

13. Imposts

1. Descripció de l'economia

- Hi ha un únic bé que no es pot produir ni acumular.
- Cada període neixen dos grups de persones, G1 i G2, cadascú amb n membres.
- Hom viu dos períodes consecutius.
- Tot jove té la funció d'utilitat $u = c \cdot c'$, on és c el consum del bé de jove i c' el consum de gran. Tota persona gran té la funció d'utilitat $u' = c'$.
- La dotació de cada membre de G1 és $(1, 0)$: una unitat de jove i cap de gran. La dotació de cada membre de G2 és $(2, 2)$: dues unitats de jove i dues de gran.
- Hom accepta l'obligació de pagar impostos de jove (imposts de quantia fixa, impostos sobre les dotacions o impostos sobre el consum) a canvi de rebre transferències (una pensió) de gran. No hi ha malbaratament: tot el que es recapta entre els joves es distribueix entre els grans.

2. Opció 1: impost de quantia fixa

- **Impost de quantia fixa.** Cada jove paga una quantitat fixa τ del bé. La quantitat total recaptada entre els joves es distribueix igualitàriament entre els grans del període, de manera que cada gran rep la quantitat τ' del bé.
- **Decisió de prestar/manlleva dels membres de G1.** Tot jove del grup G1 s'enfronta al problema de

$$\begin{array}{ll} \text{maximitzar} & u_1 = c_1 \cdot c_1' \\ \text{sotmès a} & c_1 + l_1 + \tau = 1 \\ & c_1' = Rl_1 + \tau' \end{array}$$

on

c_1 és el consum present (de jove),

c_1' és el consum del període següent (de gran),

l_1 és el volum de préstecs (si $l_1 > 0$, préstecs oferts; si $l_1 < 0$, préstecs demandats),

τ és l'impost que es paga de jove,

τ' és la transferència (pensió) que es rep de gran, i

R és la taxa d'interès bruta.

Tant τ com τ' són paràmetres sobre els quals els individus consideren que no tenen cap control. Aïllant el consum en les dues restriccions i inserint el resultat en la funció objectiu, el problema es redueix a

$$\begin{array}{ll} \text{maximitzar} & u_1 = (1 - l_1 - \tau) \cdot (Rl_1 + \tau') \\ \text{respecte d}'l_1 & \end{array}$$

La solució:

$$l_1 = \frac{1 - \tau}{2} - \frac{\tau'}{2R}.$$

• **Decisió de prestar/manllevar dels membres de G2.** Tot jove del grup G2 s'enfronta al problema de

$$\begin{aligned} \text{maximitzar} \quad & u_2 = c_2 \cdot c_2' \\ \text{sotmès a} \quad & c_2 + l_2 + \tau = 2 \\ & c_2' = 2 + Rl_2 + \tau \end{aligned}$$

d'on es conclou que

$$l_2 = 1 - \frac{\tau}{2} - \frac{\tau' + 2}{2R}.$$

• **Equilibri en el mercat de préstecs.** En l'equilibri del mercat de préstecs $nl_1 = |nl_2|$. Un cop cancel·lada n ,

$$l_1 + l_2 = 0.$$

La taxa d'interès R d'equilibri satisfà

$$\left(\frac{1 - \tau}{2} - \frac{\tau'}{2R} \right) + \left(1 - \frac{\tau}{2} - \frac{\tau' + 2}{2R} \right) = 0.$$

Com a resultat,

$$R = \frac{2 + 2\tau'}{3 - 2\tau}.$$

Si $\tau = \tau' = 0$, s'obté la taxa d'interès $R = 2/3$ del cas sense impostos ni transferències. A més, la taxa d'interès depèn positivament tant de l'impost τ com de la transferència τ' . Això fa que ara la taxa d'interès sigui superior a quan $\tau = \tau' = 0$. Les dues explicacions a priori són que l'estructura fiscal fa pujar la demanda de préstecs i/o reduir-ne l'oferta. En aquest cas, sembla que l'explicació és d'oferta, atès que, respecte del cas sense impostos ni transferències:

- (i) disposar de la transferència de gran redueix la necessitat dels joves de G1 d'oferir préstecs;
- (ii) haver de pagar l'impost de jove redueix.

En l'equilibri,

$$l_1 = \frac{1}{2} - \left(\frac{\tau}{2} + \frac{\tau'(3 - 2\tau)}{4(1 + \tau')} \right) = \frac{1}{2} - \frac{2\tau + 3\tau'}{4(1 + \tau')}$$

que és una oferta de préstecs inferior a quan no hi havia impostos ni transferències ($l_1 = 1/2$).

L'anàlisi anterior resta incompleta perquè s'ha d'afegir la condició de distribució igualitària de la recaptació (que es podria interpretar com la conjunció de dos requeriments: factibilitat de les transferències i no malbaratament dels impostos). Això és, la quantitat recaptada $2n\tau$ de bé ha de coincidir amb la quantitat distribuïda $2n\tau'$. D'aquest requeriment es dedueix

$$\tau = \tau'.$$

La taxa d'interès d'equilibri resultant és

$$R = \frac{2 + 2\tau}{3 - 2\tau}.$$

Es deixa com a exercici determinar els lots de consum i la utilitat de joves i grans, i comparar els resultats amb els del cas sense impostos ni transferències.

3. Opció 2: impost proporcional sobre la dotació

• **Impost sobre la dotació.** Cada jove paga una proporció fixa $0 < \tau < 1$ de la seva dotació. La quantitat total recaptada entre els joves es distribueix igualitàriament entre els grans del període, de manera que cada gran rebi la quantitat τ' del bé. Dels joves de G1 es recaptaria $n \cdot 1 \cdot \tau$; dels joves de G2, $n \cdot 2 \cdot \tau$. En total, $3n\tau$. Amb $2n$ grans, cada gran rebria la transferència

$$\tau' = \frac{3}{2}\tau.$$

• **Decisió de prestar/manlleva dels membres de G1.** Tot jove del grup G1 s'enfronta al problema de

$$\begin{aligned} \text{maximitzar} \quad & u_1 = c_1 \cdot c_1' \\ \text{sotmès a} \quad & c_1 + l_1 + 1\tau = 1 \\ & c_1' = Rl_1 + \frac{3}{2}\tau \end{aligned}$$

on

c_1 és el consum present (de jove),

c_1' és el consum del període següent (de gran),

l_1 és el volum de préstecs (si $l_1 > 0$, préstecs oferts; si $l_1 < 0$, préstecs demandats),

τ és la taxa impositiva sobre la dotació que es paga de jove, i

R és la taxa d'interès bruta.

Aïllant el consum en les dues restriccions i inserint el resultat en la funció objectiu, el problema es redueix a

$$\begin{aligned} \text{maximitzar} \quad & u_1 = (1 - l_1 - \tau) \cdot \left(Rl_1 + \frac{3}{2}\tau\right) \\ \text{respecte d}'l_1 \end{aligned}$$

La solució:

$$l_1 = \frac{1 - \tau}{2} - \frac{3\tau}{4R}.$$

• **Decisió de prestar/manlleva dels membres de G2.** Tot jove del grup G2 s'enfronta al problema de

$$\begin{aligned} \text{maximitzar} \quad & u_2 = c_2 \cdot c_2' \\ \text{sotmès a} \quad & c_2 + l_2 + 2\tau = 2 \\ & c_2' = 2 + Rl_2 + \frac{3}{2}\tau \end{aligned}$$

d'on es conclou que

$$l_2 = 1 - \tau - \frac{1}{R} - \frac{3\tau}{4R}.$$

• **Equilibri en el mercat de préstecs.** En l'equilibri del mercat de préstecs $n \cdot l_1 = |n \cdot l_2|$. Un cop cancel·lada n ,

$$l_1 + l_2 = 0.$$

La taxa d'interès R d'equilibri satisfà

$$\left(\frac{1-\tau}{2} - \frac{3\tau}{4R}\right) + \left(1 - \tau - \frac{1}{R} - \frac{3\tau}{4R}\right) = 0.$$

Així doncs,

$$R = \frac{2 + 3\tau}{3 - 3\tau}.$$

Com a l'opció 1, la taxa d'interès depèn positivament de la taxa impositiva τ . En l'equilibri,

$$l_1 = \frac{1}{2} - \left(\frac{\tau}{2} + \frac{3\tau}{4R}\right) = \frac{1}{2} - \frac{\tau(13 - 3\tau)}{8 + 12\tau}$$

que és una oferta de préstecs inferior a quan no hi havia impostos ni transferències ($l_1 = 1/2$).

Es deixa com a exercici determinar els lsts de consum i la utilitat de joves i grans, i comparar els resultats amb els del cas sense impostos ni transferències.

4. Opció 3: impost proporcional sobre el consum

• **Impost sobre el consum.** Cada jove paga una quantitat proporció fixa $0 < \tau < 1$ del seu consum. La quantitat total recaptada entre els joves es distribueix igualitàriament entre els grans del període, de manera que cada gran rebi la quantitat τ' del bé. Dels joves de G1 es recaptaria $n \cdot c_1 \cdot \tau$; dels joves de G2, $n \cdot c_2 \cdot \tau$. En total, $n\tau(c_1 + c_2)$. Amb $2n$ grans, cada gran rebria la transferència

$$\tau' = \frac{c_1 + c_2}{2} \tau.$$

S'assumeix que els joves ignoren aquesta relació i, per tant, tracten τ' com un paràmetre.

• **Decisió de prestar/manlleva dels membres de G1.** Tot jove del grup G1 s'enfronta al problema de

$$\begin{array}{ll} \text{maximitzar} & u_1 = c_1 \cdot c_1' \\ \text{sotmès a} & c_1 + l_1 + \tau c_1 = 1 \\ & c_1' = Rl_1 + \tau' \end{array}$$

on

c_1 és el consum present (de jove),

c_1' és el consum del període següent (de gran),

l_1 és el volum de préstecs (si $l_1 > 0$, préstecs oferts; si $l_1 < 0$, préstecs demandats),

τ és la taxa impositiva sobre el consum que es paga de jove,

τ' és la transferència (pensió) que es rep de gran, i

R és la taxa d'interès bruta.

Aïllant el consum en les dues restriccions i inserint el resultat en la funció objectiu, el problema es redueix a

$$\begin{array}{ll} \text{maximitzar} & u_1 = \left(\frac{1-l_1}{1+\tau} \right) \cdot (Rl_1 + \tau') \\ \text{respecte d}'l_1 & \end{array}$$

Com que τ és un paràmetre, aquest problema és equivalent a

$$\begin{array}{ll} \text{maximitzar} & u_1 = (1 - l_1) \cdot (Rl_1 + \tau') \\ \text{respecte d}'l_1 & \end{array}$$

La solució:

$$l_1 = \frac{1}{2} - \frac{\tau'}{2R}.$$

• **Decisió de prestar/manlleva dels membres de G2.** Tot jove del grup G2 s'enfronta al problema de

$$\begin{array}{ll} \text{maximitzar} & u_2 = c_2 \cdot c_2' \\ \text{sotmès a} & c_2 + l_2 + \tau c_2 = 2 \\ & c_2' = 2 + Rl_2 + \tau' \end{array}$$

d'on es conclou que

$$l_2 = 1 - \frac{1}{R} - \frac{\tau'}{2R}.$$

• **Equilibri en el mercat de préstecs.** En l'equilibri del mercat de préstecs $n \cdot l_1 = |n \cdot l_2|$. Un cop cancel·lada n ,

$$l_1 + l_2 = 0.$$

Per consegüent, la taxa d'interès R d'equilibri satisfà

$$\left(\frac{1}{2} - \frac{\tau'}{2R} \right) + \left(1 - \frac{1}{R} - \frac{\tau'}{2R} \right) = 0.$$

D'aquí que

$$R = \frac{2(1 + \tau')}{3}.$$

Com que

$$l_1 = \frac{1}{2} - \frac{\tau'}{2R} = \frac{1}{2} - \frac{3\tau'}{4 + 4\tau'}$$

i

$$l_2 = 1 - \frac{1}{R} - \frac{\tau'}{2R} = 1 - \frac{6 + 3\tau'}{4 + 4\tau'}$$

els consums de joves són

$$c_1 = \frac{1 - l_1}{1 + \tau} = \frac{\frac{1}{2} + \frac{3\tau'}{4 + 4\tau'}}{1 + \tau} = \frac{\frac{1}{2}}{1 + \tau} + \frac{3\tau'}{(1 + \tau)(4 + 4\tau')}$$

i

$$c_2 = \frac{2 - l_2}{1 + \tau} = \frac{1 + \frac{6 + 3\tau'}{4 + 4\tau'}}{1 + \tau} = \frac{1}{1 + \tau} + \frac{6 + 3\tau'}{(1 + \tau)(4 + 4\tau')}$$

Tot sabent que

$$\tau' = (c_1 + c_2) \frac{\tau}{2}$$

es conclou que

$$\tau' = \left(\frac{\frac{1}{2}}{1 + \tau} + \frac{6 + 6\tau'}{(1 + \tau)(4 + 4\tau')} \right) \frac{\tau}{2} = \left(\frac{\frac{1}{2}}{1 + \tau} + \frac{3}{2(1 + \tau)} \right) \frac{\tau}{2} = \left(\frac{2}{1 + \tau} \right) \frac{\tau}{2} = \frac{\tau}{1 + \tau}.$$

En resum,

$$R = \frac{2}{3} (1 + \tau') = \frac{2}{3} \left(1 + \frac{\tau}{1 + \tau} \right) = \frac{2 + 4\tau}{3 + 3\tau}.$$

Atès que $\frac{dR}{d\tau} = \frac{2}{3} \frac{1}{(1 + \tau)^2} > 0$, es manté el resultat que la taxa d'interès depèn positivament dels impostos (en aquest cas, de la taxa impositiva sobre el consum).

Es deixa com a exercici determinar els lots de consum i la utilitat de joves i grans, i comparar els resultats amb els del cas sense impostos ni transferències.

5. Suggeriments

1. Analitza l'opció 3 si hom sap que la transferència depèn del propi consum.
2. Analitza cada opció si els grans paguen els impostos i els joves reben les transferències.
3. Analitza cada opció si els joves saben que han de pagar l'impost però ignoren que rebran una transferència de grans.
4. Compara la utilitat de joves i grans en cadascuna de les tres opcions i amb el cas sense estructura fiscal.