

2. Diner domèstic i diner estranger

1. Taxes de canvi

L'euro € fa de moneda domèstica. El dòlar \$ fa de moneda estrangera. La taxa de canvi e entre les dues monedes s'expressa en $\$/\epsilon$, de manera que un augment de la taxa representa una apreciació de l'euro respecte del dòlar i, simultàniament, una depreciació del dòlar respecte de l'euro. Per exemple, la taxa

$$e = 2 \text{ } \$/\epsilon$$

estableix la relació

$$2 \$ — 1\epsilon$$

entre les dues monedes: calen dos dòlars per a un obtenir un euro o un euro val dos dòlars. Si es multipliquen (o es divideixen) els dos costats de la relació per un mateix número, la relació no s'altera i, per tant, la taxa de canvi associada és la mateixa. Com a il·lustració, si tots dos costats es divideixen per dos (o es multipliquen per $\frac{1}{2}$) s'obté la relació equivalent

$$1 \$ — \frac{1}{2}\epsilon.$$

La primera relació establí que dos dòlars valien un euro; la segona que un dòlar val mig euro, que és dir essencialment el mateix. La segona relació pot expressar-se com

$$e' = \frac{1}{2} \text{ } \epsilon/\$$$

que és exactament la mateixa taxa que $e = 2 \text{ } \$/\epsilon$.

De tot plegat es dedueix que invertir al mateix temps el número d'una taxa de canvi (2 en aquest exemple) i les seves unitats ($\$/\epsilon$) —i així transformar $e = 2 \text{ } \$/\epsilon$ en $e' = \frac{1}{2} \text{ } \epsilon/\$$ — no modifica la relació entre les dues monedes que expressa la taxa. En conseqüència, $e = 2 \text{ } \$/\epsilon$ i $e' = \frac{1}{2} \text{ } \epsilon/\$$ són la mateixa taxa.

Si $e_1 = 2 \text{ } \$/\epsilon$ puja a $e_2 = 3 \text{ } \$/\epsilon$, aleshores la relació de canvi entre les monedes passa de

$$2 \$ — 1\epsilon$$

a

$$3 \$ — 1\epsilon.$$

Com a resultat, un euro pot comprar més dòlars (abans dos; ara, tres), de manera que l'euro s'aprecia respecte del dòlar. Simultàniament, cal pagar més dòlars per a aconseguir un euro (abans, dos; ara, tres), de manera que el dòlar es deprecia respecte de l'euro.

Considerant només els valors $e_1 = 2 \text{ } \$/\epsilon$ i $e_2 = 3 \text{ } \$/\epsilon$ es pot dir que l'euro 'està barat' quan la taxa és e_1 (amb e_1 calen menys dòlars que amb e_2 per a comprar un euro) i, simètricament, l'euro 'està car' quan la taxa és e_2 .

2. Arbitratge espacial

L'arbitratge consisteix a

- comprar o vendre béns (o actius),
- quan hi ha diferències en els preus dels béns (o dels actius),
- amb el propòsit d'obtenir un guany.

L'especulació es defineix de la mateixa manera. El que separa totes dues activitats és que en l'arbitratge el resultat de les compravendes és conegut d'entrada (el guany és segur), mentre que en l'especulació el resultat és incert (el guany pretès pot finalment concretar-se en una pèrdua).

Per exemple, si existissin dos mercats de divises amb taxes $e_1 = 2 \$/\text{€}$ i $e_2 = 3 \$/\text{€}$ es podria dur a terme arbitratge.

Raons geogràfiques justificarien l'existència de dos mercats per a les mateixes monedes: un mercat s'organitzaria als EUA (a Washington, per exemple, on hi ha la seu de la Reserva Federal dels EUA) i un altre a l'eurozona (a Frankfurt, on hi ha la seu del Banc Central Europeu). Suposem que $e_1 = 2 \$/\text{€}$ és la taxa en el mercat americà i $e_2 = 3 \$/\text{€}$ és la taxa en el mercat europeu.

L'estratègia per a obtenir un guany d'una compravenda és ben simple: comprar barat i vendre car. En el cas de l'euro, estaria barat en el mercat americà: allà comprar un euro només requereix desembutxacar dos dòlars, quan comprar-lo en el mercat europeu exigeix desembutxacar-ne tres.

Considerant negligibles els costos de transacció, un arbitratgista americà aconseguiria un benefici segur comprant euros en el mercat americà i venent-los en el mercat europeu. Per cada dòlar de què disposa l'arbitratgista americà, en el mercat americà en pot obtenir mig euro, aquest es pot canviar en el mercat europeu per $3/2$ dòlars i, així, obtenir un benefici de mig dòlar per dòlar esmerçat; vegeu la Fig. 1.

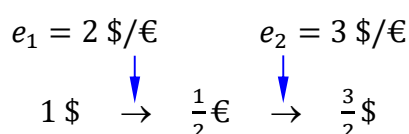


Fig. 1. Arbitratge d'un americà (guany segur del 50%)

Segons el model competitiu del mercat de divises, la compra d'euros pels arbitratgistes americans en el mercat americà apujaria el valor de l'euro allà: e_1 tendiria a augmentar. I la venda que en fan al mercat europeu provocaria la davallada del valor de l'euro: e_2 tendiria a disminuir. Mentre els dos valors siguin diferents, l'estratègia de comprar euros als EUA i vendre'ls a l'eurozona produirà un benefici. Però les operacions que els propis arbitratgistes fan en els dos mercats tendeixen a apropar les taxes, eventualment produint la seva igualtat (en algun valor entre $2 \$/\text{€}$ i $3 \$/\text{€}$).

L'arbitratge espacial (l'arbitratge que involucra mercats separats geogràficament) ha produït un resultat local o microeconòmic (beneficis dels arbitratgistes) però també un de global o macroeconòmic: els dos mercats tenen la mateixa taxa de canvi.

De l'anterior es pot deduir que l'arbitratge espacial és una força que integra mercats segmentats geogràficament: gràcies a l'arbitratge es pot interpretar que no hi ha dos mercats de divises sinó només un, atès que qualsevol discrepància en el valor de la taxa seria corregit per la intervenció de l'arbitratge.

La correcció serà encara més ràpida per la participació dels arbitratgistes europeus, que també podrien aconseguir un benefici segur comprant-ne barat i venent-ne car. L'estratègia dels arbitratgistes americans no sembla apropiada per als europeus, atès que els arbitratgistes europeus ja disposen d'euros. En tot cas, comprar-ne més (en el mercat americà) demanaria pagar-los amb dòlars, que no és la moneda pròpia dels europeus.

Això no treu que els arbitratgistes europeus disposin d'una estratègia més adequada al fet que ells disposen d'euros. Des la perspectiva d'un europeu, el dòlar està barat en el mercat europeu (amb taxa de canvi $e_2' = \frac{1}{3} \text{€}/\$$) i està car en l'americà (on la taxa és $e_1' = \frac{1}{2} \text{€}/\$$).

En conseqüència, per cada euro disponible per a fer arbitratge, l'arbitratgista europeu pot aconseguir 3 dòlars en el mercat europeu, que a continuació es poden vendre en l'americà a canvi de $3/2$ euros; vegeu la Fig. 2.

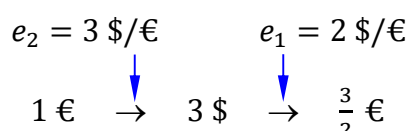


Fig. 2. Arbitratge d'un europeu (guany segur del 50%)

Combinant les operacions dels dos tipus d'arbitratgistes:

- en el mercat europeu, els americans incrementen l'oferta d'euros (venen els euros adquirits en el mercat americà) i els europeus fan créixer la demanda de dòlars (tot venent els euros que inicialment tenen), creixement que equival a un increment de l'oferta d'euros, de manera que més oferta d'euros per americans i europeus deprecia l'euro respecte del dòlar i fa caure la taxa $e_2 = 3 \text{ \$}/\text{€}$;
- en el mercat americà, els americans incrementen la demanda d'euros (venen els dòlars de què inicialment disposen) i els europeus fan créixer l'oferta de dòlars (tot venent els dòlars adquirits en el mercat europeu), creixement que equival a un increment de la demanda d'euros, de manera que més demanda d'euros per americans i europeus aprecia l'euro respecte del dòlar i fa pujar la taxa $e_1 = 2 \text{ \$}/\text{€}$.

3. Una extensió del model competitiu simple del mercat de divises

En el model competitiu simple del mercat de divises (on l'euro € és la moneda domèstica i el dòlar \$ l'estranger) hi ha una funció d'oferta d'euros

$$q_{\text{€}}^S = f(e)$$

on f és una funció creixent de la taxa de canvi e (expressada en $\$/\epsilon$), hi ha una funció de demanda d'euros

$$q_{\epsilon}^d = g(e)$$

on g és una funció decreixent de la taxa de canvi e , i la condició d'igualtat entre les funcions d'oferta i demanda d'euros $f(e^*) = g(e^*)$ determina el valor de la taxa de canvi d'equilibri e^* .

L'extensió del model simple divideix cada funció en dues parts: una part associada amb les transaccions reals (es compra la moneda estrangera per a obtenir béns o serveis estrangers) i una segona part associada amb les transaccions financeres (es compra la moneda estrangera per a adquirir actius financers estrangers). Per tant, la funció d'oferta d'euros prendrà la forma

$$q_{\epsilon}^s = f_r(e) + f_f(e)$$

on $f_r(e)$ és la quantitat oferta d'euros per motius reals quan la taxa de canvi és e i $f_f(e)$ és la quantitat oferta d'euros per motius financers quan la taxa de canvi és e . Les dues funcions f_r i f_f s'assumeixen creixents amb la taxa de canvi. De manera anàloga, la funció de demanda d'euros

$$q_{\epsilon}^d = g_r(e) + g_f(e)$$

serà la suma de la funció de demanda d'euros g_r per motius reals i de la funció de demanda d'euros g_f per motius financers. Les dues funcions g_r i g_f s'assumeixen decreixents amb la taxa de canvi.

Igual que en el model simple, la taxa de canvi d'equilibri e^* satisfà

$$q_{\epsilon}^s = f_r(e^*) + f_f(e^*) = g_r(e^*) + g_f(e^*) = q_{\epsilon}^d.$$

Un aspecte interessant del model és que la igualtat $f_r(e) + f_f(e) = g_r(e) + g_f(e)$ no implica la igualtat $f_r(e) = g_r(e)$. Això significa que la taxa de canvi d'equilibri no garanteix l'equilibri de la balança per compte corrent (que recull les transaccions per motius reals). En concret, si amb la taxa d'equilibri e^* resulta

$$f_r(e^*) > g_r(e^*)$$

aleshores hi haurà un excés d'oferta d'euros per motius reals. Atès que l'oferta d'euros $f_r(e)$ per motius reals va associada amb les importacions europees de béns i serveis americans i la demanda d'euros $g_r(e)$ per motius reals va associada amb les exportacions europees de béns i serveis europeus, la diferència

$$f_r(e^*) - g_r(e^*)$$

mesuraria en euros el dèficit per compte corrent de l'eurozona quan el mercat de divises es troba en equilibri. A la inversa,

$$f_r(e^*) < g_r(e^*)$$

significaria que l'eurozona acumula un superàvit per compte corrent de magnitud

$$g_r(e^*) - f_r(e^*).$$

S'hauria de poder comprovar fàcilment que l'eurozona té superàvit per compte corrent si la taxa de canvi e^r que equilibra la balança per compte corrent (la taxa e^r que satisfà $f_r(e^r) = g_r(e^r)$) és superior a la taxa de canvi e^* d'equilibri (o, equivalentment, $e^* < e^r$). L'explicació és que si es rebaixa la taxa de canvi que equilibra la balança per compte corrent l'eurozona guanya competitivitat i, com a conseqüència, s'assoleix un superàvit corrent.

Simètricament, l'eurozona té dèficit per compte corrent si $e^* > e^r$: la taxa de canvi que equilibra totes les transaccions és superior a la taxa que equilibra només les transaccions per motius reals.

La Fig. 3 a continuació representa el model gràficament.

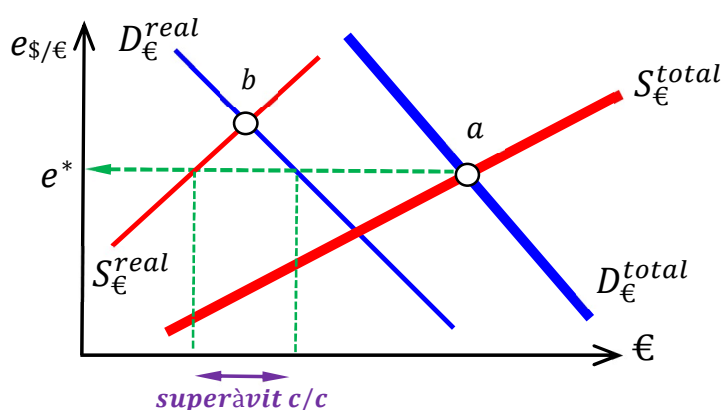


Fig. 3. El model ampliat del mercat de divises

L'equilibri de mercat es troba en el punt a , on s'igualen les funcions totals d'oferta i demanda d'euros. El punt b representaria l'equilibri de la balança per compte corrent. Atès que en el mercat hi ha una taxa de canvi (la corresponent al punt a) inferior a la taxa que equilibraria la balança per compte corrent, es dedueix que la taxa de canvi de mercat està depreciada respecte d'aquella que deixaria a zero el saldo de la balança per compte corrent. Per consegüent, en el punt a hi ha un superàvit de la balança per compte corrent de l'eurozona. La magnitud (en euros) del superàvit coincideix amb la distància entre les funcions d'oferta i demanda d'euros per motius reals quan la taxa de canvi la marca el punt a (la taxa e^*).

Amb taxa e^* , la demanda d'euros per motius reals (exportacions de l'eurozona) és superior a l'oferta d'euros per motius reals (importacions de l'eurozona). Per aquesta raó, amb taxa e^* , hi hagi un supèravit per compte corrent europeu.

El següent exemple il·lustra numèricament les explicacions anteriors (es deixa com a exercici representar gràficament les funcions i els resultats numèrics).

- Funció d'oferta d'euros per motius reals $q_{\epsilon}^{s,r} = e$
- Funció d'oferta d'euros per motius financers $q_{\epsilon}^{s,f} = 4e$
- Funció d'oferta total d'euros $q_{\epsilon}^s = q_{\epsilon}^{s,r} + q_{\epsilon}^{s,f} = 5e$

- Funció de demanda d'euros per motius reals $q_{\text{€}}^{d,r} = 6 - e/4$
- Funció de demanda d'euros per motius financers $q_{\text{€}}^{d,f} = 18 - 3e/4$
- Funció de demanda total d'euros $q_{\text{€}}^d = q_{\text{€}}^{d,r} + q_{\text{€}}^{d,f} = 24 - e$

La taxa de canvi d'equilibri soluciona l'equació

$$q_{\text{€}}^s = q_{\text{€}}^d$$

$$5e = 24 - e.$$

Així doncs, la taxa d'equilibri és

$$e^* = 4 \text{ \$/€}.$$

Amb $e^* = 4$, la quantitat oferta d'euros (importacions de béns i serveis americans) és

$$q_{\text{€}}^{s,r} = e^* = 4 \text{ €}$$

i la quantitat demandada d'euros (exportacions de béns i serveis europeus) és

$$q_{\text{€}}^{d,r} = 6 - \frac{e^*}{4} = 5 \text{ €}.$$

Atès que $q_{\text{€}}^{d,r} > q_{\text{€}}^{s,r}$ la conclusió és que hi ha un supèravit per compte corrent europeu igual a

$$q_{\text{€}}^{d,r} - q_{\text{€}}^{s,r} = 5 - 4 = 1 \text{ €}.$$

Segons les explicacions prèvies, l'existència de supèravit per compte corrent requereix que la taxa de canvi que equilibra la balança per compte corrent sigui superior a la taxa d'equilibri $e^* = 4$. Efectivament, la taxa que equilibra la balança satisfà

$$q_{\text{€}}^{s,r} = q_{\text{€}}^{d,r}$$

$$e = 6 - \frac{e}{4}$$

$$e = \frac{24}{5} > e^* = 4.$$

En el model també es pot determinar la importància relativa de les transaccions per motius reals. En concret, en l'equilibri, la demanda total d'euros és

$$q_{\text{€}}^d = 24 - e^* = 24 - 4 = 20 \text{ €}.$$

També en equilibri la demanda d'euros per motius reals és

$$q_{\text{€}}^{d,r} = 6 - \frac{e^*}{4} = 5 \text{ €}$$

i (com era d'esperar) la demanda d'euros per motius financers és

$$q_{\text{€}}^{d,f} = 18 - \frac{3e^*}{4} = 18 - 3 = 15 \text{ €}.$$

Per consegüent, des del costat de la demanda d'euros, la proporció de les transaccions per motius reals és del 25%:

$$\text{proporció de transaccions reals (demanda)} = \frac{q_{\epsilon}^{d,r}}{q_{\epsilon}^{d,r} + q_{\epsilon}^{d,f}} = \frac{5}{5 + 15} = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}.$$

Des del costat de l'oferta, l'oferta total d'euros és

$$q_{\epsilon}^s = 5e^* = 20 \text{ €}.$$

Atès que oferta i demanda total s'avaluen amb la taxa d'equilibri, els seus valors coincideixen: 20. L'oferta d'euros en equilibri per motius reals és

$$q_{\epsilon}^{s,r} = e^* = 4 \text{ €}.$$

L'oferta d'euros en equilibri per motius financers és

$$q_{\epsilon}^{s,f} = 4e^* = 16 \text{ €}.$$

Es podria concloure que, des del costat de l'oferta d'euros, la proporció de les transaccions per motius reals és

$$\text{proporció de transaccions reals (oferta)} = \frac{q_{\epsilon}^{s,r}}{q_{\epsilon}^{s,r} + q_{\epsilon}^{s,f}} = \frac{4}{4 + 16} = \frac{4}{20} = \frac{1}{5}$$

però llavors s'arriba a un resultat aparentment contradictori: la proporció de les transaccions per motius reals és diferent si es mesura des del costat de l'oferta d'euros (1/5) que si es mesura des del costat de la demanda d'euros (1/4).

Què causa la discrepància? El superàvit per compte corrent europeu (per valor d'1). Aquest superàvit implica que, en termes nets, hi ha transaccions reals associades amb la demanda d'euros d'estrangers per a adquirir béns o serveis europeus que no tenen una contrapartida en termes de transaccions reals associades amb l'oferta d'euros d'europeus per a adquirir béns o serveis americans. És exactament el que representa el supèravit europeu: es venen més béns i serveis a l'exterior dels que es compren.

En correspondència amb aquesta interpretació, s'entén que la balança de capital europea està en dèficit: es compren més actius financers estrangers dels que els estrangers compren a l'eurozona. De fet, la proporció de transaccions financeres en euros des del costat de la demanda és

$$\text{proporció de transaccions financeres (demanda)} = \frac{q_{\epsilon}^{d,f}}{q_{\epsilon}^{d,r} + q_{\epsilon}^{d,f}} = \frac{15}{5 + 15} = \frac{15}{20} = \frac{3}{4}$$

la proporció de transaccions financeres en euros des del costat de l'oferta és

$$\text{proporció de transaccions financeres (oferta)} = \frac{q_{\epsilon}^{s,f}}{q_{\epsilon}^{s,r} + q_{\epsilon}^{s,f}} = \frac{16}{4 + 16} = \frac{16}{20} = \frac{4}{5}.$$

La unitat (que coincideix amb el superàvit europeu) que provoca que, en el cas real, la proporció des del costat de la demanda ($\frac{5}{20}$) sigui superior a la proporció des del costat de l'oferta ($\frac{4}{20}$) és la mateixa unitat que causa que, en el cas financer, la proporció des del costat de l'oferta ($\frac{16}{20}$) sigui superior a la proporció des del costat de la demanda ($\frac{15}{20}$).

Aquest exemple il·lustra que mesurar la realitat (en aquest cas, la proporció de transaccions per raons reals o financeres en el mercat de divises) no és sempre una feina trivial: tot depèn de com es defineixin o interpretin els conceptes a quantificar. Poden coexistir maneres alternatives (totes igualment vàlides o justificables) de mesurar una mateixa variable. En el cas presentat, s'ha de mesurar la proporció des del costat de l'oferta o des del costat de la demanda? La lliçó final és que, en general, hi ha un cert grau d'arbitrarietat en la quantificació de la realitat econòmica. El pes de les transaccions per motius financers, en l'exemple anterior, és $\frac{3}{4}$ o $\frac{4}{5}$? O cap dels dos?

4. Desestabilitza l'especulació?

L'èxit de les operacions d'especulació depèn del grau d'encert en les conjectures o expectatives. Com més indicis apuntin que una taxa de canvi es mourà en un sentit, més incentiu es dona a l'especulació ja que, en general, a curt termini, una taxa tant pot incrementar-se com reduir-se.

Un dels aspectes que fa perillós adoptar una taxa de canvi fixa és que, amb el temps, les pressions sobre la taxa de canvi tendeixen a alinear-se en un sentit clar. Per exemple, la moneda d'un país que desenvolupa més inflació que un altre tendirà a depreciar-se (respecte de la moneda de l'altre país). Si s'ha adoptat una taxa de canvi fixa, l'expectativa natural és que la taxa sofrirà pressions a la baixa, no pas a l'alça. Aquest fet fa més segura una aposta baixista: especular amb la creença que la taxa de canvi serà devaluada (disminució de la taxa de canvi fixa).

Però encara que la taxa de canvi sigui flexible, les mateixes forces que pressionen la taxa en un sentit clar (i no en l'altre) donen incentiu a especular. Ja no es tracta (com amb una taxa de canvi fixa) d'obtenir el guany provocant que el govern alteri la taxa de canvi fixa, sinó simplement de tenir èxit en la predicció de la taxa de canvi futura.

Almenys un tret fa preocupant que l'especulació no estigui sotmesa a restriccions: la capacitat dels especuladors de provocar amb les seves actuacions allò que creuen que passarà (o més aviat allò que volen que passi).

Per exemple, amb les funcions d'oferta i demanda d'euros de la secció anterior,

$$\begin{aligned}q_{\text{€}}^s &= 5e \\ q_{\text{€}}^d &= 24 - e\end{aligned}$$

imaginem que un especulador (o grup d'especuladors) creu que la taxa caurà (o vol que la taxa caigui) des del valor d'equilibri $e^* = 4$ \$/€ a una taxa expectada $e^e = 3$ \$/€. Per tant, l'expectativa (o la voluntat) és que l'euro es depreciï un 25% respecte del dòlar.

Les operacions que l'especulador durà a terme per a treure'n profit d'aquesta creença (desig) contribueixen a produir el resultat expectat (o volgut). Si l'especulador està convençut que la taxa caurà de 4 \$/€ a 3 \$/€ farà el següent (una estratègia que s'anomena 'venda en descobert' o endeutar-se en allò que es creu que perdrà valor i, per tant, es podrà retornar a un preu inferior):

- endeutar-se en euros (la moneda que l'especulador creu que perdrà valor; s'entén que el venciment del préstec coincideix amb el moment a què correspon la taxa expectada $e^e = 3 \text{ \$}/\text{€}$);
- canviar els euros per dòlars a la taxa corrent de 4 \$/€;
- invertir el dòlars comprant algun actiu financer americà (o, simplement, mantenir els dòlars);
- quan arriba el moment a què correspon la taxa expectada de 3 \$/€ (un dia després, un mes, un any), es canvien els dòlars per euros i es retorna el préstec amb el seu interès.

En quines condicions aquesta estratègia genera un benefici? Retornant a l'exemple numèric, suposem que l'especulador vol vendre en el mercat de divises euros per valor de dues unitats. En el model, aquesta intervenció desplaçaria cap a dreta dues unitats la funció d'oferta d'euros, que ara prendria la forma

$$q_{\text{€}}^s = 5e + 2.$$

Si la funció de demanda no es modifica, la nova taxa de canvi d'equilibri és

$$e_1^* = \frac{11}{3} \text{ \$}/\text{€} \approx 3,6 \text{ \$}/\text{€}.$$

La venda d'euros (que es pot considerar un atac especulatiu contra l'euro) contribueix a moure la taxa de canvi en la direcció que interessa a l'especulador: cap avall. Tot i que l'especulador no ha encertat plenament (l'expectativa era de 3 \$/€ i la taxa només ha caigut fins a 3,6 \$/€), és possible que hagi aconseguit un benefici de l'operació?

D'entrada, imaginem que l'especulador no disposa de recursos a esmerçar en l'especulació.

- Inicialment, demana un préstec d'euros: manlleua les dues unitats d'euro i haurà de pagar (en el moment en què es determina la taxa de canvi expectada) $2(1 + i) \text{ €}$, on i és la taxa d'interès aplicable en el període (entre l'obtenció del préstec i la determinació del nou valor de la taxa).
- Amb les dues unitats d'euro l'especulador compra dòlars, segons la taxa corrent de 4 \$/€. Aquesta operació incrementa en dues unitats l'oferta d'euros. N'obté 8 unitats de dòlar.
- Per a simplificar (o si el període considerat és molt curt) l'especulador conserva els dòlars i s'espera a què es determini la nova taxa de canvi.
- La nova taxa, com s'ha calculat, és $e_1^* = \frac{11}{3} \text{ \$}/\text{€}$. Amb aquesta taxa, transforma les 8 unitats de dòlar en $\frac{24}{11}$ unitats d'euro.
- El benefici (o pèrdua) de l'operació és el valor anterior menys el retorn del préstec:

$$\frac{24}{11} - 2(1 + i).$$

En resum, la condició per a obtenir benefici és

$$i < \frac{1}{11}.$$

Una taxa d'interès de préstecs d'euros prou petita estimula l'especulació contra l'euro. De l'anàlisi anterior es dedueix que no cal que l'especulador cregui que hi ha raons objectives que causin una futura depreciació de l'euro (com una inflació més elevada que en l'economia estrangera). L'únic que necessitaria per a llençar l'atac especulatiu és la creença que l'atac té prou força (que la venda d'euros és suficientment significativa com per a modificar la taxa de canvi en una magnitud substancial).

Què hauria passat si, en comptes de vendre'n dues unitats, l'especulador n'hagués venut quatre? (Generalment, els atacs especulatius són recurrents: es fa un primer intent, es veu el resultat i, sobre aquesta base, es llença un altre i així successivament fins que els especuladors queden satisfets o fins que alguna cosa rebenta). La funció d'oferta hauria estat

$$q_{\text{€}}^s = 5e + 4$$

la nova taxa de canvi

$$e_2^* = \frac{10}{3} \$/\text{€} \approx 3,3 \$/\text{€}$$

els beneficis

$$\frac{24}{5} - 4(1 + i)$$

i la condició per a què siguin positius

$$i < \frac{1}{5}.$$

Resultat: abocant més euros en el mercat de divises hi ha més valors de la taxa d'interès (abans per sota d' $1/11$ i ara per sota d' $1/5$) que fan profitable l'especulació.

Què hauria passat si, en comptes de vendre'n quatre unitats, l'especulador n'hagués venut sis unitats d'euro? La funció d'oferta hauria estat

$$q_{\text{€}}^s = 5e + 6$$

la nova taxa de canvi

$$e_3^* = 3 \$/\text{€}$$

els beneficis

$$8 - 6(1 + i)$$

i la condició per a què siguin positius

$$i < \frac{1}{3}.$$

Lliçó: taxes d'interès baixes són una invitació a l'especulació quan, a més, el crèdit és abundant i l'avarícia se surt de l'escala.

5. Arbitratge triangular

Un tret característic de l'anàlisi macroeconòmica és considerar la interacció de parts d'una economia. En l'anàlisi convencional les 'parts' de l'economia tingudes per més rellevants s'anomenen 'mercats', de manera que l'anàlisi macroeconòmica se centraria en determinar com es relacionen mercats de tota mena. Com més intensa sigui la relació entre mercats més integrats se'ls consideraria. Mercats suficientment integrats passarien a veure's com a mercats únics.

Els mercats de divises il·lustren aquesta visió. D'entrada la creació de noves monedes genera més mercats. Com més mercats, més complexa esdevé l'anàlisi de les seves connexions i interaccions. D'altra banda, l'arbitratge constitueix una 'força econòmica' que integra mercats (i, en la pràctica, redueix el seu nombre: dos mercats molt integrats de facto són un únic mercat). Una economia es podria conceptualitzar com un conjunt de mercats que s'expandeix i es contrau: l'expansió deriva de crear nous béns, serveis, actius financers o monedes; la contracció seria el resultat de la integració (suficientment profunda) o la connexió (suficientment intensa) de mercats.

L'arbitratge triangular és un mecanisme que té un doble resultat. D'una banda, genera un benefici privat per als arbitratgistes; de l'altra, contribueix a integrar mercats i, així, reduir el seu nombre en la pràctica. L'efecte macroeconòmic de l'arbitratge triangular es reduir tots els mercats de divises a un del sol: tot i que realment encara hi hauria un mercat per a cada moneda, l'arbitratge faria irrelevant en quin mercat concret es fes l'intercanvi de moneda. L'efecte microeconòmic de l'arbitratge triangular seria equilibrar tots els mercats de divises amb taxes de canvi consistents entre elles, en el sentit que el preu de canviar, per exemple, euros per dòlars seria el mateix que el de canviar euros per dòlars passant per una tercera moneda (canviant, posem per cas, euros per iens i després iens per dòlars).

Digressió. Amb $n \geq 2$ monedes, quin és el nombre màxim $m(n)$ de mercats que es poden crear?

S'entén que en un mercat només es poden intercanviar dues monedes i que 'el mercat on es canvia la moneda x per la moneda y ' és el mateix que 'el mercat on es canvia la moneda y per la moneda x '.

El valor $m(n)$ es pot determinar per inducció. En concret, es tracta de demostrar que, per a tot nombre enter $n \geq 2$, $m(n) = 1 + 2 + 3 + \dots + (n - 1)$.

En primer lloc cal establir la base de la inducció: demostrar la fórmula per al valor més petit. Si $n = 2$ aleshores només es pot crear un mercat; per tant, $m(2) = 1$ i se satisfà la fórmula.

En segon lloc, assumim la hipòtesi d'inducció, això és, triem qualsevol $n \geq 2$ i suposem que la fórmula és certa per a n . Es tracta a continuació de demostrar que la fórmula val per al valor $n + 1$.

Triem un grup G d' n monedes, on n és superior o igual a 2. Afegim al grup G una moneda més, que podem anomenar x . Els mercats que es poden crear amb les monedes del grup $G \cup \{x\}$ es poden dividir en dues categories: aquells mercats on x no és present (on x no es pot canviar per una altra moneda) i aquells en què x hi és.

Primerament, el total de mercats on x no hi és coincideix amb el total de mercats que es poden construir amb monedes del grup $G \cup \{x\}$ diferents d' x . Per la hipòtesi d'inducció, el nombre de mercats que es poden construir amb les monedes de G (un grup amb n membres) és $1 + 2 + 3 + \dots + (n - 1)$.

En segon lloc, pel que fa als mercats on x és present, hi ha tants mercats on x hi és com monedes diferents d' x hi ha en el grup $G \cup \{x\}$. Atès que G té n membres, hi ha n mercats on x és present. Com a resultat, $m(n + 1) = m(n) + n = 1 + 2 + 3 + \dots + (n - 1) + n$ i queda demostrada la fórmula per a $n + 1$ monedes.

Per a $n \geq 2$, determinar el valor de la suma $m(n) = 1 + 2 + 3 + \dots + (n - 1)$ és fàcil tot observant que els $n - 1$ números de la suma es poden emparellar convenientment de la següent manera: emparellem el primer (1) amb el primer per la cua ($n - 1$); el segon (2) pel segon per la cua ($n - 2$); i així successivament.

Si hi ha un nombre parell de sumands ($n - 1$ és parell i, en conseqüència, n és senar), tots els números de la sèrie a sumar tenen parella. L'interessant de l'emparellament és que la suma de tots els emparellaments és la mateixa: $1 + (n - 1) = n$; $2 + (n - 2) = n$; $3 + (n - 3) = n \dots$ A més, com que el nombre sumands $n - 1$ és parell, hi ha $(n - 1)/2$ emparellaments. La suma de tots els emparellaments (que coincideix amb la suma $1 + 2 + 3 + \dots + (n - 1)$) és el nombre d'emparellaments $(n - 1)/2$ multiplicat pel valor de la suma n de cada emparellament. Resumint, si n és senar

$$1 + 2 + 3 + \dots + (n - 1) = n(n - 1)/2.$$

Per exemple, si $n - 1 = 6$ (això és, $n = 7$) la suma $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6$ segons aquest procediment seria $(1 + 6) + (2 + 5) + (3 + 4) = 7 + 7 + 7 = 7 \cdot 3 = 21$. Aplicant directament la fórmula, la suma és $7 \cdot 6/2 = 21$. Interpretació: es poden crear 21 mercats amb 7 monedes.

Si el nombre de sumands és senar ($n - 1$ és senar i, així, n és parell), el sumand central no tindrà parella. Designant per y el sumand central es tindrà que $y - 1$ s'emparella amb $y + 1$. Amb n parell també és cert que la suma de cada emparellament és n . D'aquí es dedueix que $(y - 1) + (y + 1) = n$. Aïllant-ne y , s'obté $y = n/2$. Per consegüent, la suma $1 + 2 + 3 + \dots + (n - 1) + n$ es descompon en dues parts: el valor aïllat $y = n/2$ i (donat que $n - 1$ és senar) $(n - 2)/2$ emparellaments, cadascun dels quals suma n . En conclusió, si n és parell:

$$1 + 2 + 3 + \dots + (n - 1) = n/2 + n(n - 2)/2 = n(n - 1)/2.$$

El resultat final és la fórmula de la suma $1 + 2 + 3 + \dots + (n - 1)$ no depèn de si n és parell o senar.

Per exemple, si $n - 1 = 7$ (això és, $n = 8$) la suma $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7$ segons el procediment descrit seria $(1 + 7) + (2 + 6) + (3 + 5) + 4 = 3 \cdot 8 + 4 = 28$. Aplicant directament la fórmula, la suma és $8 \cdot 7/2 = 28$. Interpretació: es poden crear 28 mercats amb 8 monedes.

Hi ha un enfocament geomètric al problema d'obtenir la suma $1 + 2 + 3 + \dots + (n - 1)$. Cada mercat significa emparellar dues monedes. La següent matriu mostra totes les possibilitats quan hi ha 4 monedes (i llavors es tracta de calcular $1 + 2 + 3$).

	1	2	3	4
1	d	●	●	●
2	X	d	●	●
3	X	X	d	●
4	X	X	X	d

Les caselles de la diagonal principal (identificades amb una d) no representen emparellaments que produeixin un mercat: emparellar una moneda amb ella mateixa no crea cap mercat. Per això, les caselles amb d no es poden incloure en el recompte de possibles mercats.

És clar que el nombre de caselles en la diagonal (4) coincideix amb el nombre de monedes (4). També és clar que el nombre de caselles de la matriu és el quadrat del nombre de monedes ($4 \cdot 4 = 16$). Aquest nombre de caselles representa el màxim d'emparellaments, dels quals es poden anar eliminant emparellaments invàlids per tal d'acabar amb el nombre d'emparellaments que donen lloc a un mercat.

En resum, del total d'emparellaments n^2 (on n és el nombre de monedes) cal eliminar-ne n (que representarien emparellaments d'una moneda amb si mateixa). Així s'arriba a $n^2 - n$ (o equivalentment $n(n - 1)$) com a valor a partir del qual calcular el nombre de possibles mercats.

Aquí hi intervé la interpretació que emparellar la moneda x amb la moneda y és el mateix (crea el mateix mercat) que emparellar y amb x . Això significa que la meitat de les caselles s'han de descartar com a representació d'un mercat, atès que dues caselles (la que combina x amb y i la que combina y amb x) van associades amb el mateix mercat. En la matriu s'han eliminat les caselles per sota de la diagonal, perquè cadascuna d'elles representaria un mercat ja associat amb alguna casella per damunt de la diagonal. Es conclou que el nombre de mercat seria la meitat del valor $n(n - 1)$ determinat prèviament. Així doncs, el nombre de mercat que es poden construir amb n monedes és

$$\frac{n(n - 1)}{2}$$

que en la matriu seria la suma de les caselles amb punts gruixuts. La mateixa matriu il·lustra el procediment de la demostració per inducció. Concretament, si hi hagués només 3 monedes, el nombre de mercats es correspondria amb el nombre de punts vermells ($1 + 2$). Si s'hi afegeix una quarta moneda, els mercats obtinguts prèviament amb 3 monedes continuen sent mercats vàlids, de manera que només caldria incrementar el recompte previ amb els mercats on hi ha la quarta moneda (els tres mercats amb el punt blau). El resultat, $1 + 2 + 3$ mercats. El patró es faria evident:

amb una cinquena moneda, el nombre de mercats seria $1 + 2 + 3 + 4$; amb una sisena, $1 + 2 + 3 + 4 + 5$; i, en general, amb n monedes, $1 + 2 + 3 + \dots + n - 1$.

Remarca final. En les anàlisis anteriors entre dues monedes només es pot crear un mercat. Però hi ha raons que poden justificar la creació de més d'un mercat on s'intercanvien les mateixes dues monedes. Una raó és geogràfica: el mercat entre euros i dòlars en un país i el mercat entre euros i dòlars en un altre país. El càlcul previ es podria estendre quan s'inclou una dimensió geogràfica: quants mercats es poden crear amb n monedes en p països? Més endavant es considerarà una altra dimensió: la temporal. En particular, juntament amb mercats per a fer les transaccions 'ara', de manera immediata (els 'mercats a la vista') hi ha mercats per a acordar les transaccions ara però executar-les 'demà', en qualsevol moment del futur (els anomenats 'mercats de futurs'). Quan el temps diferencia mercats, el nombre de mercats que es poden crear és infinit (o no?).

L'arbitratge triangular s'aprofita de diferències de preus de tres divises per a obtenir beneficis segurs. El pas de dues a tres monedes és un canvi profund: amb dues monedes, només hi ha un camí per a passar d'una moneda a una altra. La introducció d'una tercera moneda provoca un canvi radical: ara, a banda del camí directe entre dues monedes (representat pel mercat de les dues monedes) hi ha un camí indirecte que porta d'una moneda cap a una altra a través de la tercera moneda.

Hi ha possibilitat de fer arbitratge triangular quan els dos camins discrepen: la taxa de canvi directa entre dues monedes és diferent de la taxa de canvi indirecta de les dues monedes obtinguda per intervenció d'una tercera moneda.

Per exemple, suposem que hi ha tres monedes (euro, dòlar i ien) i que les seves taxes de canvi (directes) són $2 \$/\text{€}$, $3 \text{ ¥}/\$$ i $4 \text{ ¥}/\text{€}$. En aquest cas la taxa directa entre dues monedes és diferent de la taxa indirecta. En concret, si considerem euros i dòlars, la taxa directa és

$$2 \$ - 1\text{€}$$

en tant que la indirecta seria

$$4/3 \$ - 1\text{€}$$

que és el resultat d'emprar les altres dues taxes directes

$$3 \text{ ¥} - 1\$$$

$$4 \text{ ¥} - 1\text{€}.$$

Segons la taxa directa $2 \$/\text{€}$, el preu d'un euro són dos dòlars. En canvi, si l'euro es ven per iens d'acord amb la taxa $4 \text{ ¥}/\text{€}$ s'obtenen 4 iens; i si aquests iens es venen per dòlars aplicant la taxa $3 \text{ ¥}/\$$ s'aconsegueixen $4/3$ dòlars.

Es podria pensar que el segon preu no importa, ja que la taxa directa proporciona més dòlars (dos) que la indirecta (un i un terç). Error. Les inconsistències de preus sempre importen, perquè són oportunitats de fer un guany segur, que és com anar caminat pel carrer i trobar-se bitllets d'euro a terra. L'arbitratge és prendre'ls, no deixar-los allà.

De fet, que la discrepància de taxes no importi a algú que vulgui vendre euros no implica que no importi a algú que els vulgui comprar. Normalitzant les taxes respecte del dòlar, la taxa directa és

$$1 \$ = 1/2 €$$

(que s'obté de la taxa normalitzada respecte de l'euro $2 \$ = 1 €$ dividint tots dos costats per dos) i la indirecta

$$1 \$ = 3/4 €.$$

És obvi que algú que vulgui vendre dòlars estarà interessat a fer servir la taxa indirecta (vendre dòlars a canvi de iens i després vendre els iens a canvi d'euros) abans que no pas la directa (vendre dòlars a canvi d'euros).

La taxa directa entre euro i dòlar és

$$e_{\$/€} = 2 \$/€.$$

La taxa indirecta entre euro i dòlars (a través del ien) s'obté multiplicant les altres dues taxes de canvi, però de manera que, en el producte, el ien es cancel·li. Tal com s'ha presentat les altres dues taxes de canvi

$$e_{¥\$} = 3 ¥/\$$$

$$e_{¥€} = 4 ¥/€$$

multiplicar-les no produeix cap taxa de canvi:

$$e_{¥\$} \cdot e_{¥€} = \frac{3 ¥}{\$} \cdot \frac{4 ¥}{€} = 12 \frac{¥^2}{\$€}.$$

Aquesta bestiola no és una taxa de canvi. Hi ha, però, un remei fàcil: invertir alguna de les dues taxes. Específicament, si interessa que les unitats siguin les mateixes que la de la taxa de canvi directa ($\$/€$), convé mantenir l'euro en el denominador (i, així, no invertir la taxa $e_{¥€}$) i portar el dòlar al numerador en la taxa $e_{¥\$} = 3 ¥/\$$. El resultat d'invertir aquesta taxa (s'inverteix el valor numèric i les unitats) és

$$e_{\$/¥} = 1/3 \$/¥.$$

La taxa indirecta entre euro i dòlar (passant pel ien) és

$$e_{\$/¥} \cdot e_{¥€} = \frac{1 \$}{3 ¥} \cdot 4 \frac{¥}{€} = \frac{4 \$}{3 €}.$$

S'observa que

$$2 = e_{\$/€} \neq e_{\$/¥} \cdot e_{¥€} = 4/3$$

que és símptoma de la diferència entre canviar euros per dòlars directament o fer-ho per mitjà del canvi de iens. En resum, hi ha oportunitats d'arbitratge si

$$e_{\$/€} \neq e_{\$/¥} \cdot e_{¥€}.$$

No importa si es mesura la taxa de canvi en \$/€ (que porta a considerar la desigualtat anterior) o en €/\$. Si la desigualtat anterior es produeix aleshores també passa que

$$e_{\text{€}\$} \neq e_{\text{€}\text{¥}} \cdot e_{\text{¥}\$}$$

atès que si

$$x \neq y \cdot z$$

llavors és cert que

$$\frac{1}{x} \neq \frac{1}{z} \cdot \frac{1}{y}.$$

Tampoc no importen les dues monedes triades per a determinar les taxes directa i indirecta. És fàcil de comprovar que si es produeix la desigualtat anterior també es produeix

$$e_{\text{\$}\text{¥}} \neq e_{\text{\$}\text{€}} \cdot e_{\text{€}\text{¥}}$$

i, per l'explicat just abans,

$$e_{\text{¥}\$} \neq e_{\text{¥}\text{€}} \cdot e_{\text{€}\$}$$

(el canvi entre dòlars i iens no coincideix amb el canvi entre dòlars i iens passant per l'euro) i a més

$$e_{\text{€}\text{¥}} \neq e_{\text{€}\$} \cdot e_{\text{\$}\text{¥}}$$

i, per extensió,

$$e_{\text{¥}\text{€}} \neq e_{\text{¥}\$} \cdot e_{\text{\$}\text{€}}$$

(el canvi entre euros i iens no és igual al canvi entre euros i iens passant pel dòlar). Dit d'una altra manera, si alguna de les sis desigualtats anteriors es produeix, aleshores les altres cinc també.

Centrem-nos en la primera desigualtat

$$e_{\text{\$}\text{¥}} \cdot e_{\text{¥}\text{€}} \neq e_{\text{\$}\text{€}}$$

Aquesta pot expressar-se de manera equivalent movent la taxa $e_{\text{\$}\text{€}}$ a l'esquerra (que equival a invertir-la):

$$e_{\text{\$}\text{¥}} \cdot e_{\text{¥}\text{€}} \cdot e_{\text{€}\$} \neq 1.$$

En l'exemple, les taxes són

$$e_{\text{\$}\text{¥}} = 1/3 \text{ \$}/\text{¥}$$

$$e_{\text{¥}\text{€}} = 4 \text{ ¥}/\text{€}$$

$$e_{\text{€}\$} = 1/2 \text{ €}/\text{\$}$$

i el producte és

$$e_{\text{\$}\text{¥}} \cdot e_{\text{¥}\text{€}} \cdot e_{\text{€}\$} = \frac{1}{3} \cdot 4 \cdot \frac{1}{2} = \frac{2}{3} \neq 1.$$

El producte $e_{\text{\$}\text{¥}} \cdot e_{\text{¥}\text{€}} \cdot e_{\text{€}\$}$ representa el resultat del cicle de canvis on, partint d'un dòlar, es compren 3 iens ($e_{\text{\$}\text{¥}} = 1/3 \text{ \$}/\text{¥}$), aquests iens es venen a canvi de 3/4 euros ($e_{\text{¥}\text{€}} = 4 \text{ ¥}/\text{€}$) i, finalment, es recompren 3/2 dòlars amb aquest euros ($e_{\text{€}\$} = 1/2 \text{ €}/\text{\$}$).

El cicle de transaccions $\$ \rightarrow ¥ \rightarrow € \rightarrow \$$ sembla xauxa: es comença amb un dòlar i s'acaba la ronda amb dòlar i mig (una rendibilitat del 50%). Com que es tracta d'un cicle, no importa per quina moneda es comenci. Si es comença la ronda pel ien, la seqüència $¥ \rightarrow € \rightarrow \$ \rightarrow ¥$ genera una sortida de 3/2 iens per cada ien que hi entra al començament (1 ien compra 1/4 euros, aquests compren 1/2 dòlars, i aquests recompren 3/2 iens).

I si es comença per l'euro, la seqüència $€ \rightarrow \$ \rightarrow ¥ \rightarrow €$ fabrica al final 3/2 euros per cada euro esmerçat (1 euro compra 2 dòlars, aquests compren 6 iens, i aquests recompren 3/2 euros). S'observa que cada unitat inicial (un dòlar, un ien, un euro) es transforma en 1,5 unitats al final.

No tot cicle de transaccions és profitós. En realitat, amb tres monedes, només hi ha dos cicles de transaccions: l'anterior $\$ \rightarrow ¥ \rightarrow € \rightarrow \$$ i l'invers $\$ \rightarrow € \rightarrow ¥ \rightarrow \$$, representats a la Fig. 4.



Fig. 4. Els dos cicles de canvis amb tres monedes

En el cas $\$ \rightarrow € \rightarrow ¥ \rightarrow \$$, un dòlar compra mig euro, que compra dos iens, que recompren dos terços de dòlar. Es tracta d'un negoci ruïnós: es comença amb un dòlar i es tanca el circuit de canvis amb 2/3.

Per exemple, partint d'un euro, el cicle de la dreta produeix les pèrdues $1 € \rightarrow 4 ¥ \rightarrow 4/3 \$ \rightarrow 2/3 €$. A la inversa, el cicle de l'esquerra crea beneficis: $1 € \rightarrow 2 \$ \rightarrow 6 ¥ \rightarrow 1,5 €$.

La verificació de la desigualtat $e_{\$¥} \cdot e_{¥€} \cdot e_{€\$} \neq 1$ és la demostració que hi ha oportunitats d'arbitratge. Si el producte de les tres taxes fos u el cicle de transaccions no generaria ni guany ni pèrdua i, des del punt de vista de l'arbitratge, serien taxes mútuament consistents (el camí d'una a una altra porta al mateix resultat que el camí a través de la tercera moneda).

Recapitulant: $e_{\$¥} \cdot e_{¥€} \cdot e_{€\$} \neq 1$ significa que hi ha oportunitats d'arbitratge i aquestes oportunitats s'aprofiten implementant la seqüència de transaccions $\dots \rightarrow \$ \rightarrow € \rightarrow ¥ \rightarrow \$ \rightarrow \dots$

Quin efecte produeixen aquestes transaccions sobre les taxes de canvi? Portar al compliment de la condició $e_{\$¥} \cdot e_{¥€} \cdot e_{€\$} \neq 1$. Quan aquesta condició es compleix desapareixen les oportunitats d'arbitratge triangular.

Per a l'anàlisi a continuació, és més convenient presentar la desigualtat $e_{\$¥} \cdot e_{¥€} \cdot e_{€\$} \neq 1$ en la forma equivalent $e_{\$€} \neq e_{\$¥} \cdot e_{¥€}$. Com es fa calcular prèviament

$$2 = e_{\$€} > e_{\$¥} \cdot e_{¥€} = 4/3$$

de manera que seria suficient per a assolir la igualtat

- que $e_{\$€}$ disminuís,
- que $e_{\$¥}$ augmentés i
- que $e_{¥€}$ augmentés.

L'arbitratge triangular (mitjançant el cicle de canvis $\$ \rightarrow ¥ \rightarrow € \rightarrow \$$) aconseguir aquests tres resultats.

En primer lloc, la transacció $€ \rightarrow \$$ significa vendre euros i comprar dòlars, fet que redueix la taxa $e_{\$/€}$ (atès que s'expressa en $\$/€$).

En segon lloc, la transacció $\$ \rightarrow ¥$ significa vendre dòlars i comprar iens, fet que fa créixer la taxa $e_{¥/\$}$ (que s'expressa en $¥/\$$).

I, en tercer lloc, la transacció $¥ \rightarrow €$ significa vendre iens i comprar euros, fet que incrementa la taxa $e_{¥/€}$ (que s'expressa en $¥/€$).

La Fig. 5 il·lustra l'apropament entre taxa directa $e_{¥/€}$ entre ien i euro i la taxa indirecta $e_{\$/€} \cdot e_{¥/\$}$ (en aquest cas, la taxa indirecta $e_{\$/€} \cdot e_{¥/\$} = 2 \cdot 3 = 6 ¥/€$ és superior a la directa $e_{¥/€} = 4 ¥/€$). Prenent la seqüència de transaccions $1 € \rightarrow 2 \$ \rightarrow 6 ¥ \rightarrow 1,5 €$:

- el pas " $1 € \rightarrow 2 \$$ " fa apreciar el dòlar (respecte de l'euro) i això redueix $e_{\$/€}$;
- el pas " $2 \$ \rightarrow 6 ¥$ " fa apreciar el ien (respecte del dòlar) i això apuja $e_{¥/\$}$; i
- el pas " $6 ¥ \rightarrow 1,5 €$ " fa apreciar l'euro (respecte del ien) i això incrementa $e_{¥/€}$.

La conseqüència última és que l'execució de l'estratègia de canvis $1 € \rightarrow 2 \$ \rightarrow 6 ¥ \rightarrow 1,5 €$ redueix l'escletxa entre $e_{\$/€}$ (taxa directa) i $e_{\$/¥} \cdot e_{¥/€}$ (taxa indirecta). En concret, considerant la seqüència

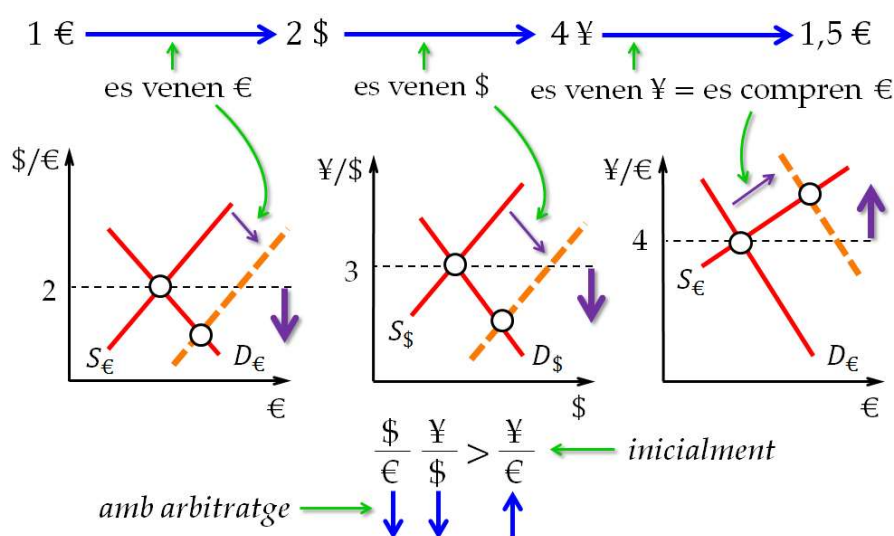


Fig. 5. Efecte de l'arbitratge triangular sobre les taxes de canvi

L'anàlisi de l'arbitratge triangular mostra la diferència entre l'enfocament microeconòmic i el macroeconòmic. Els valors inicials 2 $\$/€$, 3 $¥/\$$ i 4 $¥/€$ de les taxes de canvi de la Fig. 5 es poden assumir com a valors que equilibren els respectius mercats. Per tant, aquestes taxes definirien equilibris parcials: considerat independentment cadascun dels tres mercats estaria inicialment en equilibri.

Però l'enfocament macroeconòmic porta a considerar les connexions entre els mercats i, sobre la base de les interaccions entre els tres mercats, els equilibris parcials podrien ser inestables. Altrament dit, la predicció de les taxes de canvi prenent cada mercat per separat (sense considerar possibles lligams entre ells) podria ser una predicció errònia. El motiu és que l'anàlisi

microeconòmica d'equilibri parcial obvia forces que connecten els mercats i poden alterar l'equilibri que cada mercat assoliria d'estar aïllat dels demés.

L'exemple mostra que l'arbitratge triangular integraria els tres mercats, de manera que l'equilibri en un mercat no es pot determinar sense considerar simultàniament els equilibris dels altres mercats: els tres mercats s'equilibren simultàniament (macroeconòmicament), no per separat (microeconòmicament). L'arbitratge estableix que les taxes de canvi a cada mercat han de complir una condició macroeconòmica: $e_{\$/\text{¥}} \cdot e_{\text{¥}/\text{€}} \cdot e_{\text{€}/\$} = 1$.

6. Paritat no coberta d'interessos

La paritat no coberta d'interessos és una relació entre quatre variables:

- la taxa de canvi e (expressada en $\$/\text{€}$);
- la taxa d'interès domèstica i ;
- la taxa d'interès estrangera i^* ;
- l'expectativa e^e sobre la taxa de canvi futura.

La relació presumeix un seguit de condicions relativament restrictives:

- per a cada economia, es pot definir una taxa d'interès representativa del conjunt de taxes de l'economia (per exemple, la taxa d'interès d'un dipòsit d'estalvi o a termini);
- les taxes d'interès no es veuen significativament afectades per les compres o vendes de monedes i és l'únic que interessa els inversors;
- no hi ha risc canviari;
- no hi ha risc en el cobrament d'interessos;
- no hi ha costos de transaccions significatius;
- les dues taxes representatives es refereixen al mateix interval temporal, entre els moments t i $t + 1$;
- existeix una expectativa generalitzadament acceptada sobre la taxa de canvi futura (en $t + 1$), de manera que no hi ha incertesa sobre el valor futur de la taxa de canvi;
- els inversors financers només tenen dues opcions d'inversió (comprar un actiu financer amb rendibilitat igual a la taxa d'interès domèstica i o comprar un actiu financer amb rendibilitat igual a la taxa d'interès estrangera i^*).

La paritat no coberta d'interessos és la condició segons la qual les dues opcions d'inversió (la domèstica i l'estrangera) proporcionen el mateix rendiment expectat, mesurat en la mateixa moneda. Expressant els rendiments en euros, cada opció tendria el següent rendiment per euro.

- Opció 1: invertir en l'actiu domèstic. Cada euro invertit en t en l'actiu financer domèstic proporcionaria $(1 + i)$ € en $t + 1$.
- Opció 2: invertir en l'actiu estranger. Donada la taxa de canvi d' e $\$/\text{€}$, en t , cada euro es podria convertir en e \$. Si aquest import s'inverteix, també en t , en l'actiu financer estranger, es rebria $e(1 + i^*)$ \$ en $t + 1$. Per a expressar aquest rendiment en euros, cal dividir

per la taxa de canvi e^e que en t es creu que hi haurà en $t + 1$. Així, l'opció 2 proporciona $e(1 + i^*)/e^e$ € per cada euro esmerçat.

La condició de la paritat no coberta se satisfà quan el rendiment segur $1 + i$ de l'opció 1 coincideix amb el rendiment expectat $e(1 + i^*)/e^e$ de l'opció 2. Per tant:

$$1 + i = \frac{e(1 + i^*)}{e^e} \quad (1)$$

La Fig. 6 resumeix esquemàticament la construcció de la paritat no coberta.

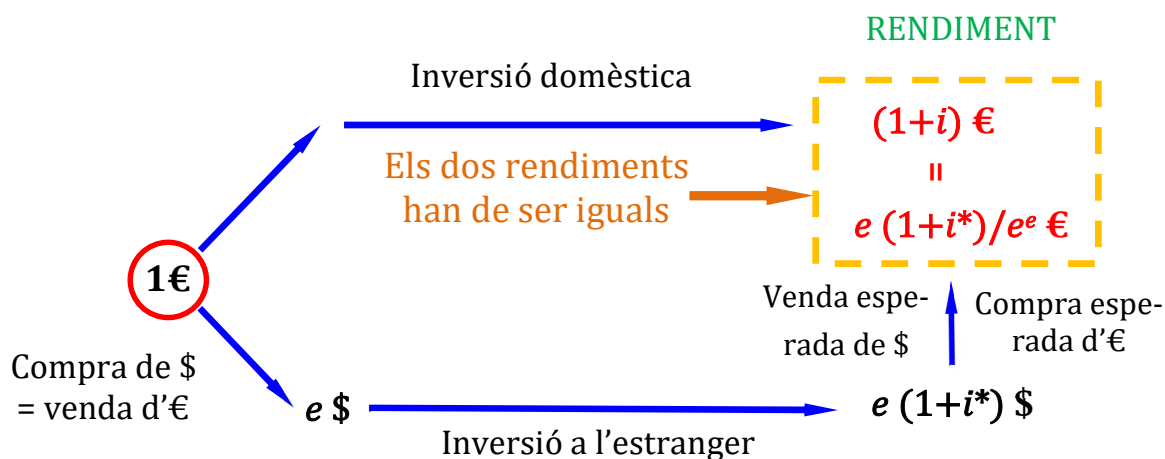


Fig. 6. Esquema de la paritat no coberta d'interessos

La paritat no coberta defineix implícitament un model, de molt curt termini, de la taxa de canvi. La condició (1) expressa la igualtat entre dues funcions de rendiment:

- la funció de rendiment domèstic $R_d = 1 + i$;
- la funció de rendiment forani $R_f = e \frac{1+i^*}{e^e}$.

La funció R_d no depèn de la taxa de canvi. La funció R_f en depèn linealment, prenent el terme $\frac{1+i^*}{e^e}$ com a un paràmetre. La Fig. 7 representa les dues funcions, en l'espai on la taxa de canvi e es mesura en l'eix vertical i el rendiment expectat en euros es mesura en l'eix horitzontal.

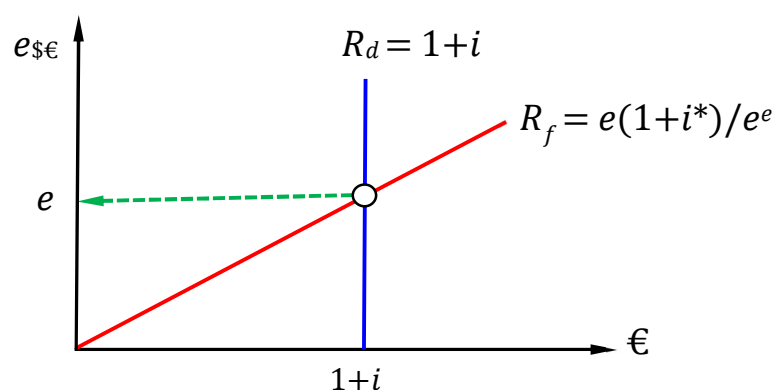


Fig. 7. Model de determinació de la taxa de canvi basat en la paritat no coberta

La intersecció de les dues rectes identifica el valor de la taxa de canvi que iguala els rendiments i , per tant, satisfà la paritat (no coberta).

La paritat no coberta troba utilitat com a instrument per a predir l'efecte sobre la taxa de canvi de variacions d'alguna de les altres tres variables (les dues taxes d'interès i la taxa de canvi expectada).

La Fig. 8 a la dreta il·lustra l'efecte sobre la taxa de canvi d'una reducció de la taxa d'interès domèstica. El punt 1 (on s'igualen les funcions R_d i R_f) determina la taxa de canvi inicial. Atès que i afecta la funció R_d però no la funció R_f , una modificació d' i només altera R_d . En concret, una disminució d' i desplaça R_d cap a la dreta. A la Figura 2 la igualtat entre la nova funció R_d i l'antiga R_f es produeix en el punt de 2. El pas del punt 1 al punt 2 significa que la taxa de canvi disminueix.

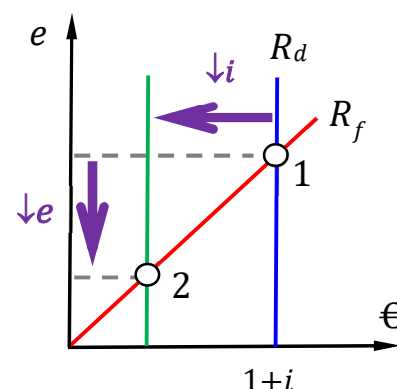


Fig. 8. Efecte d' i sobre e

La conclusió és

- si la taxa d'interès domèstica es redueix, aleshores el compliment de la paritat no coberta d'interessos exigeix una reducció de la taxa de canvi: una caiguda de la taxa d'interès domèstica deprecia la moneda domèstica.

El pas del punt 2 al 1 representaria l'efecte d'un augment de la taxa d'interès domèstica. Per consegüent,

- si la taxa d'interès domèstica s'incrementa, aleshores el compliment de la paritat no coberta d'interessos exigeix un augment de la taxa de canvi: una pujada de la taxa d'interès domèstica aprecia la moneda domèstica.

Sense conèixer la paritat no coberta es pot explicar per què una reducció de la taxa d'interès domèstica deprecia la moneda domèstica sobre la base de la demanda d'actius financers domèstics que fan els estrangers.

Si cau la taxa d'interès domèstica, els actius financers domèstics són menys rendibles i els inversors estrangers reduiran la demanda d'actius financers domèstics i, per extensió, reduiran la demanda de moneda domèstica i aquesta es depreciarà (els actius financers domèstics també seran menys rendibles que abans per als inversors domèstics, que compraran més actius financers estrangers, per a la qual cosa demandaran més moneda estrangera, n'oferiran més de la domèstica i contribuiran a la seva depreciació).

L'argument basat en la paritat no coberta es fonamenta en la idea que (amb les condicions del model) el rendiment de la compra d'actius domèstics ha de ser igual al rendiment de la compra d'actius estrangers (un cop els rendiments s'expressen en la mateixa moneda). En concret, cal que

$$1 + i = e \frac{1 + i^*}{e^e}.$$

Atès que el model pren com a variable a explicar la taxa de canvi, es tracta de determinar com ha de reaccionar la taxa de canvi e quan la taxa d'interès domèstica i disminueix si l'objectiu és mantenir la igualtat. La reducció d' i fa més petit el costat esquerre de la igualtat. En conseqüència, si només s'ha de modificar e i cal preservar la igualtat, caldrà que també el costat dret es faci més petit, la qual cosa requereix una disminució de la taxa de canvi e .

L'explicació econòmica és la següent. Si la rendibilitat de la inversió domèstica disminueix (de manera que la inversió domèstica es fa menys atractiva) cal també fer menys atractiva la inversió a l'estranger (provocar una reducció equivalent de la rendibilitat de la inversió a l'estranger) fent que adquirir la moneda estrangera sigui ara més costós (per mitjà de la depreciació de la moneda domèstica).

Per exemple, si $i = 10\%$, $i^* = 5\%$ i $e^e = 2$ \$/€ aleshores

$$e = e^e \frac{1+i}{1+i^*} = 2 \frac{1,1}{1,05} = \frac{220}{105} = \frac{44}{21} \approx 2,1 \text{ $/€}.$$

Suposem que i cau fins al 5%. Ara la nova taxa de canvi e' satisfà

$$e' = e^e \frac{1+i'}{1+i^*} = 2 \frac{1,05}{1,05} = 2 \text{ $/€}.$$

Es pot interpretar que, per a evitar la fugida total d'inversions a l'estranger a causa de la disminució de la taxa d'interès domèstica i , la moneda domèstica s'ha de depreciar (de manera que també disminueixi apropiadament la rendibilitat en euros de la inversió a l'estranger: la depreciació de l'euro encareix la compra d'actius financers americans).

La Fig. 9 a la dreta mostra l'efecte sobre la taxa de canvi d'un augment de la taxa d'interès estrangera i^* . El punt 1 indica la taxa de canvi inicial. Com que i^* afecta R_d però no R_f , una modificació d' i^* només altera R_d . En concret, un increment d' i^* desplaça R_d cap a la dreta: si i^* puja el valor $e \frac{1+i^*}{e^e}$ (donats e i e^e) és més gran. A la Fig. 9 la igualtat entre la nova funció R_d i l'antiga R_f es produeix en el punt de 2. El pas del punt 1 al punt 2 significa que la taxa de canvi e disminueix.

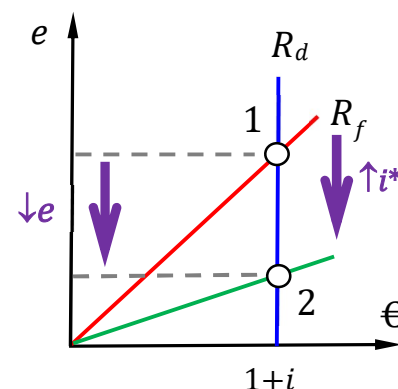
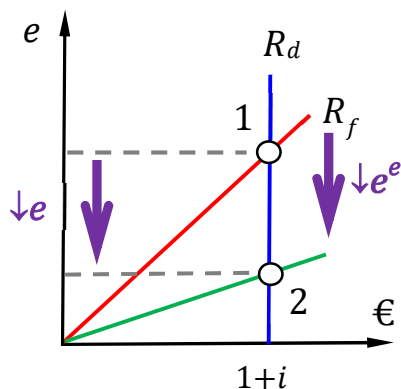


Fig. 9. Efecte d' i^* sobre e

L'explicació del resultat és similar a la de la disminució d' i . Tant un augment d' i^* com una reducció d' i fa més atractiva la inversió a l'estranger. La condició de paritat exigeix desincentivar la inversió a fora. Per a desincentivar-la modificant només la taxa de canvi cal que aquesta disminueixi: la caiguda del valor de la moneda domèstica encareix l'adquisició de moneda estrangera i, per tant, encareix la compra d'actius financers estrangers i fa així menys rendible la inversió a l'estranger.



La Fig. 10 a l'esquerra representa l'impacte sobre la taxa de canvi d'una disminució en la taxa de canvi expectada (s'expecta una depreciació de l'euro). Una caiguda en e^e incrementa el valor $e \frac{1+i^*}{e^e}$, de manera que la funció R_f es desplaça cap a la dreta (per a cada valor d' e la disminució en e^e fa més gran R_f). El pas del punt 1 al punt 2 significa una depreciació de l'euro.

Fig. 10. Efecte d' e^e sobre e

Aquest resultat és significatiu: el compliment de la paritat no coberta fa que l'expectativa depreciació de l'euro en el futur provoqui la depreciació de l'euro ara. Si s'espera que l'euro perdi valor en el futur, obtenir rendiments en dòlars comportarà (en el canvi a euros) tenir-me més que abans de la pèrdua de valor. Això estimula la inversió a l'estranger (la caiguda d' e^e desplaça R_f a la dreta). Com en els altres dos casos, la paritat exigeix contrarestar l'estímul amb una depreciació ara de l'euro (que així sigui més costós aconseguir dòlars per a invertir a l'estranger).

L'exemple revela la importància de les expectatives relatives a l'evolució de variables econòmiques: atès que les expectatives poden canviar molt ràpidament i molt intensament, les variables que depenen de les expectatives (la taxa de canvi, en aquest cas) es tornen molt volàtils i potencialment inestables.

De fet, la caiguda d' e^e analitzada a la Fig. 10 podria ser deguda a errors en la interpretació de la realitat, mala fe, agressivitat en la cerca de beneficis o hipersensibilitat a informació econòmica. La modificació en e^e podria no estar justificada per cap raó objectiva de pes. Malauradament, la causa del canvi en e^e és irrellevant perquè l'important és que la modificació en e^e es trasllada a e . Connectant aquesta reflexió amb l'anàlisi de la secció 4 hi pot haver un interès en fer creure els menys informats en el mercat que la taxa de canvi canviarà d'una determinada manera, no perquè hi hagi motius de pes per a justificar el canvi sinó perquè és convenient (per a qui difon aquesta expectativa) que es cregui en el canvi.

És més comú presentar la condició de la paritat no coberta en una versió aproximada de l'equació (1). Definim

$$E^e = \frac{e^e - e}{e}$$

com la taxa expectada d'apreciació de la taxa de canvi (expressada en tant per u; per a obtenir un percentatge es multiplica la fórmula per 100). Per exemple, si $e^e = 3 \text{ \$/€}$ i $e = 2 \text{ \$/€}$, aleshores l'expectativa és que l'euro s'aprecii d'un

$$E^e = \frac{e^e - e}{e} = \frac{3 - 2}{2} = \frac{1}{2} = 0,5 = 50\%$$

respecte del dòlar. Si $e^e < e$, llavors es tractaria d'una taxa expectada de depreciació. Per exemple, si $e^e = 3 \text{ \$/€}$ i $e = 4 \text{ \$/€}$,

$$E^e = \frac{e^e - e}{e} = \frac{3 - 4}{4} = \frac{-1}{4} = -0,25 = -25\%$$

significa que es creu que l'euro es depreciarà d'un 25% amb relació al dòlar.

Partint d'(1), s'obté

$$\frac{e^e}{e}(1+i) = 1+i^*$$

i d'aquí

$$\left(\frac{e^e}{e} - 1 + 1\right)(1+i) = 1+i^*$$

$$(E^e + 1)(1+i) = 1+i^*$$

$$1+i+E^e+E^ei=1+i^*$$

i

$$E^e + E^ei = i^* - i.$$

Quan els valors d' i i E^e són prou petits, el seu producte pren un valor gairebé negligible. Tot plegat justifica la versió aproximada de la paritat no coberta, segons la qual

$$E^e \approx i^* - i. \quad (2)$$

Segons la versió aproximada de la paritat no coberta, la taxa expectada d'apreciació de l'euro respecte del dòlar és aproximadament igual a la taxa d'interès estrangera (la del dòlar) menys la taxa d'interès domèstica (la de l'euro). En la fórmula (2) les tres variables poden expressar-se en percentatges.

Com a il·lustració, si $i^* = 5\%$ i $i = 3\%$, aleshores la paritat no coberta exigeix una apreciació de l'euro en relació amb el dòlar d'aproximadament un 2%. Com que la fórmula exacta és

$$E^e + E^ei = i^* - i$$

es comet un error igual a E^ei . Concretament, si $e = 2$ \$/€, per (1), cal que $e^e = \frac{e(1+i^*)}{1+i} = \frac{2(1+0,05)}{1+0,03} = \frac{210}{103} = 2,03883$ \$/€. El pas d' $e = 2$ \$/€ a $e^e = 2,03883$ \$/€ representa un canvi de l'1,9417%, prou proper al valor aproximat del 2%.

En ocasions, és raonable suposar que les dues inversions, la domèstica i la forània, no són substitutives perfectes. Una raó és que una de les dues es considera més arriscada; per exemple, perquè es coneixen pitjor les característiques d'un país que de l'altre o, senzillament, perquè la inversió a un d'ells està subjecta a més incertesa.

La inclusió d'aquesta asimetria porta a una generalització de la condició de paritat (1) aplicant-t'hi una prima de risc p a una de les dues inversions. En particular, (1) prendria la forma

$$1 + i = \frac{e(1 + i^*)}{e^e} + p. \quad (3)$$

La prima p (que pot ser positiva o negativa, en funció d'on hi hagi el cost superior de la inversió, real o percebut) serviria per a compensar els possibles costs, inconvenients, riscos o incerteses de la inversió a un dels països. Per exemple, la inversió en països menys desenvolupats es considera més arriscada que la inversió en països desenvolupats, per la qual cosa, sense una prima compensatòria suficient, no hi hauria inversió d'estrangers en els països menys desenvolupats. Es deixa com a exercici determinar raonadament si p en (3) hauria de ser un valor positiu o negatiu assumint que l'economia domèstica és desenvolupada i l'estrangera no.

Sobre la base de (3), es pot desenvolupar un model sobre la determinació de la taxa de canvi una mica més general. La Fig. 11 mostra l'efecte sobre la taxa de canvi de l'euro amb relació amb el dòlar d'un increment de la prima p , quan aquesta s'assumeix positiva en (3).

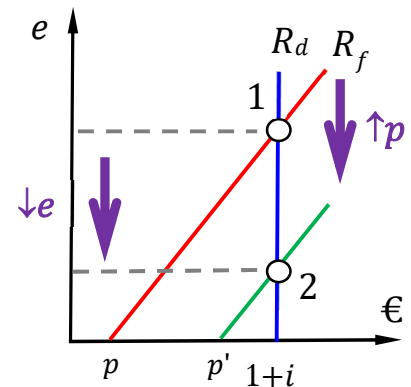


Fig. 11. El model amb una prima p

7. Paritat coberta d'interessos

La taxa de canvi considerada fins ara és una taxa de canvi 'a la vista', que vol dir que l'intercanvi de monedes és fa de manera relativament immediata (en unes hores o, potser, a tot estirar, un parell de dies). Això fa que cada període hi hagi un mercat de divises a la vista, amb la seva taxa de canvi a la vista. La Fig. 12 representa el conjunt de mercats de divises a la vista, un per cada període, amb la corresponent taxa de canvi a la vista. També s'indiquen les expectatives formades en els dos períodes inicials sobre les taxes de canvi a la vista del futur.

temps	1	2	3	4	5	6	7	...
taxa a la vista	e_1	e_2	e_3	e_4	e_5	e_6	e_7	...
expectatives en $t = 1$	—	${}^1e_2^e$	${}^1e_3^e$	${}^1e_4^e$	${}^1e_5^e$	${}^1e_6^e$	${}^1e_7^e$	...
expectatives en $t = 2$	—	—	${}^2e_3^e$	${}^2e_4^e$	${}^2e_5^e$	${}^2e_6^e$	${}^2e_7^e$	...

Fig. 12. Proliferació de taxes de canvi sobre la base del temps i les expectatives

Però la llibertat contractual possibilita signar ara un contracte d'intercanvi de divises per a ser executat en el futur (una setmana, un mes, un any, una dècada, un segle, un mil·lenni...). Aquest tipus de contracte s'anomena 'contracte de futurs': crea una obligació ara (lliurar un bé, un actiu o el que sigui en un moment futur a un preu pactat ara) per a complimentar-la en el futur.

La Fig. 12 mostra les taxes de canvi a termini (${}^te_r^F$) creades en el moment t i que estableixen els termes d'intercanvi entre monedes en els contractes de futur signats en t però que s'han de complir en el moment r .

temps	1	2	3	4	5	6	7	...
taxa a la vista	e_1	e_2	e_3	e_4	e_5	e_6	e_7	...
taxa a termini en $t = 1$	—	${}^1e_2^F$	${}^1e_3^F$	${}^1e_4^F$	${}^1e_5^F$	${}^1e_6^F$	${}^1e_7^F$	...
taxa a termini en $t = 2$	—	—	${}^2e_3^F$	${}^2e_4^F$	${}^2e_5^F$	${}^2e_6^F$	${}^2e_7^F$	...
taxa a termini en $t = 3$	—	—	—	${}^3e_4^F$	${}^3e_5^F$	${}^3e_6^F$	${}^3e_7^F$	...
taxa a termini en $t = 4$	—	—	—	—	${}^4e_5^F$	${}^4e_6^F$	${}^4e_7^F$	...

Fig. 13. Mercats de divises a termini (entre només dues monedes)

Atès que el pas del temps modifica la informació disponible sobre tot el que podria influir una taxa de canvi i també pot modificar tant les expectatives del futur o els participants en els mercats, és raonable que cada moment defineixi noves taxes a termini. En concret, ${}^1e_4^F$ és la taxa de canvi determinada en el moment 1 per a intercanvis del moment 4 i, per exemple, ${}^2e_4^F$ és la taxa de canvi determinada en el moment 2 per a intercanvis del moment 4. Els dos valors podrien ser iguals, però seria improbable, atès que en el moment 2 es disposa de més informació que en 1 (o la realitat econòmica subjacent pot haver-se alterat significativament). Per tant, està justificat interpretar cada recuadre amb un valor de la taxa de canvi com un mercat diferent.

La conseqüència macroeconòmica més significativa de l'arbitratge és la reducció (en la pràctica) del nombre de mercats que el pas del temps incrementa. La connexió que l'arbitratge estableix entre els preus de diferents mercats habitualment es coneix com a una paritat, atès que l'acció de l'arbitratge s'acaba concretant en lligar els valors dels preus involucrats en l'arbitratge.

Específicament, la paritat no coberta d'interessos relacionava (restringint l'atenció a les taxes de canvi) als valors ombrejats: la taxa de canvi a la vista e_1 i l'expectativa sobre taxa de canvi a la vista del següent període ${}^1e_2^e$. En realitat, hi ha una paritat que relaciona e_1 amb tot el seguit d'expectatives formades en el moment 1 (e_1 i ${}^1e_2^e$, e_1 i ${}^1e_3^e$, e_1 i ${}^1e_4^e$...), si s'ajusta apropiadament el període al qual es refereixen les taxes d'interès (per exemple, la paritat no coberta que relaciona e_1 i ${}^1e_2^e$ exigiria considerar taxes d'interès a dos períodes).

De manera anàloga, la paritat coberta d'interessos relaciona els valors ombrejats amb el mateix color. Específicament, s'explicarà la paritat coberta que connecta la taxa de canvi a la vista corrent e_1 i la taxa de canvi a termini corrent ${}^1e_2^F$ del següent període, però l'explicació serà vàlida per a connectar e_2 i ${}^2e_3^F$, e_3 i ${}^3e_4^F$... (i ajustant el període de les taxes d'interès e_1 i ${}^1e_3^F$, e_1 i ${}^1e_4^F$...)

La paritat coberta d'interessos és una relació entre quatre variables:

- la taxa de canvi (taxa de canvi a la vista) e (expressada en \$/€);
- la taxa d'interès domèstica i ;
- la taxa d'interès estrangera i^* ;
- la taxa de canvi a termini e^F .

La taxa a termini e^F va associada amb un contracte de futurs, on les parts es comprometen a canviar una moneda per l'altra en un moment futur segons el preu que estableix e^F .

La paritat coberta és anàloga a la no coberta. L'única diferència és que la taxa de canvi del futur no és una expectativa sinó un valor cert, conegut. Com en el cas de la paritat no coberta, la paritat coberta d'interessos és la condició segons la qual les dues opcions d'inversió (la domèstica i l'estrangera) proporcionen el mateix rendiment cert, mesurat en la mateixa moneda. Mesurant els rendiments en euros, cada opció tendria el següent rendiment per euro.

- Opció 1: invertir en l'actiu domèstic. Cada euro invertit en t en l'actiu financer domèstic proporcionaria $(1 + i)$ € en $t + 1$.
- Opció 2: invertir en l'actiu estranger. Donada la taxa de canvi d' e \$/€, en t , cada euro es podria convertir en e \$. Si aquest import s'inverteix, també en t , en l'actiu financer estranger, es rebria $e(1 + i^*)$ \$ en $t + 1$. La taxa a termini e^F permet vendre aquests euros en $t + 1$ i obtenir-ne $e(1 + i^*)/e^F$ € per cada euro esmerçat.

La condició de la paritat coberta se satisfà quan el rendiment segur $1 + i$ de l'opció 1 coincideix amb el rendiment, també segur, $e(1 + i^*)/e^F$ de l'opció 2. Per tant:

$$1 + i = \frac{e(1 + i^*)}{e^F}. \quad (4)$$

La Fig. 12 resumeix esquemàticament la construcció de la paritat no coberta.

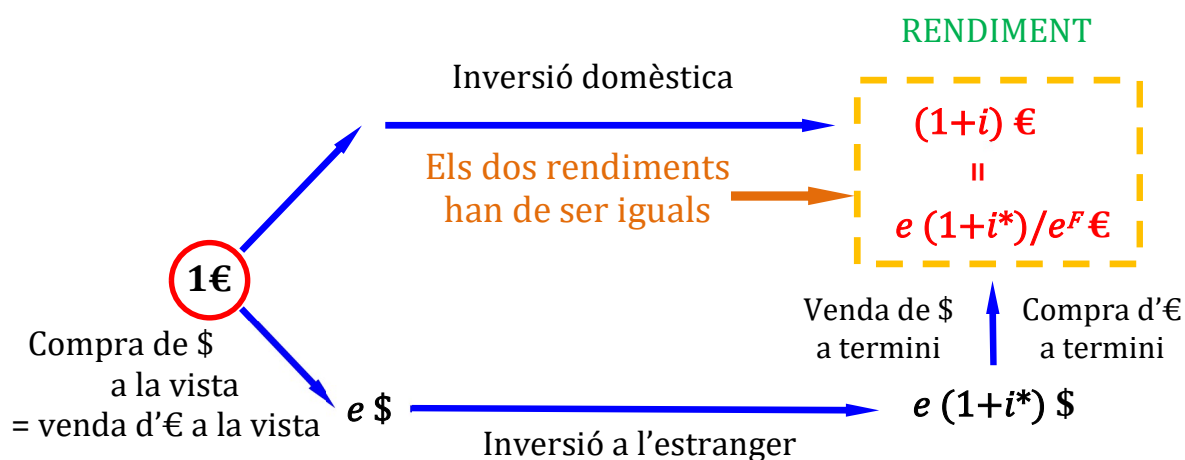


Fig. 12. Esquema de la paritat coberta d'interessos

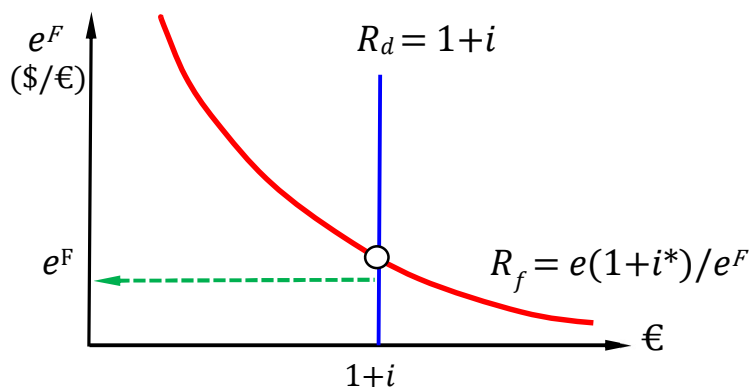
De la paritat coberta se'n deriva un model de la taxa de canvi a termini. La condició (4) expressa la igualtat entre dues funcions de rendiment:

- la funció de rendiment domèstic $R_d = 1 + i$; i
- la funció de rendiment forani $R_f = e \frac{1+i^*}{e^F}$.

La funció R_d no depèn de la taxa de canvi a termini e^F . La funció R_f en depèn hiperbòlicament, atès que e^F apareix en el denominador (el terme $e(1 + i^*)$ és considera ara un paràmetre).

La Fig. 15 de la dreta representa les dues funcions gràficament, en l'espai on es mesura la taxa de canvi a termini e^F en l'eix vertical i es mesura el rendiment expectat en euros en l'eix horitzontal.

Fig. 15. Model de determinació de la taxa de canvi basat en la paritat coberta



En el model basat en la paritat no coberta, la taxa de canvi e estava determinada per tres altres variables: i , i^* i e^e . Ara, la taxa de canvi a termini e^F queda determinada per la taxa a la vista e i les taxes d'interès i i i^* .

L'expressió (4) pot manipular-se per a obtenir una condició anàloga a (2), això és, una versió aproximada de la paritat coberta:

$$E^F \approx i^* - i \quad (5)$$

on

$$E^F = \frac{e^F - e}{e}$$

representa la prima a termini: l'excés de la taxa a termini respecte de la taxa a la vista, en relació amb la taxa a la vista (en quin percentatge la taxa a termini se separa de la taxa a la vista). Si $e^F - e$, aleshores la prima és negativa: l'euro es deprecia a termini amb relació al seu valor a la vista (valor en el present).

La igualtat $1 + i = \frac{e(1+i^*)}{e^F}$ que caracteritza la paritat coberta pot justificar-se de la següent manera. Suposem que la igualtat no es compleix: sigui $1 + i > \frac{e(1+i^*)}{e^F}$. Es deixa com a exercici reproduir el següent argument quan $1 + i < \frac{e(1+i^*)}{e^F}$. Es tracta de demostrar que, quan no es produeix la igualtat de rendiments:

- hi ha oportunitats d'arbitratge (es poden aconseguir beneficis segurs); i
- l'aprofitament d'aquestes oportunitats redueix la desigualtat de rendiments.

Si l'anterior es produeix, aleshores que hi ha hagi desigualtat de rendiments no és una situació estable i, a més, l'arbitratge tendirà a eliminar la desigualtat. La conclusió seria que només amb igualtat de rendiments la situació resultant seria estable (no hi hauria oportunitats d'arbitratge).

L'explotació de tota oportunitat d'arbitratge passa per comprar el que és barat i vendre el que és car. Tenir $1 + i > \frac{e(1+i^*)}{e^F}$ equival a $e^F > \frac{e(1+i^*)}{1+i}$. Això suggereix que l'euro té més valor a termini que a la vista, la qual cosa suggereix comprar euros a la vista i vendre'ls a termini. El següent

conjunt d'operacions pretén comprovar si aquesta estratègia funciona, tot assumint-se que no es tenen recursos per a fer l'arbitratge. Per a facilitar l'exposició, suposem que:

$$e^F = 3 \text{ \$/€}$$

$$e = 2 \text{ \$/€}$$

$$i = 10\%$$

$$i^* = 20\%.$$

- Pas 0: vendre euros a termini. D'entrada es venen a termini 55 €, que s'hauran de vendre a canvi de dòlars en el futur al preu que marca la taxa a termini, $e^F = 3 \text{ \$/€}$. Els següents passos deixaran clar el motiu d'aquesta operació.
- Pas 1: demanar un préstec de dòlars. En concret, es manlleva 100 \$. Això implica haver de pagar en el futur 100 \$ més un 20%, això és, 120 \$.
- Pas 2: es venen els dòlars a canvi d'euros en el mercat a la vista. Per tant, se n'obtenen 50 € de la venda dels 100 \$.
- Pas 3: s'inverteixen els euros. Atès que la taxa domèstica és del 10%, el préstec dels 50 € generaria un rendiment brut de 50 euros més un 10%: 55 €.
- Pas 4: s'executa la venda d'euros a termini acordada inicialment. El pas 3 ha generat els 55 € que, per contracte en el pas 0, s'havien de lliurar ara. Al preu $e^F = 3 \text{ \$/€}$, es reben 165 \$ a canvi dels 55 €.
- Pas 5: pagament del deute en dòlars. El pas 1 va generar l'obligació de pagar ara 120 \$. En tenim 165 del pas 4.
- Pas 6: embutxacar-se els beneficis. Descomptats els 120 \$ a pagar en concepte de retorn del préstec del pas 1, en queden 45 dels 165 aconseguits en el pas 5. En resum, s'ha aconseguit 45 \$ del no-res. De fet, multiplicant l'escala de les operacions, s'obtindrien 45 \$ per cada 100 \$ manlevats en el pas 1 (caldrà determinar el volum corresponent d'euros a vendre a termini en el pas 0). Si interessés tenir euros en comptes de dòlars, es podrien canviar els 45 \$ en el mercat de divises a la vista del moment.

La seqüència d'operacions anterior mostra com aprofitar les oportunitats d'arbitratge quan $e^F > \frac{e(1+i^*)}{1+i}$ (o, equivalentment, $e^F(1+i) > e(1+i^*)$). Quins efectes sobre aquestes variables tindrien les operacions?

- En primer lloc, la venda d'euros a termini del pas 0 tendria a rebaixar el valor de l'euro a termini. Per consegüent, e^F tendria a caure i, d'aquesta manera, el valor superior $e^F(1+i)$ s'acostaria al valor inferior $e(1+i^*)$.
- El pas 1 contribueix a incrementar la demanda de préstecs en dòlars, la qual cosa posaria pressió a l'alça sobre i^* . Això contribuiria a què el valor més petit $e(1+i^*)$ de la desigualtat s'apropés al valor superior $e^F(1+i)$.

- La compra d'euros en el mercat a la vista en el pas 2 representa un augment de la demanda d'euros i, d'aquí, l'euro tendria a apreciar-se respecte del dòlar. Com a conseqüència, e s'incrementaria i novament hi hauria pressió per a què el terme més petit $e(1 + i^*)$ de la desigualtat s'apropés al valor superior $e^F(1 + i)$.
- Finalment, el préstec d'euros del pas 3 equival a un increment de l'oferta de liquiditat en el mercat domèstic de liquiditat, per la qual cosa la taxa domèstica i tendria a minvar. Així, el valor superior $e^F(1 + i)$ s'aproparia al valor inferior $e(1 + i^*)$.

Per tot plegat, les operacions dutes en els passos 0, 1, 2 i 3 tendrien a reduir la diferència entre el valor superior $e^F(1 + i)$ i el valor inferior $e(1 + i^*)$ tendria a reduir-se. Mentre es mantingui la diferència, els passos anteriors continuaran generant beneficis segurs. Aquest mannà s'acaba quan s'assoleix la igualtat entre $e^F(1 + i)$ i $e(1 + i^*)$.

L'existència simultània de taxes de canvi a la vista i a termini ofereix la possibilitat d'especular a termini. L'especulació a termini té un avantatge sobre l'especulació a la vista: en principi, es pot realitzar sense disposar d'efectiu o de facilitats de crèdit per a pagar les transaccions. Per definició, les compres a termini es paguen en el futur, no quan s'acorden (a diferència de les compres a la vista).

Com a il·lustració, sigui $e^F = 2$ \$/€ i suposem que s'expecta que la taxa de canvi a la vista futura (la taxa de canvi en el moment en què cal que efectives les compres a la taxa e^F) és $e^e = 3$ \$/€. Aquests valors suggereixen que (es creu que), en el futur, l'euro serà més barat segons la taxa a termini i més car segons la taxa a la vista. Com sempre, caldrà comprar l'euro on és barat i vendre'l on és car.

Concretant, comprem 100 € a termini. Ara per ara això significa signar un contracte on ens comprometem a comprar 100 € en el futur segons la taxa $e^F = 2$ \$/€ (per consegüent, caldrà que aleshores paguem 200 \$ pels 100 €).

Quan arriba el moment de complir amb el contracte, comprem els 100 € i, si l'encertem amb la taxa de canvi a la vista d'aleshores, podem vendre els 100 € segons el canvi $e^e = 3$ \$/€. Això comporta aconseguir 300 \$, suficients per a pagar els 200 \$ del contracte de futurs. El benefici net són 100 \$ (per cada 100 € que es compren a termini).

[Com és que aconseguim els 100 € i en disposem abans de pagar-los? Una explicació és que fem les dues operacions amb un únic agent, com ara un banc. Signem el contracte de futurs amb el banc, arribat el moment li fem la venda a la vista i el banc s'encarrega de liquidar les dues operacions pel net. Aquesta pràctica (si el banc no ens exigeix alguna mena de dipòsit de garantia) reforça la idea que l'especulació a termini no requereix disposar d'inici de mitjans per a invertir en l'especulació. Naturalment, si errem en la predicció de manera seriosa, el saldo de l'operació és negatiu i tindrem un deute amb el banc.]

Aquest exemple il·lustra com (en aquest cas) l'especulació connectaria els valors ombrejats en la taula de la Fig. 16.

temps	1	2	3	4	5	6	7	...
taxa a la vista	e_1	e_2	e_3	e_4	e_5	e_6	e_7	...
expectatives en $t = 1$	—	${}^1e_2^e$	${}^1e_3^e$	${}^1e_4^e$	${}^1e_5^e$	${}^1e_6^e$	${}^1e_7^e$	...
taxa a termini en $t = 1$	—	${}^1e_2^F$	${}^1e_3^F$	${}^1e_4^F$	${}^1e_5^F$	${}^1e_6^F$	${}^1e_7^F$	...

Fig. 16. Valors connectats per l'especulació (taxa a termini i taxa a la vista esperada)

8. Paritat coberta d'interessos i arbitratge triangular a la vista i a termini

L'anàlisi de paritats feta amb dues monedes es pot estendre a més monedes. Amb més monedes hi ha més mercats i més mercats on poden aparèixer oportunitats d'arbitratge. En concret, què hi ha de l'arbitratge triangular a termini? És necessari (com en el cas de les taxes a la vista) per a garantir la consistència entre taxes a termini directes i indirectes?

Es demostra a continuació el següent resultat remarcable (perquè facilita l'assoliment de valors consistents en els mercats a termini): si es compleix la paritat coberta per a cada parell de monedes i si no hi ha oportunitats d'arbitratge triangular a la vista, aleshores no hi ha oportunitats d'arbitratge triangular a termini. Esquemàticament,

Paritat coberta $\Rightarrow$ (No arbitratge triangular a la vista $\Rightarrow$ No arbitratge triangular a termini).

Aquest resultat torna a il·lustrar la idea que l'arbitratge connecta mercats (en aquest cas, els mercats a la vista i a termini). En concret, el resultat estableix que (satisfent-se la paritat coberta d'interessos entre les taxes de canvi de cada dues monedes) si s'esgoten les oportunitats d'arbitratge triangular en els mercats de divises a la vista, llavors no és necessari preguntar-se si hi haurà oportunitats d'arbitratge triangular desaprofitades en els mercats de divises a termini: no n'hi ha. En la llista 2 d'exercicis es demana demostrar que

Paritat coberta $\Rightarrow$ (No arbitratge triangular a termini $\Rightarrow$ No arbitratge triangular a la vista).

Combinant tots dos resultats es conclou que la paritat coberta fa equivalent l'absència d'arbitratge triangular a la vista i a termini. Assumida la paritat coberta, si s'han esgotat totes les possibilitats d'arbitratge triangular a termini, aleshores no cal amoninar-se per l'arbitratge triangular a la vista: eliminar les oportunitats d'arbitratge triangular a termini elimina (en presència de la paritat coberta) les oportunitats d'arbitratge triangular a la vista. I a l'inrevés: si s'han esgotat totes les possibilitats d'arbitratge triangular a la vista, aleshores no cal amoninar-se per l'arbitratge triangular a termini: eliminar les oportunitats d'arbitratge triangular a la vista elimina (en

presència de la paritat coberta) les oportunitats d'arbitratge triangular a termini. Per a demostrar que

Paritat coberta $\Rightarrow$ (No arbitratge triangular a la vista $\Rightarrow$ No arbitratge triangular a termini)

prenguem tres monedes (\$, € i ¥), suposem la paritat coberta (entre cada parell de monedes) i, a més, que no hi ha oportunitats d'arbitratge triangular. La darrera hipòtesi significa que la taxa de canvi directa entre cada dues monedes coincideix amb la taxa de canvi indirecta entre elles. Formalment,

$$e_{\$/\epsilon} \cdot e_{\epsilon/\text{¥}} = e_{\$/\text{¥}}.$$

Aquesta condició es pot expressar de manera equivalent com

$$e_{\$/\epsilon} \cdot e_{\epsilon/\text{¥}} \cdot e_{\text{¥}/\$} = 1.$$

Si, a més, es compleixen les paritats cobertes entre cada parell de monedes, se satisfarà la paritat coberta entre dòlar i euro

$$\frac{e_{\$/\epsilon}}{e_{\$/\epsilon}^F} = \frac{1 + i_{\epsilon}}{1 + i_{\$}},$$

entre euro i ien

$$\frac{e_{\epsilon/\text{¥}}}{e_{\epsilon/\text{¥}}^F} = \frac{1 + i_{\text{¥}}}{1 + i_{\epsilon}},$$

i entre ien i dòlar

$$\frac{e_{\text{¥}/\$}}{e_{\text{¥}/\$}^F} = \frac{1 + i_{\$}}{1 + i_{\text{¥}}}.$$

Aïllant-ne les taxes a la vista en les darreres tres equacions i introduint-ne el resultat en la condició d'absència d'arbitratge a la vista, $e_{\$/\epsilon} \cdot e_{\epsilon/\text{¥}} \cdot e_{\text{¥}/\$} = 1$, s'obté

$$\left(e_{\$/\epsilon}^F \cdot \frac{1 + i_{\epsilon}}{1 + i_{\$}} \right) \cdot \left(e_{\epsilon/\text{¥}}^F \cdot \frac{1 + i_{\text{¥}}}{1 + i_{\epsilon}} \right) \cdot \left(e_{\text{¥}/\$}^F \cdot \frac{1 + i_{\$}}{1 + i_{\text{¥}}} \right) = 1$$

i, atès que les diferents taxes d'interès brutes es cancel·len, en resta la condició d'absència d'arbitratge triangular a termini:

$$e_{\$/\epsilon}^F \cdot e_{\epsilon/\text{¥}}^F \cdot e_{\text{¥}/\$}^F = 1.$$

9. Paritat del poder adquisitiu

La teoria de la paritat del poder adquisitiu (versió absoluta) sosté que la taxa de canvi entre dues monedes s'ajusta per a igualar el poder de compra de les monedes en les dues economies (una senzilla, plausible però invàlida teoria). Essent P l'IPC domèstic i P^* l'IPC estranger, la taxa de canvi e_{PPA} de paritat del poder adquisitiu satisfà

$$e_{PPA} = \frac{P^*}{P}.$$

La teoria de la paritat del poder adquisitiu (versió relativa) sosté que la variació $E = \frac{e' - e}{e}$ de la taxa de canvi entre dues monedes està determinada per les diferències entre les taxes d'inflació:

$$E \approx \pi^* - \pi.$$

Segons la paritat relativa, la moneda domèstica s'aprecia quan el nivell de preus estranger creix més ràpidament que el nivell de preus domèstic i la magnitud de l'apreciació es correspon amb la diferència de la taxa de creixement dels preus. Segons la paritat absoluta, la moneda domèstica s'aprecia simplement quan el nivell de preus estranger és més gran que el domèstic.

La paritat absoluta és més estricta que la relativa. La condició $E \approx \pi^* - \pi$ pot derivar-se de la condició $e_{PPA} = \frac{P^*}{P}$. De fet, assumint-ne l'absoluta,

$$1 + E = 1 + \frac{e' - e}{e} = 1 + \frac{e'}{e} - 1 = \frac{e'}{e} = \frac{\frac{P'^*}{P'}}{\frac{P^*}{P}} = \frac{\frac{P'^*}{P^*} - 1 + 1}{\frac{P'}{P} - 1 + 1} = \frac{\pi^* + 1}{\pi + 1}.$$

D'aquí

$$(1 + E)(1 + \pi) = 1 + \pi^*$$

i

$$1 + E + \pi + E\pi = 1 + \pi^*$$

d'on s'obté l'aproximació

$$E \approx \pi^* - \pi$$

quan s'assumeix que el producte $E\pi$ és menyspreable.

10. Implicació de la paritat no coberta i la paritat relativa

Per la paritat no coberta,

$$E^e \approx i^* - i.$$

Per la paritat relativa,

$$E^e \approx \pi^{e*} - \pi^e.$$

Combinant-les,

$$i^* - i \approx \pi^{e*} - \pi^e.$$

Reordenant,

$$i^* - \pi^{e*} \approx i - \pi^e.$$

Per tant, si se satisfan la paritat d'interessos no coberta i la paritat relativa del poder adquisitiu, aleshores les taxes d'interès real són aproximadament iguals:

$$i_r^* \approx i_r.$$

Aquest resultat es pot generalitzar partint de la definició de taxa de canvi real:

$$e_r = e \cdot \frac{P}{P^*}.$$

Sigui

$$E_r = \frac{e_r' - e_r}{e_r}$$

la taxa de variació de la taxa de canvi real, on e_r és la taxa de canvi real corrent i e_r' la taxa de canvi real futura. Sigui

$$E = \frac{e' - e}{e}$$

on e és la taxa de canvi nominal corrent i e' la taxa de canvi nominal futura. De la definició de la taxa de canvi real se segueix la següent aproximació, on és la taxa de variació de la taxa de canvi real:

$$E_r \approx E + \pi - \pi^*.$$

Formant expectatives de cada variable,

$$E_r^e \approx E^e + \pi^e - \pi^{e*} = E^e - (\pi^{e*} - \pi^e).$$

Atès que, per la paritat no coberta,

$$E^e \approx i^* - i$$

se segueix que

$$E_r^e \approx (i^* - i) - (\pi^{e*} - \pi^e).$$

Reordenant

$$E_r^e \approx (i^* - \pi^{e*}) - (i - \pi^e) = i_r^* - i_r.$$

Aquest resultat indica que la variació expectada de la taxa de canvi real aproximadament coincideix amb la diferència de taxes d'interès real.

11. Altres paritats financeres: igualtat de rendibilitat dels actius financers

La idea que hi ha una paritat (si més no, aproximada) entre les rendibilitats dels diferents actius financers (un cop descomptades les seves diferències en risc, liquiditat i venciment) és el fonament d'una teoria sobre la determinació del preu dels actius financers.

Un exemple prou simple considera la paritat de rendibilitat entre un préstec típic i una lletra del Tresor, que és un actiu financer que s'emet a descompte: a canvi de pagar ara un preu P , la lletra paga al venciment un valor fix, el seu valor nominal V . La taxa de rendibilitat (o taxa d'interès implícita) de la lletra seria

$$i_{lletra} = \frac{V - P}{P},$$

el benefici $V - P$ que proporciona la compra de la lletra dividit pel cost P d'adquirir-la. La taxa de rendibilitat del préstec (assumit amb un venciment igual que la lletra) és la taxa d'interès i de l'economia.

La condició de paritat entre el rendiment de les dues inversions (prestar i comprar una lletra) és

$$i_{lletra} = i;$$

això és,

$$\frac{V - P}{P} = i.$$

Aïllant-ne P , s'arriba a

$$P = \frac{V}{1 + i}.$$

Aquesta equació expressa el preu de la lletra com a funció inversa de la taxa d'interès: com més alta és la taxa d'interès (com més rendible és prestar), més petit ha de ser el preu de la lletra (per a fer la compra de lletres igualment atractiva que el préstec de diner).

El mateix principi justificaria la fórmula

$$P = \frac{V}{(1 + i_1)(1 + i_2)}$$

com a preu d'una lletra amb venciment a dos períodes i taxes d'interès (d'un préstec) i_1 i i_2 en el primer i segon períodes. Una interpretació de la fórmula és que el preu d'una lletra que venç en dos períodes és el valor descomptat present del seu valor final V .

Sobre aquesta base es pot construir una teoria sobre la formació d'expectatives sobre taxes d'interès futures. Per exemple, suposem que les alternatives d'inversió financera són comprar un bo a dos períodes i comprar dos bons a un període. El rendiment de la compra del bo a dos períodes seria

$$(1 + i_2)(1 + i_2)$$

on i_2 és la taxa d'interès del bo cada període. El rendiment de la compra del primer bo a un període seria

$$1 + i_1$$

on i_1 és la taxa d'interès del bo a un període. En el moment de la compra del primer bo no es coneix la taxa d'interès del bo a un període del període següent. Però l'expectativa i_1^e de la taxa d'interès futura d'un bo a un període hauria de satisfer, per paritat de rendiments,

$$(1 + i_2)(1 + i_2) = (1 + i_1)(1 + i_1^e).$$

D'aquesta expressió es pot aïllar i_1^e , atès que i_1 i i_2 són coneguts en el període inicial. En concret,

$$1 + 2i_2 + i_2i_2 = 1 + i_1 + i_1^e + i_1i_1^e.$$

Menyspreant els productes de dues taxes (que serà un valor d'un ordre de magnitud inferior al valor d'una taxa), la fórmula del valor aproximada seria

$$i_1^e = 2i_2 - i_1.$$

Per exemple, si la taxa d'interès del bo a dos períodes és $i_2 = 4\%$ i la taxa d'interès del bo a un període (el primer d'ells) és $i_1 = 5\%$, l'expectativa futura sobre la taxa d'interès del bo a un període és $i_1^e = 2i_2 - i_1 = 2 \cdot 4 - 5 = 3\%$. Així, sobre la base de la paritat entre les dues inversions (un bo a dos períodes i dos bons d'un), l'expectativa ha de ser que el bo a un període comprant en el segon període tindrà una taxa d'interès al voltant d'un 3%.

El mateixos principis de paritat permeten posar preu a actius financers més complexos.

- **Exemple 1.** Una lletra del tresor a dos períodes que fa un pagament C cada període (el cupó) i té un valor nominal final de V . Si la taxa d'interès del primer període és i_1 i la del segon és i_2 , la condició de paritat entre el rendiment dels préstecs a aquestes taxes i la compra de la lletra implicaria que el preu de la lletra fos el valor descomptat de cada pagament de la lletra.

$$P = \frac{C}{1 + i_1} + \frac{C + V}{(1 + i_1)(1 + i_2)}$$

- **Exemple 2.** Un bo perpetu: un bo sense venciment que paga C cada període. El preu del bo en el cas on la taxa d'interès i és la mateixa cada període seria

$$P = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{C}{(1 + i)^t} = C \sum_{t=1}^{\infty} \frac{1}{(1 + i)^t}.$$

Fent-ne $x = \frac{1}{1+i}$, es tracta de calcular el sumatori $S = x + x^2 + x^3 + x^4 + \dots$. Però

$$x + x^2 + x^3 + x^4 + \dots = x(1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + \dots)$$

i, així,

$$S = x(1 + S).$$

Un cop s'aïlla S i es desfà la definició d' x ,

$$S = \frac{x}{1-x} = \frac{\frac{1}{1+i}}{1 - \frac{1}{1+i}} = \frac{1}{i}.$$

Com a resultat,

$$P = C \sum_{t=1}^{\infty} \frac{1}{(1+i)^t} = C \cdot S = \frac{C}{i}.$$

Amb taxa d'interès constant i , el preu d'un bo perpetu que paga C cada període és $\frac{C}{i}$.

Il·lustració: un bo perpetu que paga 10 € cada any quan la taxa d'interès és, cada any, del 5% tindrà un preu de $P = \frac{10}{0.05} = \frac{1000}{5} = 200$ €.

12. L'equació de Fisher com a resultat d'una paritat

La idea que hi ha una paritat (si més no, aproximada) entre les rendibilitats dels diferents actius. L'equació de Fisher es pot derivar de la paritat entre els resultats de dos contractes de préstec: un contracte nominal (on s'especifica un pagament en diner) i un altre de real (on s'especifica un pagament de diner equivalent en béns).

Específicament, sigui i la taxa d'interès nominal d'un préstec (entre els moments t i $t+1$) i P el valor de l'IPC (o d'un nivell de preus equivalent) en el moment inicial t . Aleshores és possible plantejar-se dos tipus de contracte.

- Contracte 1: prestar diner segons la taxa d'interès nominal i . Amb aquest contracte, cada euro prestat es convertiria, en $t+1$, en $1+i$ euros.
- Contracte 2: prestar diner en termes reals, de manera que en l'operació de préstec queda garantida una certa taxa d'interès real i_r (això és, queda garantit un determinat poder de compra dels diners retornats). En aquest cas, cada euro prestat equivaldria, en termes reals, a prestar $1/P$ lots de béns (els lots associats amb l'IPC o l'índex de preus considerat). Si l'objectiu del contracte és assolir una taxa d'interès real i_r , els termes del contracte establirien un pagament de diners equivalent a $(1+i_r)/P$ lots de béns.

Si es volgués l'equivalència dels dos contractes en termes dels resultats, es tractaria d'igual el pagament en diner $1+i$ del contracte 1 amb el valor esperat en diner del resultat $(1+i_r)/P$ del contracte 2.

El problema és que, quan se signa el contracte 2 en el moment t , s'ignora el valor monetari dels lots estipulats en el contracte. La raó és que en aquell moment es desconeix el valor dels preus del moment següent. Per aquest motiu, cal formar una expectativa P^e sobre l'IPC o el nivell de

preus del moment $t + 1$. Un cop formulada aquesta expectativa, el valor expectat en euros de $(1 + i_r)/P$ lots de béns és $P^e(1 + i_r)/P$ euros. En suma, la paritat de resultat monetari dels contractes 1 i 2 requereix

$$1 + i = \frac{P^e(1 + i_r)}{P}.$$

Manipulant l'equació (tot definint $\pi^e = \frac{P^e - P}{P}$),

$$1 + i = \frac{P^e}{P}(1 + i_r) = \left(\frac{P^e}{P} - 1 + 1\right)(1 + i_r) = (\pi^e + 1)(1 + i_r).$$

L'equació resultant

$$1 + i = (1 + \pi^e)(1 + i_r)$$

és l'equació de Fisher. Desenvolupant-la

$$1 + i = 1 + i_r + \pi^e + i_r\pi^e$$

s'obté l'expressió

$$i = i_r + \pi^e + i_r\pi^e$$

que indica que la taxa d'interès nominal és la suma de tres components: la taxa d'interès real, la taxa d'inflació expectada i la interacció entre taxa real i expectada. Si es menysprea el darrer terme, s'arriba a la formulació més familiar de l'equació de Fisher:

$$i = i_r + \pi^e.$$

Aquesta relació es pot prendre com a definició de la taxa d'interès real: $i_r = i - \pi^e$.