

19b. Quan el diner dona felicitat de jove i de gran

1. Descripció de l'economia

- Hi ha un únic bé que no es pot produir ni acumular.
- Cada període neixen n persones idèntiques que viuen dos períodes consecutius.
- Hom només té dotació del bé en el primer període de vida: $w > 0$ unitats del bé.
- En el període $t = 2$ els grans creen la quantitat M de diner, que hom sap que tothom accepta a canvi de bé (en el període inicial $t = 1$ no hi ha grans).
- La funció d'utilitat d'un jove és $u = c \cdot c' \cdot m$ (c és consum de jove, c' de gran i m la quantitat de diner adquirida); la d'un gran, $u' = c' \cdot m'$ (m' és la part de diner adquirit en el període anterior i que es decideix conservar a la qual s'hi afegeix, si cal, quantitat de diner adquirida de gran).

2. Decisions sobre el diner

- **Decisió sobre el diner d'una persona gran en $t \geq 2$.** La venda de diner és conseqüència de

$$\begin{array}{ll} \text{maximitzar} & u' = c' \cdot m' \\ \text{sotmès a} & c' = (m - m')p' \end{array}$$

on

- c' és el consum present, de gran,
- m' és el diner conservat,
- m és el diner adquirit en el període anterior (si $t = 2$, és el diner que s'ha creat),
- $m - m'$ és el diner que es vol vendre i
- p' és el preu present del diner (unitats de bé per unitat de diner).

Si s'insereix la restricció en la funció objectiu, el problema esdevé

$$\text{maximitzar} \quad u' = p' \cdot (m - m') \cdot m' \quad \text{respecte d}'m'.$$

Atès que caldrà tenir $p' \neq 0$, aquest problema equival a

$$\text{maximitzar} \quad u' = (m - m') \cdot m' \quad \text{respecte d}'m'$$

que té com a solució

$$m' = \frac{m}{2}.$$

Així, una persona gran ven la quantitat de diner

$$m - m' = m - \frac{m}{2} = \frac{m}{2}.$$

Això significa que tota persona gran conserva la meitat del diner que va adquirir de jove i en ven l'altra meitat.

En resum, la funció d'oferta de diner d'un gran en t és

$$m_t^s = \frac{m_{t-1}^d}{2} \quad (1)$$

on m_t^s és la quantitat oferta de diner en t i m_{t-1}^d és la quantitat demanda de diner en $t - 1$ (quan era jove).

• **Decisió sobre el diner d'una persona jove en $t \geq 2$** (en $t = 1$ no hi ha diner). La compra de diner deriva de

$$\begin{array}{ll} \text{maximitzar} & u = c \cdot c' \cdot m \\ \text{sotmès a} & c + mp = w \\ & c' = (m - m')p' \end{array}$$

on

- w és la dotació de jove,
- c és el consum present, de jove,
- c' és el consum futur, de gran,
- m és el diner adquirit en el present,
- m' és el diner conservat en el futur,
- $m - m'$ és el diner a vendre en el futur
- p és el preu present del diner (unitats de bé per unitat de diner) i
- p' és el preu futur del diner (unitats de bé per unitat de diner).

De la decisió dels grans, se sap que $m - m' = m/2$. D'aquí, la restricció de gran esdevé

$$c' = mp'/2.$$

Si s'insereix aquesta i la restricció de jove en la funció objectiu, el problema es transforma en un de

$$\text{maximitzar} \quad u = p' \cdot (w - mp) \cdot m \cdot m/2 \quad \text{respecte d}'m.$$

Atès que caldrà tenir $p'/2 \neq 0$, aquest problema equival a

$$\text{maximitzar} \quad u = (w - mp) \cdot m^2 \quad \text{respecte d}'m.$$

De la condició

$$0 = \frac{du}{dm} = 2mw - 3m^2p$$

es conclou (si $m \neq 0$) que una persona jove en t demanda la quantitat de diner

$$m = \frac{2w}{3p}.$$

Per tant, la funció demanda de diner d'un jove en t és

$$m_t^d = \frac{2w}{3p_t} \quad (2)$$

on p_t és el preu del diner en t .

3. Equilibri en el mercat de diner

• **Equilibri en el mercat de diner en $t \geq 2$.** El preu del diner iguala oferta i demanda de diner. En tot $t \geq 2$, la demanda de diner està generada pels joves en t . S'ha determinat que tot jove demanda (2). La demanda total de diner M^d en t és

$$M_t^d = \frac{2nw}{3p_t}$$

En tot $t \geq 2$, l'oferta de diner està generada pels grans en t . S'ha establert que tot gran ofereix (1). L'oferta total de diner M^s en t és

$$M_t^s = n \frac{m_{t-1}^d}{2} = \frac{M_{t-1}^d}{2} = \frac{2nw}{6p_{t-1}}$$

on p_{t-1} és el preu del diner en $t - 1$.

En equilibri en t ,

$$M_t^d = M_t^s$$

$$\frac{2nw}{3p_t} = \frac{2nw}{6p_{t-1}}$$

o

$$p_t = 2p_{t-1}.$$

Cada període es redueix l'oferta de diner. Tal com s'ha calculat, l'oferta en t és

$$M_t^s = \frac{M_{t-1}^d}{2}$$

i, per la condició d'equilibri en $t - 1$,

$$M_t^s = \frac{M_{t-1}^d}{2} = \frac{M_{t-1}^s}{2}.$$

Per consegüent, cada període hi ha la meitat de diner en venda que en el període anterior. Atès que l'oferta de diner minva cada període, no sorprèn que el seu preu pugi: oferta reduïda a la meitat i preu incrementat al doble.

Tot i que no hi ha préstecs, es pot definir una taxa d'interès implícita, perquè la compra de diner es pot interpretar com una forma de préstec amb penyora: el diner. La venda d'una unitat de diner en t comporta obtenir p_t unitats del bé. Per a obtenir aquesta rendibilitat per la compra de diner en $t - 1$ va caldre fer una despesa de p_{t-1} unitats del bé. Com a resultat, la compravenda de diner és una forma d'estalvi (o de préstec) amb rendibilitat

$$R_t = \frac{p_t}{p_{t-1}}.$$

Del fet que $p_t = 2p_{t-1}$ es dedueix que

$$R_t = \frac{2p_{t-1}}{p_{t-1}} = 2.$$

Per a tot $t \geq 2$, la rendibilitat bruta de la compravenda de diner és del 200%.

I com que l'oferta de diner tendeix cap a zero, la rendibilitat associada (i el preu del diner en béns) creix sense límit.

4. Exercicis

- **Exercici 1.** En l'anàlisi s'ha obviat la possibilitat que una persona gran vulgui acumular més diner del que va adquirir de jove. És cert que una persona gran no farà mai una demanda neta positiva de diner?
- **Exercici 2.** Torna a fer l'anàlisi anterior si una persona gran té dotació $w/2$.
- **Exercici 3.** Torna a fer l'anàlisi anterior si una persona gran té dotació $2w$.
- **Exercici 4.** Torna a fer l'anàlisi anterior si una persona gran té dotació w .