Tema 7. Teoria de contractes

7.1. Contractes en presència de risc moral

La teoria del principal-agent analitza els problemes que sorgeixen en presència d'informació asimètrica quan una persona (l'anomenat "principal") contracta a una altra (anomenat "agent"). Tots aquests problemes estan relacionats amb el desig del principal de dissenyar el contracte de manera que, perseguint l'agent els seus propis interessos, l'agent prengui decisions o accions que permetin satisfer els interessos del principal.

Per a il·lustrar aquest tipus de problema, considerem un model de principal-agent en presència de risc moral. El model representa la situació on un principal P desitja contractar a un agent A per a què realitzi una determinada feina. Per a realitzar la feina, A pot aplicar dos nivells d'esforç: un esforç alt e_a o un esforç baix $e_b < e_a$. Quan A fa la feina poden produir-se dos resultats monetaris (o beneficis bruts) per a P: un bon resultat x_1 o un mal resultat $x_2 < x_1$.

La relació entre esforç d'A i resultat per a P és probabilística: si A fa la feina amb esforç e_a hi ha una probabilitat p_a que s'obtingui el resultat x_1 i una probabilitat $1 - p_a$ que s'obtingui el resultat x_2; i si A fa la feina amb esforç e_b hi ha una probabilitat $p_b < p_a$ que s'obtingui el resultat x_1 i una probabilitat $1 - p_b$ que s'obtingui el resultat x_2.

L'existència de risc moral es manifesta en el fet que P sap el resultat de la feina d'A (P sap si obté x_1 o x_2), però no sap l'esforç que A ha fet, perquè esforç és informació privada d'A. En concret, P no pot determinar a partir del resultat observat quin ha estat l'esforç d'A. Per tant, la remuneració que A rep de P per la feina feta no pot dependre de l'esforç d'A sinó del resultat observat. Així que el contracte que P proposi a A establirà quina remuneració w_1 rep A quan el resultat és x_1 i quina remuneració w_2 rep A quan el resultat és x_2, on w_1, w_2, x_1 i x_2 es mesuren en unitats monetàries.

La seqüència d'esdeveniments és la següent. Primer, el principal P proposa a l'agent A un contracte consistent en un parell (w_1, w_2). A continuació, A accepta o rebutja el contracte. Si accepta, A tria l'esforç. Per últim, l'esforç produeix un resultat per a P i, en funció del resultat, A rep la remuneració que estableix el contracte. Suposem que P vol que A triï l'esforç alt e_a. El problema per a P és dissenyar un contracte, que sigui acceptat per A, i que indueixi a A a triar e_a. Suposem que P és neutral envers el risc i que pretén maximitzar el valor esperat del seu benefici net

$$p_a (x_1 - w_1) + (1 - p_a) (x_2 - w_2). \tag{1}$$

La funció d'utilitat d'A, que depèn positivament de la remuneració però negativament de l'esforç, és $U(w, e) = u(w) - e$, on $u' > 0$ i $u'' < 0$. A pretén maximitzar la seva utilitat esperada. Sigui U_0 la utilitat de reserva d'A, això és, la utilitat que A obté si no accepta el contracte.

Cas 1: què passaria si P pogués observar l'esforç d'A? En aquest cas, P proposaria el contracte (w_1, w_2) per a maximitzar (1) sotmès a la condició de participació d'A

$$p_a [u(w_1) - e_a] + (1 - p_a) [u(w_2) - e_a] \geq U_0. \tag{2}$$

La condició (2) estableix que, per a incentivar a A a acceptar el contracte (w_1, w_2), la utilitat esperada d'A quan tria l'esforç e_a que P pretén que triï ha de ser igual o superior a la utilitat que obtindria rebutjant el contracte. La condició (2) ha de ser vinculat (és una igualtat), perquè $p_a [u(w_1) - e_a] + (1 - p_a) [u(w_2) - e_a] > U_0$ permetria que P pogués reduir els pagaments (w_1, w_2) de manera que (2) es complís i això faria augmentar el valor esperat (1). En resum, el contracte (w_1, w_2) que soluciona l'anterior problema s'obté maximitzant, respecte de w_1 i w_2, el langrangià $L = p_a (x_1 - w_1) + (1 - p_a) (x_2 - w_2) + \lambda [p_a u(w_1) + (1 - p_a) u(w_2) - e_a - U_0]$. Així:

$$\frac{dL}{dw_1} = - p_a + \lambda p_a u'(w_1) = 0 \quad \text{i} \quad \frac{dL}{dw_2} = - (1 - p_a) + \lambda (1 - p_a) u'(w_2) = 0.$$

D'aquí resulta $u'(w_1) = u'(w_2)$. Per la concavitat d'u, això implica $w_1 = w_2 = w^*$: si P pot observar l'esforç d'A, és P (en tant que neutral envers el risc) que assumeix el risc derivat del fet que hi ha una relació incerta entre esforç i resultat, de forma que la remuneració de P no depèn del resultat.

Exemple 1. Sigui $p_a = ⅔$, $e_a = 2$, $e_b = 1$, $U_0 = 3$ i $u(w) = w^{1/2}$. Atès que (2) és una igualtat, $p_a u(w_1) + (1 - p_a) u(w_2) = e_a + U_0$. Per tant, $⅔ w_1^{1/2} + ⅓ w_2^{1/2} = 2 + 3$. Donat que $w_1 = w_2 = w^*$, $⅔ w^{*1/2} + ⅓ w^{*1/2} = 5$ i, d'aquí, $w^* = 25$.

Cas 2: P no pot observar l'esforç d'A i no pot obligar contractualment a A a triar e_a. En aquest cas, P proposaria el contracte (w_1, w_2) per a maximitzar (1) sotmès a (2), que es continua satisfent com a igualtat, i sotmès a la condició de compatibilitat amb incentius

$$p_a [u(w_1) - e_a] + (1 - p_a) [u(w_2) - e_a] \geq p_b [u(w_1) - e_b] + (1 - p_b) [u(w_2) - e_b]. \tag{3}$$

La condició (3) diu que el contracte (w_1, w_2) que P proposi a A per tal que triï l'esforç e_a no pot donar incentius a A a triar l'esforç e_b. La condició (3) també ha de ser vinculant quan s'avaluï al contracte solució: si (3) fos una desigualtat estricta, P guanyaria reduint apropiadament alguna de les remuneracions de forma que, després de la reducció, (3) es continués satisfent. Així, (3) esdevé

$$(p_a - p_b) [u(w_1) - u(w_2)] = e_a - e_b. \tag{4}$$

La part esquerra de (4) és l'increment d'utilitat esperada d'A quan augmenta l'esforç i la part dreta és la reducció causada per l'augment d'esforç. El langrangià és ara $L = p_a (x_1 - w_1) + (1 - p_a) (x_2 - w_2) + \lambda [p_a u(w_1) + (1 - p_a) u(w_2) - e_a - U_0] + \mu [(p_a - p_b) [u(w_1) - u(w_2)] - (e_a - e_b)]$. Així:

$$\frac{dL}{dw_1} = - p_a + \lambda p_a u'(w_1) + \mu (p_a - p_b) u'(w_1) = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{u'(w_1)} = \lambda + \mu \frac{p_a - p_b}{p_a} \quad \text{i}$$

$$\frac{dL}{dw_2} = - (1 - p_a) + \lambda (1 - p_a) u'(w_2) + \mu [(1 - p_a) - (1 - p_b)] u'(w_2) = 0 \Rightarrow \frac{1}{u'(w_2)} = \lambda - \mu \frac{p_a - p_b}{1 - p_a}.$$

Se'n dedueix que $w_1^* > w^* > w_2^*$, on w^* és el valor del Cas 1: P ha de pagar més en cas d'un bon resultat amb risc moral que sense per a induir a A a triar l'esforç que fa més probable el bon resultat.

Exemple 2. Continuant l'Exemple 1, amb risc moral el contracte solució (w_1^*, w_2^*) s'obté combinat (4) i la condició (2) amb igualtat: $(p_a - p_b) [u(w_1) - u(w_2)] = e_a - e_b$ i $p_a u(w_1) + (1 - p_a) u(w_2) = e_a + U_0$. Per tant, $⅔ w_1^{1/2} + ⅓ w_2^{1/2} = 2 + 3$ i $(⅔ - ⅓) (w_1^{1/2} - w_2^{1/2}) = 2$. D'aquí, $w_1^* = 36$ i $w_2^* = 9$.