

12bis. Els joves hereten els deutes dels grans

1. Descripció de l'economia

- Hi ha un únic bé que no es pot produir ni acumular.
- Cada període neixen dos grups de persones, G1 i G2, cadascú amb n membres.
- Hom viu dos períodes consecutius.
- Tota persona jove té la funció d'utilitat $u = c \cdot c'$, on és c el consum del bé de jove i c' el consum de gran. Tota persona gran té la funció d'utilitat $u' = c'$.
- La dotació de cada membre de G1 és $(1, 0)$: una unitat de jove i cap de gran. La dotació de cada membre de G2 és $(2, 2)$: dues unitats de jove i dues de gran.
- En cada grup, hi ha un emparellament exclusiu entre algú del grup jove en t i algú del mateix grup gran en $t - 1$ (interpretació: el jove de t és l'únic fill del gran de $t - 1$).
- Les persones grans tenen dret a obtenir préstecs en el mercat de préstecs.
- El responsable de retornar el préstec d'una persona gran és la persona jove amb qui està emparellat.

2. Decisions

- **Decisions dels joves de G1.** Tot jove del grup G1 s'enfronta al problema de

$$\begin{array}{ll} \text{maximitzar} & u_1 = c_1 c'_1 \\ \text{sotmès a} & c_1 + l_1 + d_1 = 1 \\ & c'_1 = R l_1 + d'_1 \end{array}$$

on

c_1 és el consum present (de jove),

c'_1 és el consum del període següent (de gran),

l_1 és el volum de préstecs (préstecs oferts si $l_1 > 0$ o préstecs demandats si $l_1 < 0$),

d_1 és el deute heretat del gran amb qui el jove està emparellat,

d'_1 és el deute que es traspasarà al jove amb qui de gran s'estarà emparellat, i

R és la taxa d'interès bruta (la taxa bruta és u més la taxa neta).

El problema anterior és equivalent a

$$\begin{array}{ll} \text{maximitzar} & u_1 = (1 - l_1 - d_1) \cdot (R l_1 + d'_1) \\ \text{respecte d}'l_1 & \end{array}$$

La solució és

$$2l_1 = 1 - d_1 - \frac{d'_1}{R}.$$

La Fig. 1 a continuació detalla temporalment els deutes que deixen les persones grans de G1; per consistència, el deute que traspasa un gran coincideix amb el deute que rep el jove corresponent. Per exemple, el deute d_2 d'un gran de G1 en $t = 2$ és igual al deute heretat d_2 per un jove de G1 en $t = 3$.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
jove	gran d_2								
	jove	gran d_3							
		jove d_2	gran d_4						
			jove d_3	gran d_5					
				jove d_4	gran d_6				
					jove d_5	gran d_7			
						jove d_6	gran d_8		
							jove d_7	gran d_9	
								jove d_8	gran d_9

Fig. 1. La seqüència de deutes que traspassen els grans de G1

Es desprèn de la informació de la Fig. 1 que, per a un jove del període $t \geq 3$, d'_1 (segons la notació del programa de maximització de la pàgina anterior) es determina dos períodes després que d_1 . Com a il·lustració, un jove en $t \geq 3$ ha de pagar el deute d_2 generat en $t = 2$ però traspasa, de gran, el deute d_4 que es crea en $t = 4$ (quan qui és el jove en $t = 3$ ja s'ha fet gran).

• **Decisions dels joves de G2.** Tot jove del grup G2 s'enfronta al problema de

$$\begin{aligned} &\text{maximitzar} && u_2 = c_2 c'_2 \\ &\text{sotmès a} && c_2 + l_2 + d_2 = 2 \\ &&& c'_2 = 2 + Rl_2 + d'_2 \end{aligned}$$

que equival a

$$\begin{aligned} &\text{maximitzar} && u_2 = (2 - l_2 - d_2) \cdot (2 + Rl_2 + d'_2) \\ &\text{respecte d}'l_2 \end{aligned}$$

i que té com a solució

$$2l_2 = 2 - d_2 - \frac{2 + d'_2}{R}.$$

2. Mercats

• **Equilibri en el mercat de préstecs en $t \geq 3$.** Atès que un dels valors l_1 i l_2 ha de ser positiu i l'altre negatiu, la condició d'equilibri en el mercat de préstecs en el període $t \geq 3$ és $nl_1 = -nl_2$; o, equivalentment,

$$l_1 + l_2 = 0.$$

Pels resultats anteriors,

$$\left(1 - d_1 - \frac{d'_1}{R}\right) + \left(2 - d_2 - \frac{2 + d'_2}{R}\right) = 0.$$

Aïllant-ne R_t ,

$$R_t = \frac{2 + d'_1 + d'_2}{3 - d_1 - d_2}.$$

El cas $d_1 = d'_1 = d_2 = d'_2 = \varepsilon$ es pot connectar amb l'anàlisi del document 2 on un sistema de transferències intergeneracionals (cada jove transferia la quantitat ε a una persona gran diferent del període) demostrava la Paretoineficiència de l'assignació d'equilibri del mercat de préstecs.

La diferència és que ara és que els joves saben que es produeix aquesta transferència fixa ε i que ells mateixos la paguen. El resultat anterior sobre la taxa d'interès

$$R = \frac{2 + 2\varepsilon}{3 - 2\varepsilon} > \frac{2}{3}$$

indica que estar-ne al corrent de la política redistributiva fa pujar la taxa d'interès.

Si $d_1 = d'_1 = d_2 = d'_2 = \varepsilon$,

$$4l_1 = \frac{2 - \varepsilon}{1 + \varepsilon}$$

$$4l_2 = \frac{-4 + 2\varepsilon + \varepsilon^2}{1 + \varepsilon}$$

i aplicant $l_1 + l_2 = 0$,

$$\varepsilon = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}.$$

És aquest resultat vàlid?