasià. Però e no representa una distribució Paretoeficient, perquè hi ha d: mentre el consumidor 1 és indiferent entre e i d, el consumidor 2 prefereix el que li correspon a d que el que li correspon a e.

Proposició 2.4.5. Segon Teorema Fonamental de l'Economia del Benestar. Sigui (e_1, e_2) una distribució Paretoeficient, tal que $x_{e_1} \neq 0 \neq x_{e_2}$ i $y_{e_1} \neq 0 \neq y_{e_2}$, a una economia 2×2 on les relacions de preferència dels consumidors són estàndards. Aleshores existeixen una relació de preus p_x/p_y i una distribució (d_1, d_2) tal que $(e_1, e_2, p_x/p_y)$ és un equilibri walrasià de l'economia on, mantenint-se les relacions de preferència, els consumidors tenen dotacions (d_1, d_2).

• *Demostració*. Sigui una economia on w és la distribució que representa les dotacions inicials; vegeu la Fig. 15. Triem una distribució Paretoeficient a l'interior de la caixa d'Edgeworth, com ara la d (que no és part de l'equilibri walrasià de l'economia). En ser Paretoeficient, i atès que les relacions de preferència són estàndards, la corba d'indiferència A del consumidor 1 que passa per d és tangent a d a la corba d'indiferència B del consumidor 2 que passa per d. Sigui R la recta el pendent de la qual és igual al pendent comú de les dues corbes; és a dir, R és tangent a d a les dues corbes A i B. Ara triem un punt qualsevol sobre la recta, com ara el punt w^*. Aleshores la distribució d i la relació de preus p_x/p_y igual al pendent en valor absolut d'R són un equilibri walrasià de l'economia amb dotacions w^*, ja que amb dotacions w^* i relació de preus p_x/p_y, el que li correspon a cada consumidor $i \in \{1, 2\}$ a la distribució d maximitza la utilitat d sotmès a la seva restricció pressupostària, que és representada per R.■

Remarca 2.4.6. El Segon Teorema expressa la idea que una economia formada per mercats competitius pot assolir qualsevol distribució Paretoeficient que es vulgui (amb la condició que cap consumidor no rebi res d'algú bé) si les dotacions inicials són apropiadament redistribuïdes.

• El Segon Teorema mostra que l'objectiu d'aconseguir una determinada distribució Paretoeficient es pot assolir en dues etapes: a la primera etapa, que es realitza fora del mercat, es produeix una redistribució de béns (que la pot dur a terme una autoritat pública); a la segona, que la realitza el mercat, es parteix de la redistribució anterior per a arribar a la distribució desitjada deixant funcionar el sistema de preus.

Remarca 2.4.7. El Segon Teorema necessita més hipòtesis que el Primer Teorema: no tant sols la monotonia de les preferències, com el Primer Teorema, sinó també la seva convexitat, que és una propietat innecessària al Primer Teorema.

• La Fig. 16 il·lustra la necessitat de la convexitat de les preferències per a la validesa del Segon Teorema. A l'economia representada a la Fig. 16, les preferències del consumidor 1 són monòtones però no convexes i el Segon Teorema no és vàlid: la dotació inicial representada per la distribució w és Paretoeficient, però la relació de preus expressada per la recta R que és tangent a w a les dues corbes d'indiferència que passen per w no pot fer que w sigui una distribució d'equilibri, perquè el consumidor 1 prefereix el que li assigna la distribució c al que té a la dotació inicial w.

• La Fig. 17 il·lustra la necessitat de la monotonia per a la validesa del Segon Teorema. Les preferències dels dos consumidors són convexes però no monòtones: *a* és el punt de màxima preferència o punt de sadollament d'1 i *b* és el punt de màxima preferència de 2, de manera que corbes d'indiferència més properes al punt de sadollament representen punts més preferits. El Segon Teorema falla perquè *c* representa una distribució Paretoeficient que no és part d'un equilibri walrasià a preus positius de tots dos béns, ja que 1 prefereix *a* a *c* i 2 prefereix *b* a *c*.

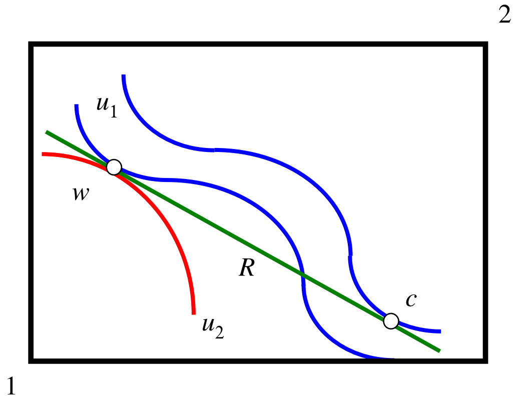


Fig. 16. Fallida del Segon Teorema: no convexitat

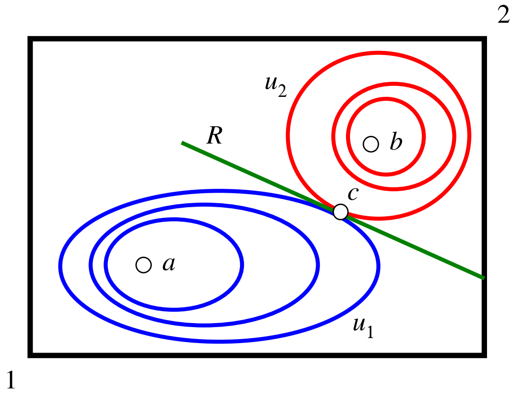


Fig. 17. Fallida del Segon Teorema: sadollament

Remarca 2.4.8. El Segon Teorema pot reformular-se introduint el concepte de transferència d'unitats de compte (que es pot interpretar com una mena d'impost expressat en unitats de compte).

• Es tractaria de transferir poder de compra no mitjançant la redistribució de béns entre consumidors sinó mitjançant la transferència de "crèdit" que permeti comprar béns: un consumidor perd poder de compra i el transfereix a un altre, que el guanya.

• Segon Teorema amb transferències: si (e_1, e_2) és una distribució Paretoeficient amb $x_{e_1} \neq 0 \neq x_{e_2}$ i $y_{e_1} \neq 0 \neq y_{e_2}$ i les preferències són estàndards, existeixen p_x/p_y i una transferència t d'un consumidor a un altre tal que $(e_1, e_2, p_x/p_y)$ és un equilibri walrasià de l'economia on, mantenint-se les preferències, la restricció pressupostària del consumidor i que fa la transferència és $p_x\, x_i + p_y\, y_i = p_x\, \tilde{x}_i + p_y\, \tilde{y}_i - t$ i la restricció del consumidor j que la rep és $p_x\, x_j + p_y\, y_j = p_x\, \tilde{x}_j + p_y\, \tilde{y}_j + t$.

• Quin seria l'import de la transferència? Retornant a la Fig. 15, suposem que les dotacions són w i es vol assolir d com a distribució d'un equilibri walrasià. La relació de preus que sosté d com a distribució d'un equilibri walrasià és el valor absolut del pendent de la recta R. En aquest cas, seria el consumidor qui hauria de fer la transferència al consumidor 1. La transferència seria la renda mínima que permetria que la recta paral·lela a R que passa per w es desplacés fins a w^*; això és, la transferència seria la diferència entre el valor de w^* a preus p_x i p_y tals que p_x/p_y és el pendent en valor absolut d'R i el valor de w als mateixos preus.

Exemple 2.4.9. A l'Exemple 2.1.4, sigui la distribució Paretoeficient (d_1, d_2) amb $x_{d_1} = 7'8$, $x_{d_2} = 5'2$, $y_{d_1} = 12$ i $y_{d_2} = 2$. El pendent, en valor absolut, a la corba d'1 que conté d_1 és $(\partial u_1/\partial x_1)/(\partial u_1/\partial y_1) = y_1/x_1 = 12/7'8 = 20/13$. El pendent, en valor absolut, a la corba de 2 que conté d_2 és $(\partial u_2/\partial x_2)/(\partial u_2/\partial y_2) = 4y_2/x_2 = 4\cdot(2/5'2) = 8/5'2 = 20/13$. Per tant, $p_x/p_y = 20/13$ és la relació de preus que sosté (d_1, d_2) com a part d'un equilibri walrasià. L'equació de la restricció pressupostària d'1 és $y_1 = 24 - 20x_1/13$. Sigui un crèdit igual a una unitat d'Y. Amb $p_x/p_y = 20/13$, el valor de la dotació d'1 $(\tilde{x}_1, \tilde{y}_1) = (8, 4)$ és, en crèdits, $8\cdot 20/13 + 4 = 212/13$ i el valor de d_1 és $7'8\cdot 20/13 + 12 = 312/13$: si 1 rep de 2 una transferència de 100/13 crèdits, s'assolirà $(d_1, d_2, 20/13)$ com a equilibri walrasià.