

Quan el cobrament de deutes és costós

1. Descripció de l'economia

- Hi ha un únic bé que no es pot produir ni acumular.
- Cada període neixen dos grups d'individus, G1 i G2, cadascú amb n membres.
- Hom viu dos períodes consecutius.
- Tot consumidor jove té la funció d'utilitat $u = c \cdot c'$, on és c el consum del bé de jove i c' el consum de gran. Tot consumidor gran té la funció d'utilitat $u' = c'$.
- La dotació de cada membre de G1 és (1, 0): una unitat de jove i cap de gran. La dotació de cada membre de G2 és (2, 2): dues unitats de jove i dues de gran.
- Tot prestador decideix la quantitat e de bé dedicada al garantiment del cobrament del deute: si s'ha de cobrar la quantitat D i s'invertir la quantitat e , aleshores s'aconsegueix cobrar $e \cdot D$.

2. Decisions

- **Decisions dels prestadors.** El problema de tot prestador és

$$\begin{array}{ll} \text{maximitzar} & u_1 = c_1 \cdot c'_1 \\ \text{sotmès a} & c_1 + l_1 + e_1 = 1 \\ & c'_1 = e_1 \cdot R \cdot l_1 \end{array}$$

on e_1 és la part de la dotació destinada (l'esforç aplicat) a garantir el retorn del préstec.

Introduïdes les dues restriccions en la funció objectiu, es tracta de

$$\text{maximitzar} \quad u_1 = (1 - l_1 - e_1) \cdot e_1 \cdot R \cdot l_1.$$

Maximitzar respecte d' l_1 requereix

$$0 = \frac{du_1}{dl_1} = e_1 \cdot R \cdot (1 - 2 \cdot l_1 - e_1).$$

Això és,

$$l_1 = \frac{1 - e_1}{2}.$$

Maximitzar respecte d' e_1 requereix

$$0 = \frac{du_1}{de_1} = R \cdot l_1 \cdot (1 - l_1 - 2 \cdot e_1).$$

Per consegüent,

$$e_1 = \frac{1 - l_1}{2}.$$

Combinant $l_1 = \frac{1-e_1}{2}$ i $e_1 = \frac{1-l_1}{2}$ condueix a

$$l_1 = e_1 = \frac{1}{3}. \quad (1)$$

Per la restricció $c_1 + l_1 + e_1 = 1$ de jove

$$c_1 = \frac{1}{3}.$$

Per la restricció $c'_1 = e_1 \cdot R \cdot l_1$ de gran

$$c'_1 = \frac{R}{9}.$$

• **Decisions dels prestataris.** Es dedueix del fet que els prestadors hagin de fer una inversió en obtenir el retorn del préstec que la part del préstec que retornen els prestataris depèn de la inversió que facin els prestadors. L'enunciat no especifica quina part del préstec efectivament retornen els prestataris. Per la simetria de la situació (n prestadors idèntics s'enfronten a n prestataris idèntics) és raonable assumir que l'esforç e (que implícitament queda afegit pels valors 0 i 1) aplicat per cada prestatari comporta que cada prestatari retorni només la fracció e del deute. En concret, cada prestatari vol

$$\begin{array}{ll} \text{maximitzar} & u_2 = c_2 \cdot c'_2 \\ \text{sotmès a} & c_2 + l_2 = 2 \\ & c'_2 = 2 + e_1 \cdot R \cdot l_2 \end{array}$$

on e_1 és la magnitud determinada per cada prestador. Tal com s'ha calculat prèviament, $e_1 = 1/3$.

La solució:

$$l_2 = 1 - \frac{3}{R}. \quad (2)$$

3. Equilibri

• **Equilibri en el mercat de préstecs.** Emprant (1), (2) i la condició d'equilibri $n \cdot l_1 + n \cdot l_2 = 0$ s'obté (per a cada període diferent del primer)

$$R = \frac{9}{4}.$$

El consum resultant per a cada persona és

$$c_1 = \frac{1}{3}$$

$$c'_1 = \frac{1}{4}$$

$$c_2 = \frac{7}{3}$$

$$c'_2 = \frac{7}{4}.$$

Quan no calia fer cap esforç per a cobrar el deute (la solució convencional d'equilibri)

$$c_1^* = \frac{1}{2} > c_1$$

$$c_1'^* = \frac{1}{3} > c'_1$$

$$c_2^* = \frac{5}{2} > c_2$$

$$c_2'^* = \frac{5}{3} < c'_2.$$

En termes d'utilitat,

$$u_1 = \frac{1}{12} < u_1^* = \frac{1}{6}$$

$$u'_1 = \frac{1}{4} < u_1'^* = \frac{1}{3}$$

$$u_2 = \frac{49}{12} = 4 + \frac{1}{12} < u_2^* = \frac{25}{6} = 4 + \frac{1}{6}$$

$$u'_2 = \frac{7}{4} = 1 + \frac{3}{4} > u_2'^* = \frac{5}{3} = 1 + \frac{2}{3}.$$

En suma: si els prestataris són deshonestos (paguen en funció de l'esforç dels prestadors per a cobrar el deute), hom surt perdent excepte els prestataris quan són grans.

• **Exercici 1.** I si els prestataris fossin realment honestos (paguen tots el seu deute sense que calgui esforç dels prestadors) però els prestadors creuen que no ho són i fan un esforç per a garantir el retorn del préstec?

• **Exercici 2.** I si els prestataris fossin deshonestos però els prestadors ignoressin que ho són?