

1. El model

- Hi ha una economia on poden existir un màxim de tres sectors productius: el sector agrari, el sector industrial i el sector de recerca i innovació.
- Hi ha una quantitat total de factor treball que es normalitza a 1.
- No hi ha atur: tot el factor treball es distribueix entre els sectors productius existents.
- La quantitat de factor treball ocupada en el sector de recerca i innovació és proporcional a la quantitat ocupada en el sector industrial. En concret, per a alguna constant $0 < \beta < 1$,
 - α és la proporció de factor treball ocupada en el sector industrial
 - β és la proporció de factor treball ocupada en el sector de recerca i innovació
 - $1 - \alpha - \beta$ és la proporció de factor treball ocupada en el sector agrari.
- La producció en cada sector és proporcional a la quantitat de factor treball emprada en el sector en el període:

$$Y_a = \lambda_a \cdot (1 - \alpha - \beta)$$

$$Y_i = \lambda_i \cdot \alpha$$

$$Y_r = \lambda_r \cdot \beta$$

on,

- Y_a és la producció agrària
 - Y_i és la producció industrial
 - Y_r és la producció de recerca i innovació
 - λ_a és la productivitat laboral en el sector agrari
 - λ_i és la productivitat laboral en el sector industrial
 - λ_r és la productivitat laboral en el sector de recerca.
- Per a simplificar, $\lambda_r = 1$, de manera que es pot interpretar que la productivitat del sector agrari i de l'industrial depenguin de la quantitat β de factor treball ocupada en recerca i innovació.
- La producció de recerca i innovació es pot considerar un bé intermedi no un bé final. Específicament, l'efecte de la producció present del sector de recerca i innovació es manifesta en la productivitat dels altres sectors. És raonable exigir $\alpha > 0$ per a tenir $\beta > 0$ (que vol dir que el sector de recerca requereix el desenvolupament previ d'un sector industrial).
- Quan existeix el sector de recerca i innovació, la productivitat agrària és $\lambda_a(1 + \beta\gamma)$, on $0 < \gamma < 1$. El paràmetre γ mesura l'impacte de l'activitat de la recerca i la innovació en el sector agrari.
- Quan existeix el sector de recerca i innovació, la productivitat industrial és $\lambda_i(1 + \beta\delta)$, on $0 < \delta < 1$. El paràmetre δ mesura l'impacte de l'activitat de la recerca i la innovació en el sector industrial.
- Per a simplificar, i com a primera aproximació, s'assumeix $\delta = \gamma$: l'impacte en termes relatius de la recerca i la innovació en els altres dos sectors és el mateix.

- La resta del món és una economia suficientment gran que no es veu afectada pel que succeeix a l'economia domèstica. La resta del món té una productivitat superior en els tres sectors.
- L'economia domèstica té avantatge comparatiu en la producció agrària. La resta del món s'assumeix tan gran que no és imprescindible comptar amb producció agrària externa.
- L'economia es pot entendre com un mecanisme que determina un lot de consum agregat lots (C_a, C_i) , on
 - C_a és el consum agregat domèstic de producte agrari i
 - C_i és el consum agregat domèstic de producte industrial.
- Una manera de representar com l'economia determina (C_a, C_i) és assumir que les institucions econòmiques de l'economia operen com si es maximitzés alguna funció de benestar social que depengui dels consums agregats dels dos productes. En concret, es postula la funció de benestar social

$$W = C_a \cdot C_i$$

i s'entén que l'economia 'tria', entre els lots factibles, un lot de consum que maximitza W .

2. Solució sense política industrial i amb comerç internacional

Per hipòtesi, l'economia té avantatge comparatiu (respecte de la resta del món) en la producció agrària. Això implica que la possible producció industrial domèstica no es vendria en l'economia perquè la resta del món, en tenir una productivitat superior en la indústria, podria vendre el producte industrial a un preu inferior (atès que, a més, la resta del món es prou gran com per a produir i vendre el producte industrial que es demandi a l'economia).

En no ser rendible desenvolupar un sector industrial domèstic, no és possible tenir un sector en recerca i innovació. En resum: $\alpha = 0$ i $\beta = 0$.

En la mesura que l'economia només té un sector, l'agrari, s'obté producte industrial mitjançant el comerç: exporta producció agrària i n'importa d'industrial. Això significa que es compleixen les condicions

$$Y_a = Y_a^D + Y_a^{EX}$$

$$Y_a^{EX} = p \cdot Y_i^{IM}$$

$$Y_a = \lambda_a$$

on

- Y_a^D és la producció agrària domèstica que no s'exporta (i es consumirà domèsticament)
- Y_a^{EX} és la producció agrària domèstica que s'exporta
- Y_i^{IM} és la producció industrial estrangera que s'importa i es consumeix domèsticament
- p és el preu internacional de la producció industrial (quantitat de producció agrària que cal lliurar per a obtenir una unitat de producció industrial)

- $Y_a = \lambda_a$ perquè $\alpha = \beta = 0$ implica que tot el factor treball s'ocupa en el sector agrari.

Tal com s'ha definit, p té unitats

$$\frac{\text{unitats de producte agrari}}{\text{unitat de producte industrial}}$$

de manera que representa el cost de la importació de producte industrial. Per a l'economia, un increment de p és un canvi desfavorable. Per la hipòtesi que la resta del món és gran, p es determina a la resta del món i així l'economia no té influència sobre p .

De la combinació de les tres equacions s'obté l'expressió de la frontera de possibilitats de producció

$$Y_a^D + pY_i^M = \lambda_a$$

on s'interpreta que l'economia domèstica 'produeix' producte industrial mitjançant producte agrari (exportant-lo: es pot dir que Catalunya produeix cotxes elèctrics xinesos als camps del Penedès mitjançant vinyes o al delta de l'Ebre mitjançant arrossars).

Més que la frontera de possibilitats de producció interessa la frontera de possibilitats de consum, que es sobre la qual es maximitza la funció de benestar social W . La frontera de consum resulta de combinar la frontera de producció amb dues equacions. La primera diu que tot el consum domèstic de producte agrari és produït domèsticament:

$$C_a = Y_a^D.$$

La segona, que tot el consum domèstic de producte industrial és importat (produït a l'estranger):

$$C_i = Y_i^M.$$

La frontera de consum és

$$C_a + pC_i = \lambda_a.$$

Per les hipòtesis fetes, s'interpreta que l'economia opera per a maximitzar

$$W = C_a \cdot C_i$$

sotmès a la frontera de consum

$$C_a + pC_i = \lambda_a.$$

Inserint la restricció en la funció objectiu

$$W = C_a \frac{(\lambda_a - C_a)}{p}.$$

La solució és

$$\tilde{C}_a = \frac{\lambda_a}{2}$$

i

$$\tilde{C}_i = \frac{\lambda_a}{2p}.$$

Un augment de la productivitat en el sector agrari comporta consumir més producte agrari però també més producte industrial. En canvi, un increment del preu internacional del producte industrial només afecta (negativament) al consum de producte industrial.

En termes de benestar social, s'assoleix

$$\tilde{W} = \tilde{C}_a \cdot \tilde{C}_i = \frac{\lambda_a}{2} \frac{\lambda_a}{2p} = \frac{\lambda_a^2}{4p}.$$

Com a corol·lari d'aquest resultat, tot desenvolupament a la resta del món que apugi p (el preu del producte industrial en termes de producte agrari) provoca una pèrdua de benestar.

De què depèn p ? Una interpretació és que expressa un cost relatiu: quan costa (a la resta del món) produir al sector industrial en relació amb el cost produir al sector agrari. Si la productivitat industrial a l'estranger és λ_I , el cost (en factor treball) de produir una unitat de producte industrial és $1/\lambda_I$. Si la productivitat agrària a l'estranger és λ_A , el cost (en factor treball) de produir una unitat de producte agrari és $1/\lambda_A$. Per això, si els preus capturen els costos, el preu relatiu p d'una unitat de producte industrial en termes de producte agrari seria

$$p = \frac{\text{cost en treball d'una unitat de producte industrial}}{\text{cost en treball d'una unitat de producte agrari}} = \frac{\frac{1}{\lambda_I}}{\frac{1}{\lambda_A}} = \frac{\lambda_A}{\lambda_I} = \frac{\text{producte agrari}}{\text{producte industrial}}.$$

Si l'anterior és vàlid, p creix (i el benestar de l'economia decreix) si, a la resta del món, la productivitat al sector agrari creix més que la productivitat al sector industrial.

Higher labor productivity and price levels in richer and poorer countries,

2019

Labor productivity is expressed as the ratio of total GDP output and total numbers of hours worked. The ratio of PPP conversion factor (GDP) to market exchange rate is taken as proxy for price levels.

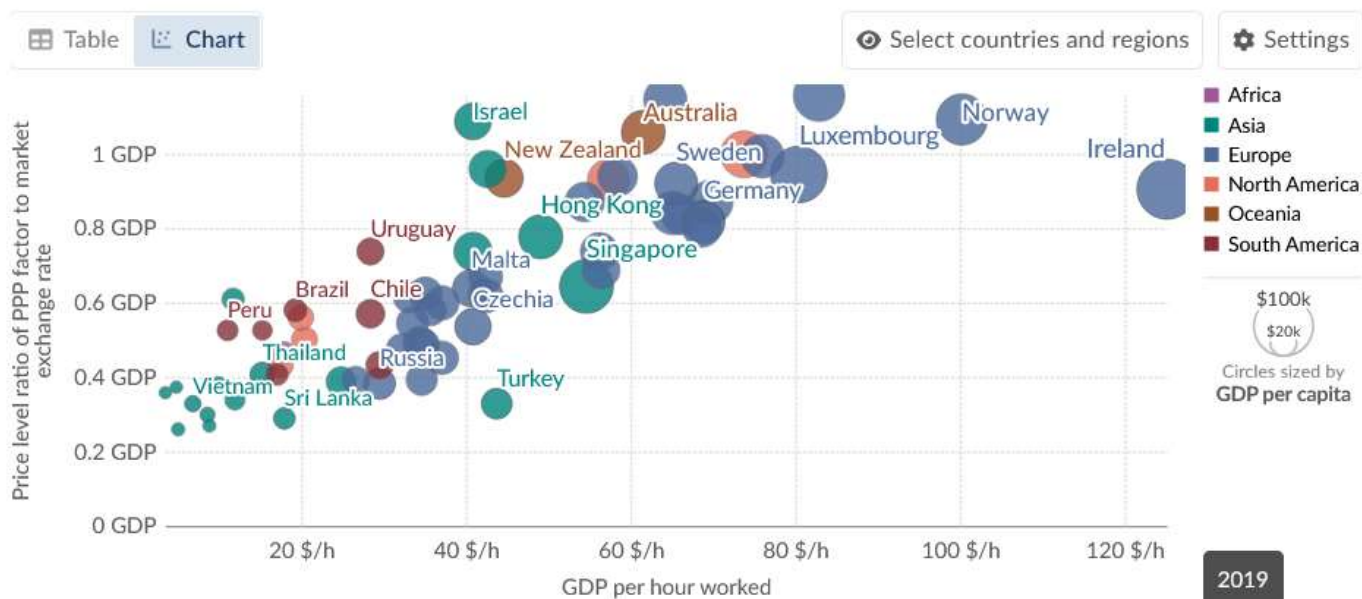


Fig. 1. Correlació positiva entre productivitat laboral i index de preus

<https://ourworldindata.org/grapher/higher-labor-productivity-and-price-levels-in-richer-and-poorer-countries>

3. Solució amb política industrial (tradicional) i sense comerç internacional

El govern prohibeix la importació de producte industrial (que en aquest model equival a prohibir l'exportació de producte agrari) i estimula la creació d'un sector industrial, però impedeix la gènesi d'un sector de recerca i innovació. En suma, ara $\alpha > 0$ i $\beta = 0$.

Això significa que es compleixen les condicions

$$Y_a = \lambda_a(1 - \alpha)$$

$$Y_i = \lambda_i \alpha.$$

Aïllant α en una equació i substituint el resultat en l'altra, s'obté la frontera de producció

$$Y_a + \frac{\lambda_a}{\lambda_i} Y_i = \lambda_a$$

i amb les condicions

$$C_a = Y_a$$

i

$$C_i = Y_i$$

s'arriba a la frontera de consum

$$C_a + \frac{\lambda_a}{\lambda_i} C_i = \lambda_a.$$

El problema de maximitzar

$$W = C_a \cdot C_i$$

sotmès a la frontera de consum

$$C_a + \frac{\lambda_a}{\lambda_i} C_i = \lambda_a$$

és

$$\bar{C}_a = \frac{\lambda_a}{2}$$

i

$$\bar{C}_i = \frac{\lambda_i}{2}.$$

Un augment de la productivitat en el sector agrari comporta consumir més producte agrari però no més producte industrial. Simètricament, un increment de la productivitat en el sector industrial fa consumir més producte industrial però no més producte agrari. El benestar social resultant

$$\bar{W} = \bar{C}_a \cdot \bar{C}_i = \frac{\lambda_a}{2} \frac{\lambda_i}{2} = \frac{\lambda_a \lambda_i}{4}.$$

El benestar social $\bar{W}$ amb política industrial és superior al benestar $\tilde{W}$ sense si, i només si,

$$\frac{\lambda_a \lambda_i}{4} > \frac{\lambda_a^2}{4p}$$

o

$$p > \frac{\lambda_a}{\lambda_i}.$$

Assumint que

$$p = \frac{\lambda_A}{\lambda_I}$$

la condició que faria superior l'adopció de la política industrial és

$$\frac{\lambda_A}{\lambda_I} > \frac{\lambda_a}{\lambda_i}$$

és a dir, la productivitat agrària en relació amb la industrial és més gran a la resta del món que a l'economia. Equivalentment,

$$\lambda_i > \frac{\lambda_a \lambda_I}{\lambda_A}.$$

Això diu que si la productivitat industrial domèstica és suficient gran no val la pena renunciar a un sector industrial propi i substituir-lo per comerç internacional.

Amb tot, $\frac{\lambda_A}{\lambda_I}$ és el producte agrari a què la resta del món renuncia en produir una unitat de producte industrial: el cost d'oportunitat a la resta del món de produir una unitat de producte industrial. Anàlogament, $\frac{\lambda_a}{\lambda_i}$ és el cost d'oportunitat domèstic de produir una unitat de producte industrial. Així

$$\frac{\lambda_A}{\lambda_I} > \frac{\lambda_a}{\lambda_i}$$

significa que l'economia té avantatge comparatiu en la producció industrial, que equival a què la resta del món tingui avantatge comparatiu en la producció agrària. Aquesta conclusió contradiu la hipòtesi que l'economia té avantatge comparatiu en el sector agrari.

Conclusió: el benestar social amb política industrial i sense comerç internacional no pot ser superior al benestar sense política i amb comerç.

4. Solució amb política industrial (moderna) i sense comerç internacional

Igual que en §3, el govern prohibeix la importació de producte industrial i estimula la creació d'un sector industrial, però ara també pretén que es desenvolupi un sector de recerca i innovació. En conseqüència, $\alpha > 0$ i $\beta > 0$.

Les equacions que descriuen el sector productiu són

$$Y_a = \lambda_a(1 + \beta\gamma)(1 - \alpha - \beta)$$

$$Y_i = \lambda_i(1 + \beta\gamma)\alpha$$

$$Y_r = \beta.$$

Aïllant α en la segona equació i substituint el resultat en la primera, s'obté la frontera de producció

$$Y_a + \frac{\lambda_a}{\lambda_i} Y_i = \lambda_a(1 + \beta\gamma)(1 - \beta)$$

i amb les condicions

$$C_a = Y_a$$

i

$$C_i = Y_i$$

s'arriba a la frontera de consum

$$C_a + \frac{\lambda_a}{\lambda_i} C_i = \lambda_a(1 + \beta\gamma)(1 - \beta).$$

El problema de maximitzar

$$W = C_a \cdot C_i$$

sotmès a la frontera de consum

$$C_a + \frac{\lambda_a}{\lambda_i} C_i = \lambda_a(1 + \beta\gamma)(1 - \beta)$$

té com a solucions

$$C_a^* = \frac{\lambda_a(1 + \beta\gamma)(1 - \beta)}{2}$$

i

$$C_i^* = \frac{\lambda_i(1 + \beta\gamma)(1 - \beta)}{2}.$$

Una expansió del sector de recerca (β puja) causa un augment en el consum agrari i en consum industrial quan

$$0 < \frac{dC_a^*}{d\beta} = \frac{\lambda_a}{2} (\gamma(1 - 2\beta) - 1)$$

i quan

$$0 < \frac{dC_i^*}{d\beta} = \frac{\lambda_i}{2} (\gamma(1 - 2\beta) - 1).$$

Les dues derivades són positives quan

- $1 - 2\beta > 0$, això és, amb $\beta < 1/2$ (el sector de recerca no pot ser massa gran, perquè cal que els altres dos sectors tinguin una mida suficient); i, a més,
- $\gamma(1 - 2\beta) > 1$ o, de manera equivalent, $\gamma > \frac{1}{1-2\beta'}$, desigualtat que significa que l'impacte de la recerca i la innovació en els altres sectors (mesurat pel paràmetre γ) ha de ser magnitud suficientment gran.

Estranyament, aquests dos requeriments són més fàcils de satisfer com més petita sigui β . Com més petita β , més fàcil és que $\beta < 1/2$ i més petit el valor $\frac{1}{1-2\beta}$ que γ ha de superar.

Aquest resultat introdueix una asimetria entre els sectors de producció. El sector agrari pot ser tan gran com es vulgui (a §2 era l'únic sector productiu). En el cas complementari on l'economia té avantatge comparatiu en la producció industrial, també és teòricament admissible que l'únic sector productiu fos l'industrial. Per contra, les conclusions anteriors mostren que un sector de recerca 'massa gran' és contraproductiu. D'aquí es pot inferir la següent conjectura: la creació de nous sectors productius exigeix que sectors productius preexistents mantinguin un pes econòmic suficientment gran (la indústria no pot eliminar l'agricultura, i els serveis no poden eliminar la indústria i l'agricultura). Com a segona conjectura, els sectors productius que cal conservar són els que, en el seu moment, van ser els sectors protagonistes de 'revolucions econòmiques' (revolució agrària, revolució industrial...).

El benestar social és

$$W^* = C_a^* \cdot C_i^* = \frac{\lambda_a(1+\beta\gamma)(1-\beta)}{2} \frac{\lambda_i(1+\beta\gamma)(1-\beta)}{2} = \frac{\lambda_a\lambda_i}{4}(1+\beta\gamma)^2(1-\beta)^2.$$

El benestar social W^* amb política industrial moderna (en tant que basada en la recerca i la innovació, creadora d'una 'societat de l'aprenentatge') és superior al benestar $\tilde{W}$ sense si, i només si,

$$\frac{\lambda_a\lambda_i}{4}(1+\beta\gamma)^2(1-\beta)^2 > \frac{\lambda_a^2}{4p}$$

o

$$\frac{\lambda_i}{\lambda_a}(1+\beta\gamma)^2(1-\beta)^2 > \frac{1}{p} = \frac{\lambda_I}{\lambda_A}.$$

Com s'ha argumentat a §3, la presumpció que l'economia té avantatge comparatiu en la producció agrària implica

$$\frac{\lambda_i}{\lambda_a} < \frac{\lambda_I}{\lambda_A}$$

de manera que, per a tenir $W^* > \tilde{W}$, cal

$$(1+\beta\gamma)^2(1-\beta)^2 > 1.$$

És aquesta desigualtat possible en el model? Sí, si γ pren un valor prou elevat:

$$\gamma > \frac{1}{\beta} \left(\frac{1}{1-\beta} - 1 \right) = \frac{1}{\beta} \left(\frac{1-1+\beta}{1-\beta} \right) = \frac{1}{1-\beta}.$$

Atès que calia $\beta < 1/2$, $\frac{1}{1-\beta} < 2$ i, així, simplement es requereix $\gamma > 2$.

Com de plausible és aquesta condició? En el model, per definició, l'activitat del sector de la recerca incrementa la productivitat inicial

$$\lambda_s$$

del sector productiu $s \in \{a, i\}$ a

$$\lambda_s(1 + \beta\gamma).$$

Per consegüent, la taxa de variació de la productivitat (en tant per u) és

$$\frac{\lambda_s(1 + \beta\gamma) - \lambda_s}{\lambda_s} = \beta\gamma.$$

El requisit $\gamma > 2$ indica que el valor β és capaç d'incrementar la productivitat en més d'un $2\beta\%$. Per tant, $\gamma > 2$ diu que cada unitat β de factor treball dedicada a recerca (o cada unitat d'output de recerca, atès que, per construcció del model, $Y_r = \beta$) impacta en la productivitat en més del doble de β .

Aquesta interpretació suggereix que la política industrial moderna representada en aquest model és més apta per a economies avançades, ja que en aquestes sembla més probable l'alta capacitat de transformar recerca i innovació en millores molt significatives de productivitat agrària i industrial.

Exercici 1. I si la incidència del sector de recerca en la productivitat en els altres sectors és proporcional a la mida del sector industrial? Específicament, si la productivitat en el sector agrari és

$$\lambda_a(1 + \alpha\beta\gamma)$$

i la productivitat en el sector industrial és

$$\lambda_i(1 + \alpha\beta\gamma).$$

Exercici 2. I si la incidència del sector de recerca en la productivitat en els altres sectors depèn dels altres sectors? En concret, si la productivitat en el sector agrari és

$$\lambda_a(1 + \alpha\beta\gamma)$$

i la productivitat en el sector industrial és

$$\lambda_i(1 + \alpha\beta\delta)$$

amb $\gamma \neq \delta$.