

Impost sobre prestadors

1. Descripció de l'economia

- Hi ha un únic bé que no es pot produir ni acumular.
- Cada període neixen dos grups d'individus, G1 i G2, cadascú amb n membres.
- Hom viu dos períodes consecutius.
- Tot consumidor jove té la funció d'utilitat $u = c \cdot c'$, on és c el consum del bé de jove i c' el consum de gran. Tot consumidor gran té la funció d'utilitat $u' = c'$.
- La dotació de cada membre de G1 és (1, 0): una unitat de jove i cap de gran. La dotació de cada membre de G2 és (2, 2): dues unitats de jove i dues de gran.
- Tot prestador jove paga, per cada unitat de bé prestada, la taxa τ . La recaptació de l'impost es reparteix igualitàriament entre els prestataris joves.

2. Decisions

- **Decisions dels prestadors.** El problema de tot prestador és

$$\begin{array}{ll} \text{maximitzar} & u_1 = c_1 \cdot c'_1 \\ \text{sotmès a} & c_1 + l_1 + \tau \cdot l_1 = 1 \\ & c'_1 = R \cdot l_1 \end{array}$$

on τ és la taxa impositiva que recau sobre cada unitat de bé prestada.

Introduïdes les dues restriccions en la funció objectiu, es tracta de

$$\text{maximitzar} \quad u_1 = (1 - (1 + \tau) \cdot l_1) \cdot R \cdot l_1.$$

Maximitzar respecte d' l_1 requereix

$$0 = \frac{du_1}{dl_1} = R \cdot (1 - 2 \cdot (1 + \tau) \cdot l_1).$$

Això és,

$$l_1 = \frac{1}{2 \cdot (1 + \tau)}.$$

(1)

- **Decisions dels prestataris.** Cada prestatari vol

$$\begin{array}{ll} \text{maximitzar} & u_2 = c_2 \cdot c'_2 \\ \text{sotmès a} & c_2 + l_2 = 2 + \tau \cdot l_1 \\ & c'_2 = 2 + R \cdot l_2 \end{array}$$

on la quantitat rebuda $\tau \cdot l_1$ és el resultat de dividir la recaptació $n \cdot \tau \cdot l_1$ entre els n prestataris.

Introduïdes les dues restriccions en la funció objectiu, es tracta de

$$\text{maximitzar } u_2 = (2 + \tau \cdot l_1 - l_2) \cdot (2 + R \cdot l_2).$$

Maximitzar respecte d' l_2 requereix

$$0 = \frac{du_2}{dl_2} = R \cdot (2 + \tau \cdot l_1) - 2 - 2 \cdot R \cdot l_2.$$

El resultat:

$$l_2 = 1 + \frac{\tau \cdot l_1}{2} - \frac{1}{R}.$$

Fent servir (1),

$$l_2 = 1 + \frac{\tau}{4(1+\tau)} - \frac{1}{R}. \quad (2)$$

3. Equilibri

• **Equilibri en el mercat de préstecs.** Emprant (1), (2) i la condició d'equilibri $n \cdot l_1 + n \cdot l_2 = 0$ s'obté (per a cada període diferent del primer)

$$\frac{1}{2 \cdot (1 + \tau)} + 1 + \frac{\tau}{4(1 + \tau)} = \frac{1}{R}$$

o

$$R = \frac{4 + 4 \cdot \tau}{6 + 5 \cdot \tau}.$$

El resultat del model bàsic ($R = 2/3$) es correspon amb $\tau = 0$.

Atès que

$$\frac{dR}{d\tau} = \frac{4 \cdot (6 + 5 \cdot \tau) - 5 \cdot (4 + 4 \cdot \tau)}{(6 + 5 \cdot \tau)^2} = \frac{4}{(6 + 5 \cdot \tau)^2} > 0.$$

es conclou que la taxa d'interès creix amb la taxa impositiva. Aparentment podria semblar que una mesura adreçada a beneficiar els prestataris els perjudica (per l'augment de la taxa d'interès).

Com que l'objectiu dels prestataris es concreta en la maximització de la seva funció d'utilitat, el judici sobre l'eficàcia d'introduir un impost sobre prestadors (la recaptació del qual es reparteix entre els prestataris) s'ha de fonamentar en l'impacte que la mesura causa en la utilitat.

El consum resultant per a cada persona és

$$c_1 = 1 - (1 + \tau) \cdot l_1 = 1 - \frac{(1 + \tau)}{2 \cdot (1 + \tau)} = \frac{1}{2}$$

$$c'_1 = R \cdot l_1 = \frac{4 \cdot (1 + \tau)}{6 + 5 \cdot \tau} \cdot \frac{1}{2 \cdot (1 + \tau)} = \frac{2}{6 + 5 \cdot \tau} < \frac{1}{3}$$

$$c_2 = 2 + \tau \cdot l_1 - l_2 = 2 + \tau \cdot l_1 + l_1 = 2 + \frac{(1 + \tau)}{2 \cdot (1 + \tau)} = \frac{5}{2}$$

$$c'_2 = 2 + R \cdot l_2 = 2 - R \cdot l_1 = 2 - \frac{2}{6 + 5 \cdot \tau} = \frac{10 \cdot (1 + \tau)}{6 + 5 \cdot \tau} > \frac{5}{3}$$

Quan no hi havia impost (la solució del model bàsic)

$$c_1^* = \frac{1}{2} = c_1$$

$$c_1'^* = \frac{1}{3} > c'_1$$

$$c_2^* = \frac{5}{2} = c_2$$

$$c_2'^* = \frac{5}{3} < c'_2.$$

En termes d'utilitat,

$$u_1 = \frac{1}{6 + 5 \cdot \tau} < u_1^* = \frac{1}{6}$$

$$u'_1 = \frac{2}{6 + 5 \cdot \tau} < u_1'^* = \frac{1}{3}$$

$$u_2 = \frac{5}{2} \cdot \frac{10 \cdot (1 + \tau)}{6 + 5 \cdot \tau} = \frac{25 \cdot (1 + \tau)}{6 + 5 \cdot \tau} > u_2^* = \frac{25}{6}$$

$$u'_2 = \frac{10 \cdot (1 + \tau)}{6 + 5 \cdot \tau} > u_2'^* = \frac{5}{3}.$$

En suma: una taxa sobre prestadors distribuïda entre prestataris redueix el benestar de prestadors (de joves i de grans) i n'incrementa el de prestataris (tant de joves com de grans). La mesura afecta els grans tot i que impost i transferència involucren només els joves.

- **Exercici 1.** I si la recaptació es repartís igualitàriament entre totes les persones grans?
- **Exercici 2.** I si la recaptació de l'impost comportés una pèrdua d' x unitats en el pagament que fa cada prestador?