

6. Modelo 1: Dos bienes

1. Descripción de la economía

- Hay dos bienes, B1 y B2. Ninguno de los dos puede producirse ni acumularse.
- Cada período nacen dos grupos de personas, G1 y G2, cada uno con n miembros.
- Toda persona vive dos períodos consecutivos.
- Los jóvenes sólo obtienen utilidad de B1. Todo joven tiene la función de utilidad $u = c \cdot c'$, donde c es el consumo del bien B1 de joven y c' es el consumo de B1 de mayor.
- Los mayores obtienen utilidad de ambos bienes. Todo mayor tiene la función de utilidad $u' = c' \cdot d'$, donde c' es el consumo del bien B1 de mayor y d' el consumo de B2 de mayor.
- Cada joven de G1 tiene como dotación sólo una unidad de B1. Cada joven de G2 tiene como dotación sólo dos unidades de B1.
- Cada mayor de G1 tiene como dotación sólo una unidad de B2. Cada mayor de G2 tiene como dotación sólo dos unidades de B1.

2. Análisis de decisiones

El análisis procede por inducción hacia atrás: primero se resuelve el problema de decisión de los mayores y, dada esta solución, se resuelve a continuación el problema de los jóvenes. El motivo es que los jóvenes no pueden establecer el consumo de los mayores del bien B2 (en el Modelo 1 con un bien la única variable que afectaba a la utilidad de los mayores —el consumo del bien B1— quedaba completamente determinada por la decisión de los jóvenes).

Sea p el precio de B2 en términos de B1: unidades de B1 a entregar por unidad de B2.

- **Decisiones de los miembros mayores de G1.** Todo mayor de G1 se enfrenta al problema de

$$\begin{aligned} & \text{maximizar } u'_1 = c'_1 \cdot d'_1 \\ & \text{sujeto a } c'_1 = Rl_1 + (1 - d'_1)p' \end{aligned}$$

donde

- c'_1 es el consumo de B1
- d'_1 es el consumo de B2
- l_1 es el volumen de préstamos de joven
- R es el tipo bruto de interés del período anterior
- p' es el precio de B2 (en unidades de B1)
- $(1 - d'_1)p'$ es el ingreso de B1 por la venta de la dotación de B2 no consumida.

Insertando la restricción en la función objetivo, se trata de maximizar

$$u'_1 = (Rl_1 + (1 - d'_1)p') \cdot d'_1$$

respecto de d'_1 . La solución:

$$d'_1 = \frac{Rl_1 + p'}{2p'}$$

• **Decisiones de los miembros mayores de G2.** Todo mayor de G2 se enfrenta al problema de

$$\begin{aligned} &\text{maximizar } u'_2 = c'_2 \cdot d'_2 \\ &\text{sujeto a } c'_2 + d'_2 p' = 2 + Rl_2 \end{aligned}$$

donde

c'_2 es el consumo de B1

d'_2 es el consumo de B2

l_2 es el volumen de préstamos de joven

R es el tipo bruto de interés del período anterior

p' es el precio de B2 (en unidades de B1)

$d'_2 p'$ es el gasto de bien B1 por la compra del bien B2 .

Insertando la restricción en la función objetivo, se trata de maximizar

$$u'_2 = (2 + Rl_2 - d'_2 p') \cdot d'_2$$

respecto de d'_2 . La solución:

$$d'_2 = \frac{Rl_2 + 2}{2p'}$$

3. Análisis de mercados

• **Equilibrio en el mercado del bien B2.** Como los jóvenes no valoran B2, sólo los mayores participan en el mercado de B2. Asumiéndolo competitivo, el precio p' de B2 se obtiene de igualar oferta y demanda de B2. La cantidad total ofertada es

$$n \cdot (1 - d'_1)$$

y la cantidad total demandada es

$$n \cdot d'_2.$$

Por consiguiente, p' satisface

$$1 - d'_1 = d'_2$$

o

$$1 - \frac{Rl_1 + p'}{2p'} = \frac{Rl_2 + 2}{2p'}$$

o

$$R(l_1 + l_2) = p' - 2.$$

La condición de equilibrio en el mercado de préstamos se reduce a

$$l_1 + l_2 = 0$$

y, en consecuencia,

$$p' = 2 \frac{\text{unidades B1}}{\text{unidad B2}}.$$

Esto hace que

$$d'_1 = \frac{Rl_1 + 2}{4}$$

y

$$d'_2 = \frac{Rl_2 + 2}{4}.$$

• **Decisiones de los miembros jóvenes de G2.** Todo joven de G1 se enfrenta al problema de

$$\begin{aligned} &\text{maximizar } u_1 = c_1 \cdot c'_1 \\ &\text{sujeto a } c_1 + l_1 = 1 \\ &c'_1 = Rl_1 + (1 - d'_1)p' \end{aligned}$$

donde

- c_1 es el consumo de joven de B1
- c'_1 es el consumo de mayor de B1
- d'_1 es el consumo de grande de B2
- p' es el precio de B2 (en unidades de B1)
- l_1 es el volumen de préstamos
- R es el tipo bruto de interés.

Dado que el joven anticipa la solución

$$d'_1 = \frac{Rl_1 + p'}{2p'} = \frac{Rl_1 + 2}{4}$$

a su problema de mayor, la segunda restricción se transformar en

$$c'_1 = Rl_1 + \left(1 - \frac{Rl_1 + 2}{4}\right) 2$$

o

$$c'_1 = \frac{Rl_1 + 2}{2}.$$

Tras introducir ambas restricciones en la función objetivo, se trata de maximizar

$$u_1 = (1 - l_1) \cdot \left(\frac{R \cdot l_1 + 2}{2} \right)$$

respecto de l_1 .

La solución:

$$l_1 = \frac{1}{2} - \frac{1}{R}.$$

• **Decisiones de los miembros de G2.** Todo joven de G2 se enfrenta al problema de

$$\begin{aligned} \text{maximizar } u_2 &= c_2 \cdot c'_2 \\ \text{sujeto a } c_2 + l_2 &= 2 \\ c'_2 + d'_2 p' &= 2 + Rl_2 \end{aligned}$$

Empleando las soluciones previamente obtenidas, la segunda restricción es

$$c'_2 + \left(\frac{Rl_2 + 2}{4} \right) 2 = 2 + Rl_2$$

o

$$c'_2 = 1 + \frac{Rl_2}{2}.$$

Tras introducir las dos restricciones en la función objetivo, se trata de

$$\text{maximizar } u_2 = (2 - l_2) \cdot \left(1 + \frac{Rl_2}{2} \right)$$

respecto de l_2 . La solución:

$$l_2 = 1 - \frac{1}{R}.$$

• **Equilibrio en el mercado de préstamos.** Sólo participan los jóvenes en el mercado de préstamos. Asumiendo competitivo, la tasa de interés R de los préstamos se obtiene (una vez cancelado n) de la condición

$$l_1 + l_2 = 0;$$

esto es,

$$\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{R} \right) + \left(1 - \frac{1}{R} \right) = 0.$$

La solución:

$$R = \frac{4}{3}.$$

4. Comparación

Esta ampliación del Modelo 1 admite comparación con el Modelo 1 original. La ampliación introduce un segundo bien, que sólo valoran los grandes; mantiene las dotaciones del primer bien; y asigna el segundo bien a aquellos que no tenían del primero. Se podría interpretar que los mayores de G1 (que no tienen dotación del primer bien) inventan un segundo bien, que monopolizan y que sólo valoran los mayores.

Los préstamos del primer bien ahora son

$$l_1 = -\frac{1}{4}$$
$$l_2 = \frac{1}{4}.$$

La introducción del segundo bien hace intercambiar las posiciones de los participantes en el mercado de préstamos: antes, los jóvenes de G1 eran prestamistas y ahora se convierten en prestatarios; antes, los jóvenes de G2 eran prestatarios y ahora son prestamistas.

El consumo de B1 entre los jóvenes es

$$c_1 = 1 - l_1 = \frac{5}{4}$$
$$c_2 = 2 - l_2 = \frac{7}{4}.$$

Incorporar el segundo bien hace que los jóvenes de G1 consuman más del primer bien (1/2 sube a 5/4) y los jóvenes de G2 consumen menos (5/2 cae hasta 7/4). El consumo de B1 entre los mayores es

$$c'_1 = \frac{Rl_1 + 2}{2} = \frac{5}{6}$$
$$c'_2 = 1 + \frac{Rl_2}{2} = \frac{7}{6}.$$

En comparación con el Modelo 1 original, los mayores de G1 consumen más del primer bien (1/3 sube a 5/6) y los mayores de G2 consumen menos (5/3 cae hasta 7/6).

Es destacable que la distribución del consumo de B1 entre jóvenes y mayores se mantiene constante: los jóvenes realizan el 60% del consumo (3n sobre la dotación total 5n de B1) y los mayores el 40% restante.

El consumo del segundo bien de los mayores es

$$d'_1 = \frac{Rl_1 + 2}{4} = \frac{5}{12}$$
$$d'_2 = \frac{Rl_2 + 2}{4} = \frac{7}{12}.$$