

Llista d'exercicis 1

En els exercicis següents, si no s'indica altra cosa, s'assumeix que:

- (i) hi ha un únic bé;
- (ii) el bé no és acumulable i no es pot produir;
- (iii) els períodes de vida són consecutius (quan es viuen dos períodes, s'anomena 'jove' a qui es troba en el seu primer període de vida i 'gran' a qui s'hi troba en el segon);
- (iv) la utilitat en el darrer període de vida coincideix amb el consum en aquell període;
- (v) tots els membres d'un mateix grup són idèntics entre ells;
- (vi) la coma volada (o apòstrof recte) " ' " indica el període temporal següent (per exemple, si c representa el consum en un període, c' representa el consum del següent període);
- (vii) 'calcular l'equilibri general' significa calcular l'equilibri general competitiu de l'economia, això és, determinar l'equilibri de cada mercat en cada període (si hi ha n mercats, n'hi ha prou amb calcular els equilibris d' $n - 1$).

1. El model bàsic generalitzat

Cada generació està formada per dos grups, G1 i G2. G1 té m membres. G2 en té n . Hom viu dos períodes. La dotació de cada membre de G1 és (w_1, w'_1) . La dotació de cada membre de G2 és (w_2, w'_2) . Tots els joves tenen $u = c^\alpha \cdot c'$ com a funció d'utilitat, on $\alpha > 0$. Calcula l'equilibri general.

2. Equilibri amb grups de mida diferent

(i) Cada generació està formada per dos grups, G1 i G2. G1 té m membres. G2 en té n . Hom viu dos períodes. La dotació de cada membre de G1 és $(w, 0)$. La de cada membre de G2 és $(0, w)$. Tots els joves tenen $u = c \cdot c'$ com a funció d'utilitat. Calcula l'equilibri general.

(ii) Determina com afecten variacions en w , m i n a la taxa d'interès d'equilibri

3. Equilibri amb lladregots i escurabosses

Cada generació té 100 membres: 80 (els pobres) amb dotació $(1, 0)$ i els altres 20 (els rics) amb dotació $(4, 2)$. Hom viu dos períodes. Tots els joves tenen la funció d'utilitat $u = c \cdot c'$.

- (i) Troba el vector de consum d'equilibri de cada jove.
- (ii) Per a cada període, determina el vector de consum agregat d'equilibri del total de rics (i també del total de pobres) del període.

Per a tot t , cada jove pobre en t roba b unitats del grup de rics en t . El robatori agregat puja a $80 \cdot b$: $3 \cdot b$ unitats es prenen de cada jove ric i b unitats es prenen de cada ric gran. En conseqüència, el total apropiat pels joves pobres ($80 \cdot b$) coincideix amb el que perden els rics ($20 \cdot 3 \cdot b + 20 \cdot b$).

- (iii) Torna a respondre a (i) i a (ii) si $b = 1$. Causa el robatori un augment o una reducció de la desigualtat?

4. Imposts

Cada generació està formada per tres grups: G1, G2 i G3. Cada grup està format per n persones, que viuen dos períodes. La funció d'utilitat de cada jove és $u = c \cdot c'$. La dotació de cada membre de G1 és (0, 1); la de cada membre de G2 és (1, 0); i (0, 0) la de cada membre de G3. Una norma dicta que, cada període, els joves de G1 i G2 han de pagar τ unitats del bé (aquest import és el mateix cada període i suficientment petit per a què tothom el pugui pagar). La norma mana que la recaptació total de l'impost en el període sigui distribuïda, en el mateix període, de manera igualitària entre els membres de G3, però no especifica si els destinataris de la transferència han de ser el joves o els grans del grup.

- (i) Obté l'equilibri general, i la utilitat de cada persona, en aquests dos casos: cas 1, la transferència es fa als joves del grup 3; cas 2, la transferència es fa als grans del grup 3.
- (ii) Jutja quina opció seria més recomanable.

5. Transferència òptima

Cada generació està formada per dos grups, G1 i G2, cadascú amb 50 persones que viuen dos períodes. La funció d'utilitat de cada jove és $u = c \cdot c'$. La dotació de cada membre de G1 és (2, 0). La dotació de cada membre de G2 és (0, 2). Cada jove s'emparella amb una persona gran, de manera que cada jove transfereix τ unitats de bé a la persona gran amb qui s'emparella. Calcula el valor de τ que maximitza la suma de la utilitat d'un jove de G1 amb la utilitat d'un jove de G2 en cadascun dels següents casos.

- (i) La transferència es fa partint de l'assignació de consum d'equilibri.
- (ii) Quan es determina el consum d'equilibri hom sap que es produeix la transferència.
- (iii) Quan es determina el consum d'equilibri només els joves saben que hi ha transferència.

6. Igualtat

Cada generació està formada per dos grups: G1 (amb n persones) i G2 (amb m). Hom viu dos períodes. La funció d'utilitat de cada jove de G1 és $u_1 = (c_1)^\beta \cdot c'_1$ i la de cada jove de G2 és $u_2 = c_2 \cdot (c'_2)^\beta$. La dotació de cada membre de G2 és (0, 1). La dotació de cada membre de G1 és (1, 0).

- (i) Determina l'equilibri general i l'efecte sobre la utilitat d'un membre de G1 d'un augment d' n .
- (ii) Calcula la quantitat τ del bé que cada jove de G1 ha de rebre o pagar de manera que, quan l'import $n \cdot \tau$ es distribueix igualitàriament entre els joves de G2, la utilitat de tots els joves de tots dos grups és la mateixa en l'equilibri general.

7. Tres grups i quatre períodes

Cada període t , començant per $t = 1$, neixen n persones. Les nascudes en el període $t \in \{1, 4, 7, 10, \dots\}$ viuen dos períodes; els nascuts en $t \in \{2, 5, 8, 11, \dots\}$ en viuen tres; i els nascuts en $t \in \{3, 6, 9, 12, \dots\}$ en viuen quatre. La funció d'utilitat en un període de vida diferent de l'últim és $u = c \cdot c'$, on c és el consum del bé en el període a què es refereix la funció d'utilitat.

La dotació de bé d'una persona que viu dos períodes és $(0, 1)$; la d'una que en viu tres, $(1, 1, 0)$; i la d'una que en viu quatre, $(0, 1, 0, 1)$. Calcula l'equilibri general.

8. Tres grups

Hi ha tres grups d'individus G_1 , G_2 i G_3 , cadascun format per n membres. Hom viu dos períodes. La funció d'utilitat de cada jove és $u = c \cdot c'$. La dotació de bé de cada membre de G_1 és $(2, 0)$; la de cada membre de G_2 és $(0, 2)$; i la de cada membre de G_3 és $(1, 1)$.

L'estructura demogràfica de l'economia es repeteix cada tres períodes. En el període inicial neixen els membres dels grups G_1 i G_2 . En el següent període neixen els dels grups G_2 i G_3 . En el darrer període del cicle neixen els dels grups G_3 i G_1 . Calcula l'equilibri general.

9. Tres períodes

Cada període t , començant per $t = 0$, neixen n persones. Cada persona viu tres períodes. La funció d'utilitat d'una persona en un període de vida diferent de l'últim és $u = c \cdot c'$, on c és el consum del bé en el període corrent i c' el consum en el període següent. La dotació de cada persona és $(0, 1, 0)$. Calcula l'equilibri general.

10. Tres períodes amb creixement demogràfic

Igual que l'exercici 9 amb la diferència que en el període t neixen $n + t$ persones.

11. Tres períodes amb creixement demogràfic exponencial

Igual que l'exercici 9 amb la diferència que cada període neix el doble de persones que en el període anterior.

12. Tres períodes amb decreixement demogràfic

Igual que l'exercici 9 amb la diferència que cada període neix la meitat de persones que en el període anterior.

13. Tres períodes amb cicle demogràfic

Igual que l'exercici 9 amb la diferència que en període parell neixen n persones i en un parell senar en neixen $m \neq n$.

14. Mort sobtada

Cada generació està formada per dos grups, G_1 i G_2 . G_1 està constituït per n persones i G_2 per m . Potencialment, hom viu dos períodes. La dotació de cada membre de G_1 és $(1, 0)$. La dotació de cada membre de G_2 és $(0, 1)$.

Els membres de G_1 viuen dos períodes. Cada membre de G_2 té una probabilitat $0 < p < 1$ d'arribar al segon període de vida (per tant, té la probabilitat $1 - p$ de no viure el segon període).

Cada jove de G1 té la funció d'utilitat $u_1 = c_1 \cdot (c'_1)^\beta$, on $\beta > 0$ és una constant. Cada jove de G2 té la funció d'utilitat $u_2 = (c_2)^\beta \cdot p \cdot c'_2$, on β és la mateixa constant que en les funcions dels membres de G1.

Calcula l'equilibri general i determina com afecta la probabilitat p a la taxa d'interès.

15. Deute exterior

Cada generació està formada per dos grups, G1 i G2. G1 està constituït per n individus idèntics i G2 per m individus idèntics. Hom viu dos períodes. La dotació de cada membre de G1 és de dues unitats del bé de jove i de $-x$ unitats de gran (es pot entendre aquest valor negatiu com un deute a pagar a algú de fora de l'economia). La dotació de cada membre de G2 és una unitat del bé de gran i cap de jove. Per a G1, la funció d'utilitat de cada individu que és jove en el període t és $u_t = c_t \cdot (c_{t+1})^\beta$, on c_t és el consum que l'individu fa de jove, c_{t+1} el consum que el mateix individu farà de gran i $\beta > 0$ és una constant. Per a G2, la funció d'utilitat de cada individu que és jove en el període t és $u_t = (c_t)^\beta \cdot c_{t+1}$, on c_t és el consum que l'individu fa de jove, c_{t+1} el consum que el mateix individu faria de gran i β és la mateixa constant que amb els membres de G1. Calcula l'equilibri general i determina com afecta el deute x a la taxa d'interès d'equilibri.

16. Transferències

Cada generació està formada per n membres iguals. Cada individu viu dos períodes i té una dotació de dues unitats de bé de jove i cap de gran. La funció d'utilitat de cada individu jove en el període t és $u_t = c_t \cdot (c_{t+1})^\beta$, on c_t és el consum que l'individu fa de jove, c_{t+1} el consum que l'individu farà de gran i $\beta > 0$ és una constant.

- (i) Calcula la transferència τ (la mateixa cada període) que un jove ha de fer a un individu gran del mateix període per a maximitzar la utilitat del jove.
- (ii) Suposa que la utilitat d'un individu gran coincideix amb el seu consum. Calcula la transferència τ (la mateixa cada període) que un jove ha de fer a un individu gran del mateix període per a maximitzar la suma de la utilitat d'un jove i la d'un individu gran del mateix període.
- (iii) Torna a respondre (i) si la funció d'utilitat de cada jove és $u_t = (c_t - \tau) \cdot (c_{t+1})^\beta$. Dóna una interpretació a aquesta funció d'utilitat.

17. Tres períodes

Tots els individus són idèntics i viuen tres períodes: jove, adult i ancià. La funció d'utilitat d'un jove en t és $u_t = c_t \cdot (c_{t+1})^\beta$, donde $0 < \beta < 1$. La seva funció d'adult, en $t + 1$, és $u_{t+1} = c_{t+1} \cdot c_{t+2}$. I la d'ancià, en $t + 2$, és $u_{t+2} = c_{t+2}$. Hom té, com a dotació, $\omega > 0$ unitats de bé en el segon període de vida i cap unitat en la resta de períodes. Calcula l'equilibri general i determina com un canvi en ω afecta la taxa d'interès d'equilibri.

18. Enveja

Hi ha dos grups, G1 amb n membres i G2 amb m . Hom viu dos períodes. Cada membre de G1 té una dotació d'una unitat del bé quan és jove i cap de gran. Cada membre de G2 té una dotació

d'una unitat del bé quan és gran i cap de jove. La funció d'utilitat de tot membre jove en t de G1 és $u_{1t} = (c_{1t}/c_{2t})^\beta \cdot c_{1t+1}$, on c_{2t} és el consum en t d'un membre jove de G2. La funció d'utilitat de tot membre jove en t de G2 és $u_{2t} = c_{2t} \cdot (c_{2t+1}/c_{1t+1})^\beta$, on c_{1t+1} és el consum en $t + 1$ d'un membre gran de G1. En ambdós casos, $0 < \beta < 1$.

- (i) Calcula l'equilibri general.
- (ii) Calcula l'equilibri general si els joves de G1 tenen en compte a l'hora de decidir sobre el seu consum present i futur que el seu consum present c_{1t} afecta al consum c_{2t} de tot jove de G2 (per tant, considera que c_{2t} és funció de c_{1t}).

19. Emigració

Hay dos economías, A y B, y un único bien, que no puede acumularse. Todos los individuos viven dos períodos. Todos los miembros jóvenes de A tienen $u_t = (c_t)^\beta \cdot c_{t+1}$ como función de utilidad. Todos los miembros jóvenes en t de B tienen $u_t = c_t \cdot (c_{t+1})^\beta$ como función de utilidad u_t . En ambos casos β es la misma constante positiva. En cada economía hay dos grupos, G1 y G2. G1 en A tiene m miembros. G2 en A tiene n miembros. G1 en B tiene n miembros. G2 en B tiene m miembros. En ambas economías cada miembro de G1 tiene la dotación $(1, 0)$: una unidad de bien de joven y ninguna de mayor. Cada miembro de G2 tiene la dotación $(0, 1)$.

- (i) Calcula el equilibrio general competitivo de cada economía.
- (ii) Calcula el equilibrio general competitivo de cada economía si sólo los que, en equilibrio, son prestatarios (oferta de préstamos) pueden decidir en qué economía realizar préstamos.
- (ii) Calcula el equilibrio general competitivo de cada economía si sólo los que, en equilibrio, son prestamistas (demanda de préstamos) pueden decidir en qué economía solicitar préstamos.

20. A dos i a tres períodes

Cada período hay dos grupos, G1 y G2. Cada grupo cuenta con n miembros. Cada miembro de G1 vive tres períodos y tiene la dotación $(1, 0, 0)$: una unidad de bien en su primer período de vida y ninguna en los demás. Cada miembro de G2 vive dos períodos y tiene la dotación $(1, 0)$. Todos los miembros jóvenes de G2 en t tienen la función de utilidad $u_t = c_t \cdot c_{t+1}$. Todo miembro de G1 tiene, en su primer período de vida t , la función de utilidad $u_t = c_t \cdot c_{t+1}$ y, en su segundo período $t + 1$, la función de utilidad $u_{t+1} = c_{t+1} \cdot c_{t+2}$. Calcula el equilibrio general competitivo.

21. Quartet i duet

Cada período nacen n individuos idénticos. La estructura demográfica se repite cada tres períodos. Los nacidos en el primer período viven cuatro períodos y tienen dotación $(1, 0, 1, 0)$ del bien. Los nacidos en el segundo y tercer períodos viven dos períodos y tienen la dotación $(1, 0)$. A todos los individuos que no están en su último período de vida sólo les interesa su consumo presente c_t y su consumo inmediatamente futuro c_{t+1} según la la función de utilidad $u_t = c_t \cdot c_{t+1}$.

- (i) Calcula el equilibrio general competitivo.
- (ii) Calcula el equilibrio general competitivo si los nacidos en el tercer período tienen la dotación $(0, 1)$ en lugar de $(1, 0)$.

22. Tercet i duet

Cada período nacen n individuos idénticos. Los nacidos en un período par viven tres períodos y tienen dotación $(2w, 0, w)$ del bien. Los nacidos en un período impar viven dos períodos y tienen la dotación $(3w, 0)$. Los jóvenes nacidos en un período par t tienen la función de utilidad $u_t = c_t \cdot c_{t+1} \cdot c_{t+2}$; la función de utilidad de estos individuos en $t + 1$ es $u_{t+1} = c_{t+1} \cdot c_{t+2}$. La función de utilidad de un joven nacido en t es $u_t = c_t \cdot (c_{t+1})^\beta$, donde β es una constante positiva. Calcula el equilibrio general competitivo.

23. Lleure

Hay un único bien, que no puede acumularse pero que debe recolectarse empleando el factor trabajo. Todos los individuos viven dos períodos. Hay dos grupos, G1 y G2. Cada miembro de G1 dispone de una unidad de trabajo de joven y ninguna de mayor. Cada miembro de G2 dispone de dos unidades de trabajo de mayor y ninguna de joven. Cada individuo decide qué parte de su dotación de factor trabajo dedica a recolectar el bien y qué parte dedica a ocio.

Todos los miembros jóvenes de G1 en t tienen la función de utilidad $u_t = c_t \cdot c_{t+1} \cdot a_t$, donde a_t es la cantidad de trabajo dedicada a ocio en el período t . Todos los miembros jóvenes de G2 en t tienen la función de utilidad $u_t = c_t \cdot c_{t+1}$. Todos los miembros mayores de G2 en t tienen la función de utilidad $u_t = c_t \cdot a_t$, donde c_t es el consumo de mayor y es a_t es la cantidad de trabajo que el mayor dedica a ocio en t . La productividad recolectora de cada miembro de G1 son λ unidades de bien por cada unidad de trabajo empleada en recolectar. La productividad de cada miembro de G2 es una unidad de bien por unidad de trabajo empleada.

Calcula el equilibrio general competitivo y qué porcentaje de su dotación de trabajo dedica cada individuo, en equilibrio, al ocio.

24. Donació

Cada período hay dos grupos, G1 (con n integrantes) y G2 (con m integrantes). Todos viven dos períodos. Cada miembro de G1 tiene la dotación $(2, 0)$. Cada miembro de G2 tiene la dotación $(1, 2)$. La función de utilidad de un joven de G2 nacido en t es $u_t = c_t \cdot (c_{t+1})^\beta$. La función de utilidad de un joven de G1 nacido en t es $u_t = (c_t)^\beta \cdot c_{t+1}$. En los dos casos β es una constante positiva. La función de utilidad en $t + 1$ de un individuo de G1 nacido en t es $u_{t+1} = c_{t+1} \cdot d_{t+1}$, donde d_{t+1} es la parte del bien de que dispone el individuo que dona a otros miembros de la economía.

En cada caso, calcula el equilibrio general competitivo si reciben la donación: (a) los jóvenes de G1; (b) los jóvenes de G2; (c) los mayores de G2 (la donación total que realizan los mayores de G1 se distribuye igualitariamente entre los miembros de los grupos de cada caso).

25. Donacions

El enunciado es el mismo que el de §24 con dos salvedades: (i) la donación se realiza simultáneamente a los mayores G2 y a los jóvenes de G1; y (ii) la función de utilidad de un mayor de G1 es $u_{t+1} = c_{t+1} \cdot d_{t+1} \cdot e_{t+1}$, donde d_{t+1} es la donación realizada a los mayores de G2 y e_{t+1} es la donación realizada a los jóvenes de G1.

26. Fills i préstecs

Cada período hay dos grupos, G1 y G2, ambos inicialmente con m miembros. Cada miembro de G1 tiene la dotación $(0, 0)$. Cada miembro de G2 tiene la dotación $(w, 0)$. Cada miembro de G2 tiene un descendiente, por lo que G2 tiene cada período el mismo número de miembros. La función de utilidad de un joven de G2 nacido en t es $u_t = (c_t)^\beta \cdot c_{t+1}$, siendo β una constante positiva. La función de utilidad de un joven de G1 nacido en t es $u_t = c_t \cdot c_{t+1} \cdot n_{t+1}$, donde n_{t+1} es el número de hijos que el joven decide tener en t y que serán jóvenes (y miembros de G1) en $t + 1$. El coste (en términos del bien) de tener cada hijo es la constante $\gamma > 0$. Cada mayor recibe de cada hijo que ha tenido de joven la cantidad p de bien. Determina el tipo de interés de equilibrio cada período y el número de individuos cada período.

27. Consum mínim

Cada período hay dos grupos, G1 y G2, cada uno con n miembros. Todos viven dos períodos. Todo miembro de G1 tiene $(w, 0)$ como dotación. Cada miembro de G2 tiene la dotación $(0, 2w)$. La función de utilidad de un joven de G2 nacido en t es $u_t = c_t \cdot c_{t+1}$. La función de utilidad de un joven de G1 nacido en t es $u_t = (c_t - d) \cdot (c_{t+1} - d)$, donde d es una constante positiva. Interpreta d , calcula el equilibrio general competitivo y especifica el valor mínimo de w que asegura la existencia de equilibrio.

28. Creixement

Cada período hay dos grupos, G1 y G2, con n y m integrantes, respectivamente, que viven dos períodos. Cada miembro de G1 tiene la dotación $(w, 0)$. Cada miembro de G2 tiene la dotación $(0, w)$. La función de utilidad de todo joven nacido en t es $u_t = c_t \cdot c_{t+1}$.

- (i) Calcula el equilibrio general competitivo.
- (ii) Responde a (i) en cada uno de los siguientes casos: (a) cada período G1 tiene un miembro más; (b) cada período G2 tiene un miembro menos; (c) w crece a una tasa constante $g > 0$.

29. Utilitat especial

Cada período hay dos grupos, G1 y G2, cada uno con n miembros, que viven dos períodos. La dotación de cada integrante de G1 es $(3w, 0)$. La de cada miembro de G2, $(w, 2w)$. La función de utilidad de todo joven de G1 nacido en t es $u_t = (c_t + c_{t+1})^2$. La función de utilidad de todo joven de G2 nacido en t es $u_t = c_t \cdot (c_t + c_{t+1})^2$. Calcula el equilibrio general competitivo. [Función de utilidad CES: $u_t = (c_t^r + c_{t+1}^r)^{1/r}$]

30. Empatia i antipatia

Cada período hay dos grupos, G1 y G2, cada uno con n miembros, que viven dos períodos. Cada miembro de G1 tiene la dotación $(2w, 2w)$. Cada miembro de G2 tiene la dotación (w, w) . La función de utilidad de todo joven de G1 nacido en t es $u_t = c_t \cdot c_{t+1} \cdot d_{t+1}$, donde c_t es su consumo de joven, c_{t+1} es su consumo de mayor y d_{t+1} es el consumo de un mayor del grupo G2. La función de utilidad de todo joven de G2 nacido en t es $u_t = c_t \cdot c_{t+1}/d_t$, donde c_t es su consumo de joven, c_{t+1} es su consumo de mayor y d_t es el consumo de un joven del grupo G1.

- (i) Interpreta las funciones de utilidad.
- (ii) Calcula el equilibrio general competitivo y explica si algún individuo i puede incidir sobre el consumo de otros individuos que afecte a la utilidad de i .

31. Tres períodes

Cada período nacen n individuos idénticos, que viven tres períodos. En el período inicial de vida t la función de utilidad es $u_t = c_t \cdot c_{t+1}$. En el $t + 1$, la función de utilidad es $u_{t+1} = c_{t+1} \cdot c_{t+2}$.

- (i) Calcula el equilibrio general competitivo si la dotación es: (a) $(1, 1, 1)$; (b) $(2, 0, 1)$.
- (ii) Explica si hay algún mecanismo de intercambio voluntario, alternativo al mercado de préstamos privados, que pueda mejorar la utilidad de los individuos.

32. Tres períodes

Cada período nacen n individuos idénticos, que viven tres períodos. En el período inicial de vida t la función de utilidad es $u_t = c_t \cdot c_{t+1}$. En el período siguiente $t + 1$ la función de utilidad es $u_{t+1} = c_{t+1} \cdot c_{t+2}$. Calcula el equilibrio general competitivo con dotación $(0, 0, w)$ [y $u_t(t + 2) = c_{t+2}(t + 2) \cdot u_t(t + 2)$].

33. Expansió demogràfica

Cada período hay dos grupos, G1 y G2. Todos los individuos viven dos períodos. La función de utilidad de todo joven en t es $u_t = c_t \cdot c_{t+1}$. La dotación de cada miembro de G1 es $(1, 0)$; la de cada uno de G2 es $(0, 1)$. Inicialmente, cada grupo tiene n miembros. En cada período impar G1 incrementa su tamaño en n individuos. En cada período impar G2 incrementa su tamaño en n individuos. Calcula el equilibrio general competitivo y determina si hay algún valor al que converge el tipo de interés.

34. Probabilitats

Cada período hay dos grupos, G1 y G2, cada uno con n miembros. Todos los individuos viven dos períodos. En G2, la función de utilidad de todo joven en t es $u_t = c_t \cdot c_{t+1}$ y la dotación es $(1, 1)$. En G1: (a) con probabilidad p , la función de utilidad de todo joven en t es $u_t = (c_t)^\beta \cdot c_{t+1}$ y su dotación es $(1, 0)$; y (b) con probabilidad $1 - p$, la función es $u_t = c_t \cdot (c_{t+1})^\beta$ y la dotación $(0, 1)$. Calcula el equilibrio general competitivo.

35. Creixement

Cada període hay dos grups, G1 y G2, cada uno con n membres. Todos los individuos viven dos períodes. La funció de utilitat de tot jove en t és $u_t = c_t \cdot c_{t+1}$. Los miembros de G1 sólo tienen dotació de joves; los de G2, sólo tienen dotació de majors. El valor inicial de la dotació es w y cada període creix a la taxa $g > 0$. Así, por ejemplo, en el període inicial, los miembros de G1 tienen dotació $(w, 0)$ y los de G2, $(0, w(1 + g))$. Calcula el equilibrio general competitivo e interpreta la fórmula que defina el tipo de interés.

36. Vida curta o llarga

Hi ha dos grups d'individus G1 i G2, cadascun format per n membres. Cada individu viu dos períodes. Per a tot període t , la funció d'utilitat de tot individu nascut en t és $u_t = c_t \cdot (c_{t+1})^\beta$, on β és una constant positiva. En el segon període, la utilitat coincideix amb el consum. La dotació de bé de cada membre de G1 és $(2, 1)$ i la de cada membre de G2 és $(0, 3)$, on el primer component de cada vector és la dotació en el primer període de vida i el segon component, la dotació en el segon període.

- (i) Calcula l'equilibri general competitiu.
- (ii) Imagina que els membres de G1 poden triar entre viure un període o dos. Què triarien si l'objectiu és maximitzar la funció U_t tal que $U_t = u_t$ si es tria de viure un període i $U_t = u_t + u_{t+1}$ si es tria de viure dos períodes?
- (iii) Suposa que G1 sempre té n membres i que G2 en té m . Determina el valor d' m que deixaria els membres de G1 indiferents entre viure un o dos períodes.

37. Utilitat retrospectiva

Hi ha dos grups d'individus G1 i G2, cadascun format per n membres. Cada individu viu dos períodes. Per a tot període t , la funció d'utilitat de tot membre de G2 nascut en t és $u_t = \ln c_t + \beta \cdot \ln c_{t+1}$, on β és una constant positiva; en el segon període, la utilitat coincideix amb el consum. Per a tot període t , la funció d'utilitat de tot membre de G1 nascut en t és $u_t = \beta \cdot \ln c_t + \ln c_{t+1}$; en el segon període, $u_{t+1} = \ln c_t + \beta \cdot \ln c_{t+1}$. La dotació de bé de cada membre de G1 és $(1, 2)$ i la de cada membre de G2 és $(0, 3)$, on el primer component de cada vector és la dotació en el primer període de vida i el segon component, la dotació en el segon. Calcula l'equilibri general competitiu.

38. Creixement demogràfic i de dotacions

Hi ha dos grups d'individus G1 i G2, cadascun format inicialment per n membres. Cada individu viu dos períodes. Per a tot període t , la funció d'utilitat de tot individu nascut en t és $u_t = c_t \cdot c_{t+1}$. En el segon període, la utilitat coincideix amb el consum. Inicialment, la dotació de bé de cada membre de G1 és $(2, 1)$ i la de cada membre de G2 és $(0, 3)$, on el primer component de cada vector és la dotació en el primer període de vida i el segon component, la dotació en el segon període. Cada període, el nombre de membres de cada grup augmenta un 20% i totes les dotacions, un 10%. Calcula l'equilibri general competitiu.

39. Comunisme i capitalisme

Hi ha dos grups d'individus G1 i G2, cadascun format per n membres. Cada individu viu dos períodes. Per a tot període t , la funció d'utilitat de tot individu nascut en t és $u_t = c_t \cdot (c_{t+1})^\beta$, on β és una constant positiva. En el segon període, la utilitat coincideix amb el consum. La dotació de bé de cada membre de G1 és (2, 0) i la de cada membre de G2 és (0, 4), on el primer component de cada vector és la dotació en el primer període de vida i el segon component, la dotació en el segon període. Calcula l'equilibri general competitiu si, cada període, cada individu amb dotació ha d'aportar el 50% de la seva dotació a un fons que es distribueix igualitàriament entre tots els individus del període.

40. Acumulació

Hi ha dos grups d'individus G1 i G2, cadascun format per n membres. Cada individu viu dos períodes. Per a tot període t , la funció d'utilitat de tot individu nascut en t és $u_t = c_t \cdot (c_{t+1})^\beta$, on β és una constant positiva. En el segon període, la utilitat coincideix amb el consum. La dotació de bé de cada membre de G1 és (2, 1) i la de cada membre de G2 és (0, 3), on el primer component de cada vector és la dotació en el primer període de vida i el segon component, la dotació en el segon període. Els membres joves de G1 poden acumular el bé, amb dues restriccions. Primera, per cada unitat del bé que s'acumula, es perd la quantitat c ; per tant, renunciar a x unitats en t implica poder-ne disposar en $t + 1$ de només $x(1 - c)$. Segona, el màxim que poden emprar de la dotació per a acumular és d'un 25%.

- (i) Calcula l'equilibri general competitiu.
- (ii) Calcula el valor de la dotació que els membres de G2 han de tenir de grans per a què els membres de G1 estinguin indiferents entre acumular i no acumular.

41. Probabilitat i dotació

Hi ha dos grups d'individus G1 i G2, cadascun format per n membres. Cada individu viu dos períodes. Per a tot període t , la funció d'utilitat de tot individu nascut en t és $u_t = c_t \cdot (c_{t+1})^\beta$, on β és una constant positiva. En el segon període, la utilitat coincideix amb el consum. La dotació de bé de cada membre de G1 és (2, 0), on el primer component de cada vector és la dotació en el primer període de vida i el segon component, la dotació en el segon període. La dotació de cada membre de G2 és (1, 1) amb probabilitat p i (0, 2) amb probabilitat $1 - p$. Calcula l'equilibri general competitiu si els membres de G2 volen maximitzar la seva utilitat esperada.

42. Probabilitat i utilitat

Hi ha dos grups d'individus G1 i G2, cadascun format per n membres. Cada individu viu dos períodes. Per a tot període t , la funció d'utilitat de tot membre de G1 nascut en t és $u_t = c_t \cdot (c_{t+1})^\beta$, on β és una constant positiva. Per a tot període t , amb probabilitat p , la funció d'utilitat de tot membre de G2 nascut en t és $u_t = c_t \cdot (c_{t+1})^\beta$ i, amb probabilitat $1 - p$, és $u_t = (c_t)^\beta \cdot c_{t+1}$. En el segon període, la utilitat coincideix amb el consum. La dotació de bé de cada membre de G1 és (2, 1) i la de cada membre de G2 és (0, 3), on el primer component de cada vector és la dotació en el

primer període de vida i el segon component, la dotació en el segon període. Calcula l'equilibri general competitiu.

43. Immortal

Hi ha n individus idèntics. Cadascun d'aquests individus viu dos períodes. Per a tot període t , la funció d'utilitat de tot individu nascut en t és $u_t = c_t \cdot (c_{t+1})^\beta$, on β és una constant positiva. En el segon període, la utilitat coincideix amb el consum. La dotació de bé de cada individu és $(1, 0)$, on el primer component de cada vector és la dotació en el primer període de vida i el segon component, la dotació en el segon període. Hi ha, a més, un altre individu, que viu per sempre, que no té dotació en el primer període de vida i en té una unitat en els períodes següents. Per a tot període t , la funció d'utilitat de l'individu immortal és $u_t = c_t \cdot c_{t+1}$.

- (i) Calcula l'equilibri general competitiu.
- (ii) Calcula l'equilibri general competitiu si la funció d'utilitat fos $u_t = c_t \cdot c_{t+1} \cdot c_{t+2}$.

44. Probabilitat d'impagament

Hi ha dos grups d'individus G1 i G2, cadascun format per n membres. Cada individu viu dos períodes. Per a tot període t , la funció d'utilitat de tot individu nascut en t és $u_t = c_t \cdot (c_{t+1})^\beta$, on β és una constant positiva. En el segon període, la utilitat coincideix amb el consum. La dotació de bé de cada membre de G1 és $(2, 1)$ i la de cada membre de G2 és $(0, 3)$, on el primer component de cada vector és la dotació en el primer període de vida i el segon component, la dotació en el segon període. Calcula l'equilibri general competitiu si els prestadors atribueixen la probabilitat p que els prestataris no retornin els préstecs.

45. Trasllat de deutes

Hi ha dos grups d'individus G1 i G2, cadascun format per n membres. Cada individu viu dos períodes. Per a tot període t , la funció d'utilitat de tot individu nascut en t és $u_t = c_t \cdot c_{t+1}$. En el segon període, la utilitat coincideix amb el consum. La dotació de bé de cada membre de G1 és $(2, 0)$ i la de cada membre de G2 és $(0, 2)$, on el primer component de cada vector és la dotació en el primer període de vida i el segon component, la dotació en el segon període. Calcula l'equilibri general competitiu si els joves de cada grup tenen l'obligació de pagar (els grans del mateix grup) el 50% dels deutes que puguin haver contret en el període anterior.

46. Acumulació ocasional

Hi ha un únic bé que no es pot produir però que es pot acumular només els períodes parells (d'un període al següent). Hi ha dos grups d'individus G1 i G2, cadascun format per n membres. Cada individu viu dos períodes. Per a tot període t , la funció d'utilitat de tot individu nascut en t és $u_t = c_t \cdot (c_{t+1})^\beta$, on β és una constant positiva. En el segon període, la utilitat coincideix amb el consum. La dotació de bé de cada membre de G1 és $(2, 0)$ i la de cada membre de G2 és $(0, 2)$, on el primer component de cada vector és la dotació en el primer període de vida i el segon component, la dotació en el segon període. Calcula l'equilibri general competitiu.

47. Acumulació selectiva

Hi ha un únic bé que no es pot produir. Hi ha dos grups d'individus $G1$ i $G2$, cadascun format per n membres. Cada individu viu dos períodes consecutius. Per a tot període t , la funció d'utilitat de tot individu nascut en t és $u_t = c_t \cdot (c_{t+1})^\beta$, on β és una constant positiva. En el segon període, la utilitat coincideix amb el consum. La dotació de bé de cada membre de $G1$ és $(2, 0)$ i la de cada membre de $G2$ és $(0, 2)$. El bé es pot acumular d'un període al següent només en les següents condicions: en un període senar, només els joves de $G1$ poden acumular-lo; en un període parell, només els joves de $G2$.

- (i) Calcula l'equilibri general competitiu.
- (ii) Calcula l'equilibri general competitiu si s'inverteixen els períodes d'acumulació de cada grup.

48. Intransferibilitat

Hi ha dos grups d'individus $G1$ i $G2$, cadascun format per n membres. Cada individu viu dos períodes. Per a tot període t , la funció d'utilitat de tot individu nascut en t és $u_t = c_t \cdot (c_{t+1})^\beta$, on β és una constant positiva. En el segon període, la utilitat coincideix amb el consum. La dotació de bé de cada membre de $G1$ és $(2, 0)$ i la de cada membre de $G2$ és $(0, 2)$. El 50% del bé que reben els individus grans no és transferible; en particular, això implica que el 50% de la dotació dels grans no es pot fer servir per a pagar deutes. Calcula l'equilibri general competitiu.

49. Deutes a dos períodes

Hi ha dos grups d'individus $G1$ i $G2$, cadascun format per n membres. Cada membre de $G1$ viu tres períodes consecutius i cada membre de $G2$ viu dos períodes. Per a cada individu, la utilitat en el seu darrer període de vida coincideix amb el seu consum del bé; per a la resta de períodes, la utilitat és el producte del consum del període i del consum del període immediatament posterior. La dotació de bé de cada membre de $G1$ és $(0, 1, 1)$ i la de cada membre de $G2$ és $(1, 0)$, on el primer (segon, tercer) component de cada vector és la dotació en el primer (segon, tercer) període de vida. Calcula l'equilibri general competitiu si només es poden fer préstecs que es retornen dos períodes després del préstec (els préstecs fets en t es retornen en $t + 2$).

50. Tres períodes amb dotacions cícliques

Cada període neixen n individus. Cada individu viu tres períodes. Per a cada individu, la utilitat en el seu darrer període de vida coincideix amb el seu consum del bé; per a la resta de períodes, la utilitat és el producte del consum del període i del consum del període immediatament posterior. Les dotacions segueixen un patró cíclic cada tres períodes: en el primer període del cicle, la dotació és $(1, 1, 0)$, on el primer (segon, tercer) component de cada vector és la dotació en el primer (segon, tercer) període de vida; en el segon, la dotació és $(0, 1, 1)$; en el tercer, $(1, 0, 1)$. Calcula l'equilibri general competitiu.

51. Dos i tres períodes

Hi ha dos grups d'individus G1 i G2, el primer format per n membres i el segon per m . Cada individu de G1 viu tres períodes. Cada individu de G2 viu dos períodes. Per a cada individu i i període t , la utilitat d' i en t és el producte de tots els consums que farà i a partir de t (el consum de t inclòs). Les dotacions són $(1, 0, 1)$ i $(0, 1)$, on el primer (segon, tercer) component de cada vector és la dotació en el primer (segon, tercer) període de vida.

- (i) Calcula l'equilibri general competitiu.
- (ii) Calcula l'equilibri general competitiu si la dotació fos $(1, 1, 0)$.

52. Neixement diferencial

Hi ha dos grups d'individus G1 i G2, cadascun format per n membres: neixen membres de G2 cada període però neixen membres de G1 només en els períodes senars. Cada individu de G1 viu tres períodes consecutius. Cada individu de G2 viu dos períodes. Per a cada individu i i període t , la utilitat d' i en t és el producte de tots els consums que farà i a partir de t (el consum de t inclòs). Les dotacions són $(1, 0, 1)$ i $(0, 1)$, on el primer (segon, tercer) component de cada vector és la dotació en el primer (segon, tercer) període de vida. Calcula l'equilibri general competitiu.

53. Externalitats mútues en el consum

Hi ha dos grups d'individus G1 i G2, el primer format per n membres i el segon per m . Cada individu viu dos períodes. Per a tot període t , la funció d'utilitat de tot membre de G1 nascut en t és $u_{1,t} = c_{1,t} \cdot c_{2,t+1}$ i la funció d'utilitat de tot membre de G2 nascut en t és $u_{2,t} = c_{2,t} \cdot c_{1,t+1}$. La dotació de bé de cada membre de G1 és $(2, 1)$ i la de cada membre de G2 és $(1, 2)$, on el primer (segon) component de cada vector és la dotació en el primer (segon) període de vida. Calcula l'equilibri general competitiu.

54. Utilitats canviants

Hi ha dos grups d'individus G1 i G2, cadascun format per n membres. Cada individu viu dos períodes. Per a tot període t , la funció d'utilitat de tot individu nascut en t és $u_t = (c_{t+1})^{1+\beta/t} \cdot (c_{t+1})^{1-\beta/t}$, on β és una constant positiva. La dotació de bé de cada membre de G1 és $(2, 1)$ i la de cada membre de G2 és $(1, 2)$, on el primer (segon) component de cada vector és la dotació en el primer (segon) període de vida. Calcula l'equilibri general competitiu i el valor de la taxa d'interès quan t tendeix a infinit.

55. Dotacions de grans endògenes

Hi ha dos grups d'individus G1 i G2, cadascun format per n membres. Cada individu viu dos períodes. Per a tot període t , la funció d'utilitat de tot individu nascut en t és $u_t = c_t \cdot (c_{t+1})^\beta$, on β és una constant positiva. En el segon període, la utilitat coincideix amb el consum. Tot membre jove de G1 té dues unitats del bé com a dotació. Tot membre jove de G2 té una unitat del bé com a dotació. De gran, la dotació de tot individu és la seva dotació de jove menys del consum fet de jove. Calcula l'equilibri general competitiu.

56. Tres grups

Hi ha tres grups d'individus G1, G2 i G3. G1 té n membres. G2 té n membres. G3 té m membres. Cada individu viu dos períodes. Per a tot període t , la funció d'utilitat de tot individu nascut en t és $u_t = c_t \cdot (c_{t+1})^\beta$, on β és una constant positiva. En el segon període, la utilitat coincideix amb el consum. La dotació de bé de cada membre de G1 és (0, 1), la de cada membre de G2 és (1, 2) i la de cada membre de G3 és (2, 1), on el primer (segon) component de cada vector és la dotació en el primer (segon) període de vida.

- (i) Calcula l'equilibri general competitiu.
- (ii) Si només hi ha dues possibilitats de crear el mercat de préstecs (una on només hi participen G1 i G2, i una altra on només hi participen G1 i G3), quina preferirien els membres de G1?

57. Dos i quatre períodes

Hi ha dos grups d'individus G1 i G2, cadascun format per n membres. Cada membre de G1 viu dos períodes i cada membre de G2 en viu quatre de. Per a tot individu, en el darrer període de vida, la utilitat coincideix amb el consum. En la resta de períodes, és el producte del consum del període amb el consum del període següent. La dotació de bé de cada membre de G1 és (0, 1) i la de cada membre de G2 és (1, 0, 1, 0), on el primer (segon, tercer, quart) component de cada vector és la dotació en el primer (segon, tercer, quart) període de vida.

- (i) Calcula l'equilibri general competitiu.
- (ii) Calcula l'equilibri general competitiu si la utilitat cada període és el producte de tots els consums presents i futurs.

58. Vida curta i vida llarga

Cada període parell neixen n individus idèntics, que viuen dos períodes i tenen com a dotació dues unitats del bé en el primer període de vida i cap unitat en el segon. Cada període senar neixen m individus idèntics, que viuen tres períodes i tenen com a dotació una unitat del bé en el primer període de vida, una unitat en el tercer i cap unitat en el segon.

La funció d'utilitat de tot individu nascut en un període parell t és $u_t = c_t \cdot (c_{t+1})^\beta$, on β és una constant positiva, c_t és el consum en el primer període i c_{t+1} és el consum en el segon període de vida. En el darrer període la utilitat coincideix amb el consum del període. La funció d'utilitat de tot individu nascut en un període senar t és $u_t = c_t \cdot c_{t+1}$ en el seu primer període de vida i $u_{t+1} = c_{t+1} \cdot c_{t+2}$ en el seu segon període, on c_t , c_{t+1} i c_{t+2} és el consum en el primer, segon i tercer períodes, respectivament. En el darrer període la utilitat coincideix amb el consum del període. Calcula l'equilibri general competitiu.

59. Trio

Hi ha tres grups d'individus G1, G2 i G3. G1 té n membres. G1 i G3 tenen cadascú 50 membres. G2 en té 25. Cada individu viu dos períodes. Per a tot període t , la funció d'utilitat de tot membre de G1 nascut en t és $u_t = \ln c_t + 2 \cdot \ln c_{t+1}$; la de tot membre de G2 nascut en t és $u_t = 2 \cdot \ln c_t +$

ln c_{t+1} ; i la de tot membre de G3 nascut en t és $u_t = c_t \cdot c_{t+1}$. En el segon període, la utilitat coincideix amb el consum. La dotació de bé de cada membre de G1 és $(2, 0)$, la de cada membre de G2 és $(0, 2)$ i la de cada membre de G3 és $(1, 1)$, on el primer (segon) component de cada vector és la dotació en el primer (segon) període de vida.

- (i) Calcula l'equilibri general competitiu.
- (ii) Calcula els equilibris general competitius G1 i G2 són grups separats i G3 pot decidir a quin grup integrar-se.

60. Quatre períodes

Cada període neixen n individus idèntics, que viuen quatre períodes. La funció d'utilitat per a tot individu en cada període t és el producte del consum que fa l'individu en tots els períodes a partir de t (t inclòs). La dotació de tot individu és una unitat del bé en el primer període de vida. Calcula l'equilibri general competitiu.

61. Externalitats

Cada generació està formada per dos grups: G1 (integrat per n individus idèntics) i G2 (amb m individus idèntics). Hom viu dos períodes. Cada individu de G1 té, com a dotació, dues unitats del bé de jove i una unitat del bé de gran. Cada individu de G2 té, com a dotació, una unitat del bé de jove i dues unitats del bé de gran. La funció d'utilitat de cada jove de G1 és $u_1 = c_1 \cdot c'_1 - c_2$, on c_1 és el consum present del membre de G1, c'_1 el seu consum futur i c_2 el consum present de cada membre de G2. La funció d'utilitat de cada jove de G2 és $u_2 = c_2 \cdot c'_2 + c_1$, on c_2 és el consum present del membre de G2, c'_2 el seu consum futur i c_1 el consum present de cada membre de G1. Calcula l'equilibri general competitiu.

62. Expansió demogràfica

Cada generació està formada per dos grups, G1 i G2. En el període inicial, cada grup té 10 membres. Hom viu dos períodes. La dotació vital de cada membre de G1 és $(w, 0)$. La dotació vital de cada membre de G2 és $(0, w)$. Tots els individus joves tenen $u_t = c_t \cdot c_{t+1}$ com a funció d'utilitat.

- (i) Calcula l'equilibri general si, cada període, es duplica el nombre de membres de G1.
- (ii) Calcula l'equilibri general si, cada període, es duplica el nombre de membres de G1 i es quadruplica el nombre de membres de G2.

63. Utilitat del passat

Cada generació està formada per dos grups, G1 i G2. Cada grup té n membres. Hom viu dos períodes. La dotació de cada membre de G1 és $(w, 0)$. La dotació de cada membre de G2 és $(0, w)$. Els membres de G1 tenen, de joves, la funció d'utilitat $u_t = c_t \cdot c_{t+1}$; de grans, utilitat i consum coincideixen. Els membres de G2 tenen, de joves, la funció d'utilitat $u_t = (c_t)^2 \cdot c_{t+1}$; de grans, la seva funció d'utilitat és $u_{t+1} = c_t \cdot (c_{t+1})^2$. Calcula l'equilibri general.

64. Diferent longevitat

Cada període neixen n individus idèntics que viuen dos períodes, tenen només una unitat del bé de joves i, de joves, tenen la funció d'utilitat $u_t = c_t \cdot c_{t+1}$.

A més, cada període senar neixen també n individus idèntics que viuen tres períodes. Cadascun d'aquests individus té unitat del bé en el seu tercer període de vida, una unitat en el segon i cap en el primer. En el tercer període, la funció d'utilitat coincideix amb el consum; en el primer i el segon, la funció d'utilitat és el producte del consum del període amb el consum del període següent. Calcula l'equilibri general competitiu.

65. Vida curta i vida llarga

Cada període parell neixen dos grups d'individus, $G1$ i $G2$, el primer grup format per n membres idèntics i el segon per m d'idèntics. Cada període senar neix només el grup $G1$. Els membres de $G1$ viuen dos períodes. La dotació de cada membre de $G1$ és de zero unitats del bé en el primer període de vida i dues unitats en el segon. Tot membre de $G1$ nascut en t té a com a funció d'utilitat $u_t = c_t \cdot (c_{t+1})^\beta$, on β és una constant positiva, c_t és el consum en el primer període i c_{t+1} és el consum en el segon període de vida. En el segon període la utilitat coincideix amb el consum del període.

Els membres de $G2$ viuen tres períodes. La dotació de cada membre de $G2$ és d'una unitat del bé en el primer període de vida, cap en el segon i una en el tercer. La funció d'utilitat de tot membre de $G2$ nascut en t és $u_t = c_t \cdot c_{t+1}$ en el seu primer període de vida i $u_{t+1} = c_{t+1} \cdot c_{t+2}$ en el seu segon període, on c_t , c_{t+1} i c_{t+2} és el consum en el primer, segon i tercer períodes, respectivament. En el darrer període la utilitat coincideix amb el consum del període.

- (i) Calcula l'equilibri general competitiu.
- (ii) Calcula l'equilibri general competitiu si tots els individus que neixen en els períodes senars pertanyen a $G2$.
- (iii) Calcula l'equilibri general competitiu si els individus que neixen en els períodes senars pertanyen, alternativament, a $G1$ i a $G2$.
- (iv) Calcula l'equilibri general competitiu si en els períodes parells només neixen els membres de $G2$ i en els períodes senars només neixen els membres de $G1$.

66. Cicle demogràfic

Cada període neixen dos grups d'individus, $G1$ i $G2$, cadascú amb n membres. Cada període senar neixen un tercer grup d'individus, $G3$, amb m membres. Hom viu dos períodes.

Tot consumidor gran té la funció d'utilitat $u' = c'$. Essent c el consum del bé de jove i c' el consum de gran:

- (i) la funció d'utilitat de tot consumidor jove de $G1$ és $u = c^2 \cdot c'$;
- (ii) la funció d'utilitat de tot consumidor jove de $G2$ és $u = c \cdot (c')^2$; i
- (iii) la funció d'utilitat de tot consumidor jove de $G3$ és $u = c^\alpha \cdot c'$, on $\alpha > 0$.

La dotació de cada membre de G3 és (1, 1): una unitat de jove i una de gran. La dotació de cada membre de G2 és (2, 2): dues unitats de jove i dues de gran. La dotació de cada membre de G1 és (0, 1): una unitat de gran i cap de jove. Calcula l'equilibri general competitiu.

67. Cicle econòmic

Cada període neixen dos grups d'individus, G1 i G2, cadascú amb n membres. Hom viu dos períodes. Essent c el consum del bé de jove i c' el consum de gran, la funció d'utilitat de tot consumidor jove de G1 és $u = c^2 \cdot c'$ i la funció d'utilitat de tot consumidor jove de G2 és $u = c \cdot (c')^2$. Tot consumidor gran té la funció d'utilitat $u' = c'$. La dotació de cada membre de G2 és (2, 2): dues unitats de jove i dues de gran. La dotació de cada membre de G1 depèn del període: en un període parell és (1, 0), una unitat de jove i cap de gran, en tant que en un període senar és (0, 1), una unitat de gran i cap de jove. Calcula l'equilibri general competitiu.

68. Cicle demogràfic

Cada període neixen dos grups d'individus, G1 i G2, cadascú amb n membres. Cada període senar neixen un tercer grup d'individus, G3, amb m membres. Hom viu dos períodes.

Tot consumidor gran té la funció d'utilitat $u' = c'$. Essent c el consum del bé de jove i c' el consum de gran:

- (i) la funció d'utilitat de tot consumidor jove de G1 és $u = c^2 \cdot c'$;
- (ii) la funció d'utilitat de tot consumidor jove de G2 és $u = c \cdot (c')^2$; i
- (iii) la funció d'utilitat de tot consumidor jove de G3 és $u = c^\alpha \cdot c'$, on $\alpha > 0$.

La dotació de cada membre de G3 és (1, 1): una unitat de jove i una de gran. La dotació de cada membre de G2 és (2, 2): dues unitats de jove i dues de gran. La dotació de cada membre de G1 és (0, 1): una unitat de gran i cap de jove. Calcula l'equilibri general competitiu.

69. Cicle demogràfic i econòmic

Cada període neixen dos grups d'individus, G1 i G2. Hom viu dos períodes.

Essent c el consum del bé de jove i c' el consum de gran, la funció d'utilitat de tot consumidor jove de G1 és $u = c^2 \cdot c'$ i la funció d'utilitat de tot consumidor jove de G2 és $u = c \cdot (c')^2$. Tot consumidor gran té la funció d'utilitat $u' = c'$. La dotació de cada membre de G2 és (2, 2): dues unitats de jove i dues de gran. La dotació de cada membre de G1 és (0, 1): una unitat de gran i cap de jove. La següent taula mostra el patró que determina el nombre de membres de cada grup per període. Calcula l'equilibri general competitiu.

període	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	...
G1	n	$2n$	$2n$	$2n$	$4n$	$8n$	$8n$	$8n$	$16n$	$32n$	...
G2	n	n	$2n$	$4n$	$4n$	$4n$	$8n$	$16n$	$16n$	$16n$	...

70. Igualtat

Cada generació està formada per dos grups: G1 (integrat per n individus idèntics) i G2 (constituït per m individus idèntics). Hom viu dos períodes. La funció d'utilitat de cada jove de G1 és $u = c^\beta \cdot c'$ i la de cada jove de G2 és $u = c \cdot c'^\beta$, on $\beta > 0$. Cada individu de G2 té, com a dotació, zero unitats del bé de jove i una unitat del bé de gran. Cada individu de G1 té, com a dotació, una unitat del bé de jove i zero unitats del bé de gran.

- (i) Determina l'equilibri general i l'efecte sobre la utilitat d'un membre de G1 d'un augment d' n .
- (ii) Calcula la quantitat τ del bé que cada jove de G1 ha de rebre o pagar de manera que, quan l'import $n \cdot \tau$ es distribueix igualitàriament entre els joves de G2, la utilitat de tots els joves de tots dos grups és la mateixa en l'equilibri general.

71. Separación

En cada período hay dos grupos, G1 y G2, el primero con 200 y el segundo con 100 miembros. Todos los individuos viven dos períodos. La función de utilidad de todo joven de G1 es $u = c^\beta \cdot c'$; la de todo joven en G2, $u = c \cdot (c')^\beta$. La dotación de cada miembro de G1 es $(w, 0)$; la de cada uno de G2 es $(0, 2w)$.

- (i) Calcula el equilibrio general competitivo.
- (ii) Si 50 miembros de G1 desean segregarse de la economía, ¿qué número mínimo de miembros de G2 se les deben unir para que esos 50 de G1 tengan más utilidad en el nuevo equilibrio?

72. Dos períodos con ciclos de dotaciones

Cada período hay dos grupos, G1 y G2. G1 tiene siempre n miembros. El tamaño de G2 varía con cada período según el patrón $n, 2 \cdot n, n/2, n, 2 \cdot n, n/2, \dots$. Todos los individuos viven dos períodos. Los miembros jóvenes de G1 tienen la función de utilidad $u = c \cdot (c')^\beta$; los de G2, $u = c \cdot c'$. La dotación de los miembros de G1 es $(2, 1)$. La dotación de los miembros de G2 es $(1, 0)$ cuando G2 tiene n miembros; $(0, 1)$ cuando tiene $2 \cdot n$; y $(1, 1)$ cuando tiene $n/2$. Calcula el equilibrio general competitivo de la economía.

73. Dos períodos con ciclos demográficos y de dotaciones

Cada período hay dos grupos, G1 y G2. En todo período par G1 tiene n miembros y G2 tiene $2 \cdot n$ miembros. En todo período impar los tamaños se invierten. Todos los individuos viven dos períodos. Los miembros jóvenes de G1 tienen la función de utilidad $u = c \cdot (c')^\beta$; los de G2, $u = c \cdot c'$. En un período par los miembros de G1 tienen la dotación $(0, 2)$; en uno impar, $(1, 0)$. En un período par los miembros de G2 tienen la dotación $(1, 0)$; en uno impar, $(0, 2)$. Calcula el equilibrio general competitivo de la economía.

74. Cicles

Només hi ha un bé, que no pot acumular-se en els períodes senars però sí en els períodes parells. No hi ha producció però el bé disponible en els períodes parells pot acumular-se indefinidament.

Els individus viuen dos períodes. En els períodes senars, cada generació jove està formada per dos grups, G1 i G2. Cada grup està constituït per n individus idèntics. En els períodes parells hi ha un únic grup G d'individus, integrat per n membres.

Cada individu de G2 té, com a dotació, zero unitats del bé de jove i una unitat del bé de gran. Cada individu de G1 i de G té, com a dotació, una unitat del bé de jove i zero unitats del bé de gran. La funció d'utilitat de cada individu jove en el moment t és $u = c \cdot c'$. La funció d'utilitat de cada individu gran coincideix amb el consum que fa de gran.

Cada unitat acumulada per un individu jove en un període parell es transforma en $1 + d$ unitats en el següent període. Del total $1 + d$, quan l'individu és gran, només pot consumir una unitat. Les altres d unitats es reparteixen igualitàriament entre els individus joves del període senar.

Calcula l'equilibri general en cada període si els joves dels períodes senars mai no acumulen el capital que reben dels joves dels períodes parells.

75. Comerç internacional

Hi ha dues economies, E1 i E2. Hi ha dos béns, C i D . En cada economia i cada període hi ha el mateix nombre n d'individus idèntics, que viuen un període. Cada individu disposa d'una unitat de treball, que pot destinar a produir qualssevol dels dos béns. En E1: (i) la quantitat l de treball pot produir $\alpha \cdot l$ unitats del bé C , on $\alpha > 1$; i (ii) la quantitat l de treball pot produir l unitats del bé D . En E2: (i) la quantitat l de treball pot produir $\alpha \cdot l$ unitats del bé D (el paràmetre α és el mateix que el d'E1); i (ii) la quantitat l de treball pot produir l unitats del bé C . L'economia E1 pot exportar bé C a l'economia E2 a canvi de bé D (per tant, E2 pot exportar D a canvi de C). La relació d'intercanvi és d' u a u : una unitat de C s'intercanvia sempre per una unitat de D .

La funció d'utilitat de cada membre d'E1 és $u_{1t} = c_{1t} \cdot (d_{1t} + \tilde{d}_t)^2$, on c_{1t} és el consum que l'individu fa del bé C (per força, produït a E1), d_{1t} és el consum que ell mateix fa del bé D produït a E1 i $\tilde{d}_t$ és el consum que l'individu fa del bé D importat d'E2. La funció d'utilitat de cada membre d'E2 és $u_{2t} = (c_{2t} + \tilde{c}_t)^2 \cdot d_{2t}$, on d_{2t} és el consum que l'individu fa del bé D (per força, produït a E2), c_{2t} és el consum que ell mateix fa del bé C produït a E2 i $\tilde{c}_t$ és el consum que l'individu fa del bé C importat d'E1.

- (i) Calcula l'equilibri general de cada economia si les economies són autàrquiques.
- (ii) Calcula l'equilibri general de cada economia si hi ha comerç internacional i avalua en quina economia els individus guanyen proporcionalment més en el trànsit d'una economia tancada a una d'oberta.

76. Altruïsme

Hi ha un únic bé que es pot acumular d'un període al següent. No hi ha producció. Cada període neixen n individus idèntics que viuen dos períodes. Els individus de cada període es numeren de l'1 a l' n , de manera que l'individu amb número i que neix en el període t és el pare de l'individu amb número i que neix en el període $t + 1$ (i aquest segon és el fill del primer).

La funció d'utilitat de l'individu i que neix en el període t és $u_t = c_t \cdot c_{t+1} \cdot (\tilde{c}_{t+1})^2$, on $\tilde{c}_{t+1}$ representa el consum del fill d' i . Cada individu que neix en el període t té una dotació de w unitats del bé, que pot dedicar a consumir-les o acumular-les per al següent període. La quantitat del bé acumulada en t té dos usos en $t + 1$: una part la consumeix el propi individu i l'altra la transfereix al seu fill. La funció d'utilitat en el període $t + 1$ de tot individu que ha nascut en t és $u_{t+1} = (c_{t+1})^2 \cdot \tilde{c}_{t+1}$. Tot individu viu en el període t no nascut en aquest període no té dotació de bé.

Assumint que cada individu pren decisions amb l'objectiu de maximitzar la seva funció d'utilitat, determina quina quantitat de bé rep cada fill del seu pare.

77. Ménage à deux, trois et quatre

Cada període t , començant per $t = 1$, neixen n persones. Les nascudes en el període $t \in \{1, 4, 7, 10, \dots\}$ viuen quatre períodes; les nascudes en $t \in \{2, 5, 8, 11, \dots\}$ viuen tres períodes; i les nascudes en $t \in \{3, 6, 9, 12, \dots\}$ viuen dos períodes.

La funció d'utilitat d'una persona en un període de vida diferent de l'últim és $u = c \cdot c'$, on c és el consum del bé en el període corrent i c' el consum en el període següent.

La dotació de bé de qui viu dos períodes és $(0, 1)$; la de qui en viu tres, $(1, 0, 1)$; i la de qui en viu quatre, $(1, 0, 1, 0)$. Calcula l'equilibri general competitiu.

78. Mieux que ça

Igual que §77 amb la diferència que els que viuen dos períodes neixen en $t \in \{2, 5, 8, 11, \dots\}$ i els que en viuen tres neixen en $t \in \{3, 6, 9, 12, \dots\}$.

79. Un peu plus de ménage à deux, trois et quatre

Cada període t , començant per $t = 1$, neixen n persones. Les nascudes en el període $t \in \{1, 5, 9, 13, \dots\}$ viuen quatre períodes; les nascudes en $t \in \{2, 6, 10, 14, \dots\}$ en viuen tres; les nascudes en $t \in \{3, 7, 11, 15, \dots\}$ en viuen dos; i les nascudes en $t \in \{4, 8, 12, 16, \dots\}$ en viuen tres.

La funció d'utilitat en un període de vida diferent de l'últim és $u = c \cdot c'$, on c és el consum del bé de l'individu en el període corrent i c' el consum en el període següent.

La dotació de bé de qui viu dos períodes és $(0, 1)$; la de qui en viu tres, $(1, 0, 1)$; i la de qui en viu quatre, $(1, 0, 1, 0)$. Calcula l'equilibri general competitiu.

80. Ménage à trois et quatre

Cada període t , començant per $t = 1$, neixen n persones. Les nascudes en el període $t \in \{1, 4, 7, 10, \dots\}$ viuen quatre períodes; les nascudes la resta de períodes en viuen tres. La funció d'utilitat en un període de vida diferent de l'últim és $u = c \cdot c'$, on c és el consum del bé en el període corrent i c' el consum en el període següent. La dotació de bé de qui viu tres períodes és $(1, 0, 1)$; la de qui en viu quatre, $(1, 0, 1, 0)$. Calcula l'equilibri general competitiu.

81. Ménage à quatre

Cada període t , començant per $t = 1$, neixen n persones. Cada persona viu quatre períodes. La funció d'utilitat en un període de vida diferent de l'últim és $u = c \cdot c'$, on c és el consum del bé en el període corrent i c' el consum en el període següent. La dotació de bé de cada persona és $(1, 0, 0, 1)$. Calcula l'equilibri general competitiu.

82. Fons comú

Cada període neixen dos grups de persones, $G1$ i $G2$, cadascú amb n membres. Hom viu dos períodes. La funció d'utilitat de tot jove de $G1$ és $u = c \cdot h^2$, on c és el consum del bé del jove en el període corrent i h és la quantitat de bé que el jove decideix aportar a un fons comú. El bé acumulat en aquest fons es distribueix igualitàriament entre els grans de $G1$ del període. La funció d'utilitat de tot gran de $G1$ coincideix amb el consum del bé fet de gran.

La funció d'utilitat de tot jove de $G2$ és $u = c \cdot c'$, on c és el consum del bé del jove en el període corrent i c' que fa de gran. La funció d'utilitat de tot gran de $G2$ és $u' = (c')^2 \cdot h'$, on c' és el consum del bé del gran en el període corrent i h' és la quantitat de bé que el gran aporta a un fons que es distribueix igualitàriament entre els joves de $G2$ del període.

La dotació de cada membre de $G1$ és $(1, 0)$: una unitat de jove i cap de gran. La dotació de cada membre de $G2$ és $(0, 1)$: una unitat de gran i cap de jove. Calcula l'equilibri general competitiu.

83. Més fons comú

Igual que §83 amb la diferència que el fons dels joves es distribueix igualitàriament entre els grans de l'altre grup i el fons dels grans es distribueix igualitàriament entre els joves de l'altre grup.

84. I més fons comú

Igual que §12 amb la diferència que el fons al qual contribueixen joves i grans és únic, i tot el bé del fons es distribueix igualitàriament entre tots els individus del període.

85. Un immortal entre mortals

Cada període neixen n persones, cadascuna de les quals viu dos períodes. En el període inicial també neix una persona que viu per sempre.

La funció d'utilitat en un període de vida diferent de l'últim és $u = c \cdot c'$, on c és el consum del bé de l'individu en el període corrent i c' el consum en el període següent. La dotació de bé de l'immortal és $(1, 0, 0, 0, \dots)$; la de la resta de persones, $(0, 1)$. Calcula l'equilibri general competitiu.

86. Més de l'immortal

Igual que §85 amb la diferència que la funció d'utilitat de l'immortal cada període t és $u = c \cdot w'$, on c és el consum de l'immortal en t i w' és la quantitat de bé que l'immortal aconsegueix en el període següent.

87. Un amb govern

Cada període neixen dos grups de persones, $G1$ i $G2$, cadascú amb n membres. Hom viu dos períodes. La funció d'utilitat de tot jove és $u = c \cdot c'$, on c és el consum del bé del jove en el període corrent i c' és el consum del bé del període següent. La funció d'utilitat de tot gran coincideix amb el consum del bé fet de gran. La dotació de cada membre de $G1$ és $(1, 0)$: una unitat de jove i cap de gran. La dotació de cada membre de $G2$ és $(0, 0)$.

Hi ha un govern que, cada període, assigna la quantitat τ de bé a cada persona que no té dotació de bé en el període. El govern finança l'assignació amb l'emissió de bons: a canvi de pagar la quantitat p de bé el bo promet pagar una unitat de bé en el període següent. El govern equilibra ingressos i despeses cada període.

Determina la dinàmica d'acumulació o desacumulació del deute públic i els estats estacionaris d'aquesta dinàmica.

88. Govern dotat

Igual que §87 amb la diferència el govern té una dotació d'una unitat del bé cada període.

89. Govern i pensions

Cada període neixen n persones. Cada persona viu tres períodes. La funció d'utilitat en un període de vida diferent de l'últim és $u = c \cdot c'$, on c és el consum del bé en el període corrent i c' el consum en el període següent. La dotació de bé de cada persona és $(1, 0, 0)$.

Hi ha un govern que, cada període, paga la pensió π a cada individu en el tercer període de vida. El govern finança la pensió amb l'emissió de bons: a canvi de pagar la quantitat p de bé el bo promet pagar una unitat de bé en el període següent. El govern paga el deute amb un impost τ que paga cada jove del període. Calcula l'equilibri general competitiu.

90. Creació d'un govern sense mercat de préstecs

Cada període neixen dos grups de persones, $G1$ i $G2$, cadascú amb n membres. Hom viu dos períodes.

La funció d'utilitat de tot jove de $G1$ és $u = \ln c + \alpha \cdot \ln c'$, on c és el consum de jove, c' el consum de gran i $\alpha > 0$ és una constant. La funció d'utilitat de tot jove de $G2$ és $u = \alpha \cdot \ln c + \ln c'$. La dotació de cada membre de $G1$ és $(1, 0)$: una unitat de jove i cap de gran. La dotació de cada membre de $G2$ és $(2, 2)$. No hi ha mercat de préstecs privats.

En el període inicial es crea un govern. El cost G de crear-lo es finança amb l'emissió de bons: cal pagar una unitat de bé per cada unitat de bo i, en el període següent, cada unitat de bo paga v unitats de bé. El deute que genera l'emissió de bons es paga amb l'emissió de més bons. Cada període el govern equilibra el seu pressupost.

Calcula el valor v de cada període i si hi ha algun estat estacionari d'aquest valor.

91. Pobresa i govern

Cada període neixen n persones, que viuen dos períodes. La funció d'utilitat de tot jove és $u = c \cdot c'$, on c és el consum del bé del jove en el període corrent i c' és el consum del bé del període següent. Ningú no té dotació del bé, ni de joves ni de grans. Hi ha un govern que, cada període, té una dotació d'una unitat de bé.

Cada període el govern assigna la quantitat τ de bé a cada individu jove del període. El govern emet bons cada període: a canvi de pagar la quantitat p de bé el bo promet pagar una unitat de bé en el període següent. El govern equilibra ingressos i despeses cada període.

Determina la dinàmica d'acumulació o desacumulació del deute públic i els estats estacionaris d'aquesta dinàmica.

92. Tres períodes amb herències

Cada període neixen n persones, cadascuna de les quals viu tres períodes: jove, adult i gran. A partir del tercer període s'interpreta que cada gran té un fill, de manera que els n joves nascuts en el període són fills dels grans del mateix període.

Tota persona gran té la funció d'utilitat $u = c \cdot h$, on c és el consum corrent del bé del gran i h és la quantitat de bé que el gran llega al seu fill. La funció d'utilitat d'una persona en un període de vida diferent de l'últim és $u = c \cdot c'$, on c és el consum del bé en el període corrent i c' el consum en el període següent. La dotació de bé de cada persona és $(0, 0, 1)$: només una unitat del bé de gran. Calcula l'equilibri general competitiu.

93. Dotacions endògenes

Cada període neixen dos grups de persones, $G1$ i $G2$, cadascú amb n membres. Hom viu dos períodes. La funció d'utilitat de tot jove de $G1$ és $u = c \cdot (c')^2$ i la funció d'utilitat de tot jove de $G2$ és $u = c^2 \cdot c'$, on c és el consum del bé de jove i c' el consum de gran.

Tot jove té dues unitats del bé com a dotació. La dotació de cada gran és el doble de la part de la dotació de jove que ni es va consumir ni es va prestar. Calcula l'equilibri general competitiu.

94. Iguals davant la utilitat

Cada període neixen dos grups de persones, $G1$ i $G2$, cadascú amb n membres. Hom viu dos períodes. La funció d'utilitat de tot jove de $G1$ és $u = c \cdot c'$ i la funció d'utilitat de tot jove de $G2$ és $u = c \cdot c'$, on c és el consum del bé de jove i c' el consum de gran. La dotació de cada membre de $G1$ és $(1, 0)$: una unitat de jove i cap de gran. La dotació de cada membre de $G2$ és $(0, 1)$: una unitat de gran i cap de jove. Hi ha un govern que emet bons per a finançar les despeses. Cada bo paga una unitat de bé el període següent a canvi de pagar pel bo p unitats del bé en el període corrent.

- (i) Calcula les transferències que ha de fer un govern cada període per a què, cada període, tots els joves tinguin la mateixa utilitat i tots els grans tinguin també la mateixa utilitat.
- (ii) Determina els estats estacionaris de la trajectòria d'acumulació de deute públic.