13. Modelo 1: impuestos

1. Descripción de la economía

• Hay un único bien que no puede producirse ni acumularse.

• Cada período nacen dos grupos de personas, G1 y G2, cada uno con n miembros.

• Cada persona vive dos períodos consecutivos.

• Todo joven tiene la función de utilidad $u = c \cdot c'$, donde c es el consumo del bien de joven y c' el consumo de mayor. Todo mayor tiene la función de utilidad $u' = c'$.

• La dotación de cada miembro de G1 es $(1, 0)$: una unidad del bien joven y ninguna de mayor. La dotación de cada miembro de G2 es $(2, 2)$: dos unidades de joven y dos de mayor.

• Se acepta la obligación de pagar impuestos de joven (impuestos de cuantía fija, impuestos sobre las dotaciones o impuestos sobre el consumo) a cambio de recibir transferencias (una pensión) de mayor. No hay desperdicio: todo lo que se recauda entre los jóvenes se distribuye entre los mayores.

2. Opción 1: impuesto de cuantía fija

• **Impuesto de cuantía fija.** Cada joven paga una cantidad fija τ del bien. La cantidad total recaudada entre los jóvenes se distribuye igualitariamente entre los mayores del período, de manera que cada mayor recibe la cantidad τ' del bien.

• **Decisión sobre préstamos de los miembros de G1.** Todo joven del grupo G1 se enfrenta al problema de

$$\begin{aligned} \text{maximizar} \quad & u_1 = c_1 c_1' \\ \text{sujeto a} \quad & c_1 + l_1 + \tau = 1 \\ & c_1' = R l_1 + \tau' \end{aligned}$$

donde

c_1 es el consumo de joven,
c_1' es el consumo de mayor,
l_1 son los préstamos (ofrecidos si $l_1 > 0$; demandados si $l_1 < 0$),
τ es el impuesto que se paga de joven,
τ' es la transferencia (pensión) que se recibe de mayor, y
R es el tipo de interés bruta.

Tanto τcomo τ'son parámetros sobre los que los individuos consideran que no tienen control alguno. Aislando el consumo en ambas restricciones e insertando el resultado en la función objetivo, el problema se reduce a

$$\text{maximizar} \quad u_1 = (1 - l_1 - \tau)(R l_1 + \tau') \quad \text{respecto de } l_1$$

La solución:

$$\boxed{l_1 = \frac{1-\tau}{2} - \frac{\tau'}{2R}.}$$

• **Decisión sobre préstamos de los miembros de G2.** Todo joven del grupo G2 se enfrenta al problema de

$$\begin{aligned} &\text{maximizar} && u_2 = c_2 c_2' \\ &\text{sujeto a} && c_2 + l_2 + \tau = 2 \\ & && c_2' = 2 + R l_2 + \tau' \end{aligned}$$

de donde se concluye que

$$\boxed{l_2 = 1 - \frac{\tau}{2} - \frac{\tau' + 2}{2R}.}$$

• **Equilibrio en el mercado de préstamos.** En el equilibrio del mercado de préstamos

$$nl_1 + nl_2 = 0.$$

El tipo de interés R de equilibrio satisface

$$\left(\frac{1-\tau}{2} - \frac{\tau'}{2R}\right) + \left(1 - \frac{\tau}{2} - \frac{\tau' + 2}{2R}\right) = 0.$$

Como resultado,

$$\boxed{R = \frac{2 + 2\tau'}{3 - 2\tau}.}$$

Si $\tau = \tau' = 0$, se obtiene el tipo de interés $R = 2/3$ del caso sin impuestos ni transferencias. Además, el tipo de interés depende positivamente tanto del impuesto τ como de la transferencia τ'. Con impuestos y transferencias positivos, el tipo de interés será mayor que sin ellos. La explicación parece ser de oferta, dado que, respecto del caso sin impuestos ni transferencias:

(i) disponer de la transferencia de mayor reduce la necesidad de los jóvenes de G1 de ofrecer préstamos;

(ii) tener que pagar el impuesto de joven reduce la oferta de préstamos.

En el equilibrio,

$$l_1 = \frac{1}{2} - \left(\frac{\tau}{2} + \frac{\tau'(3-2\tau)}{4(1+\tau')}\right) = \frac{1}{2} - \frac{2\tau + 3\tau'}{4(1+\tau')}$$

que es una oferta de préstamos inferior a cuando no había impuestos ni transferencias ($l_1 = 1/2$).

El análisis anterior queda incompleto porque debe añadirse la condición de distribución igualitaria de la recaudación (que podría interpretarse como la conjunción de dos requerimientos: factibilidad de las transferencias y no desperdicio de los impuestos). Esto es, la cantidad recaudada $2n\tau$ de bien debe coincidir con la cantidad distribuida $2n\tau'$. De este requerimiento se deduce

$$\boxed{\tau = \tau' .}$$

El tipo de interés de equilibrio resultante es

$$\boxed{R = \frac{2+2\tau}{3-2\tau} .}$$

• **Ejercicio.** Determina los lotes de consumo y la utilidad de jóvenes y mayores, comparando los resultados con los del caso sin impuestos ni transferencias.

3. Opción 2: impuesto proporcional sobre la dotación

• **Impuesto sobre la dotación.** Cada joven paga una proporción fija $0 < \tau < 1$ de su dotación. La cantidad total recaudada entre los jóvenes se distribuye igualitariamente entre los mayores del período, de manera que cada mayor reciba la cantidad τ' del bien. De los jóvenes de G1 se recaudaría $n \cdot 1 \cdot \tau$; de los jóvenes de G2, $n \cdot 2 \cdot \tau$. En total, $3n\tau$. Con $2n$ mayores, cada mayor recibiría la transferencia

$$\boxed{\tau' = \frac{3}{2}\tau .}$$

• **Decisión sobre préstamos de los miembros de G1.** Todo joven del grupo G1 se enfrenta al problema de

$$\begin{array}{ll} \text{maximizar} & u_1 = c_1 c_1' \\ \text{sujeto a} & c_1 + l_1 + 1\tau = 1 \\ & c_1' = R l_1 + \frac{3}{2}\tau \end{array}$$

donde

c_1 es el consumo de joven,
c_1' es el consumo de mayor,
l_1 son los préstamos (ofrecidos si $l_1 > 0$; demandados si $l_1 < 0$),
τ es el tipo impositivo sobre la dotación que se paga de joven, y
R es el tipo de interés bruto.

Insertando las dos restricciones en la función objetivo, el problema se reduce a

$$\text{maximizar } u_1 = (1 - l_1 - \tau)\left(R l_1 + \tfrac{3}{2}\tau\right) \text{ respecto de } l_1.$$

La solución:

$$\boxed{l_1 = \frac{1-\tau}{2} - \frac{3\tau}{4R} .}$$

• **Decisión sobre préstamos de los miembros de G2.** Todo joven del grupo G2 se enfrenta al problema de

$$\begin{array}{ll} \text{maximizar} & u_2 = c_2 c_2' \\ \text{sujeto a} & c_2 + l_2 + 2\tau = 2 \\ & c_2' = 2 + R l_2 + \frac{3}{2}\tau \end{array}$$

de donde se concluye que

$$\boxed{l_2 = 1 - \tau - \frac{1}{R} - \frac{3\tau}{4R}.}$$

• **Equilibrio en el mercado de préstamos.** En el equilibrio del mercado de préstamos,

$$nl_1 + nl_2 = 0.$$

El tipo de interés R de equilibrio satisface

$$\left(\frac{1-\tau}{2} - \frac{3\tau}{4R}\right) + \left(1 - \tau - \frac{1}{R} - \frac{3\tau}{4R}\right) = 0.$$

Así pues,

$$\boxed{R = \frac{2+3\tau}{3-3\tau}.}$$

Como en la opción 1, el tipo de interés depende positivamente del tipo impositivo τ. En el equilibrio,

$$l_1 = \frac{1}{2} - \left(\frac{\tau}{2} + \frac{3\tau}{4R}\right) = \frac{1}{2} - \frac{\tau(13-3\tau)}{8+12\tau}$$

que es una oferta de préstamos inferior a cuando no había impuestos ni transferencias ($l_1 = 1/2$).

• **Ejercicio.** Determina los lotes de consumo y la utilidad de jóvenes y mayores, y compara los resultados con los del caso sin impuestos ni transferencias.

4. Opción 3: impuesto proporcional sobre el consumo

• **Impuesto sobre el consumo.** Cada joven paga una cantidad proporción fija $0 < \tau < 1$ de su consumo. La cantidad total recaudada entre los jóvenes se distribuye igualitariamente entre los mayores del período, de manera que cada mayor reciba la cantidad τ' del bien. De los jóvenes de G1 se recaudaría $n \cdot c_1 \cdot \tau$; de los jóvenes de G2, $n \cdot c_2 \cdot \tau$. En total, $n\tau(c_1 + c_2)$. Con $2n$ mayores, cada mayor recibe la transferencia

$$\boxed{\tau' = \frac{c_1 + c_2}{2}\tau.}$$

Se asume que los jóvenes ignoran esta relación y, por tanto, tratan τ' como un parámetro.

• **Decisión sobre préstamos de los miembros de G1.** Todo joven del grupo G1 se enfrenta al problema de

$$\begin{aligned} &\text{maximizar} \;\; u_1 = c_1 c_1' \\ &\text{sujeto a} \quad\;\; c_1 + l_1 + \tau c_1 = 1 \\ &\qquad\qquad\quad\;\; c_1' = R l_1 + \tau' \end{aligned}$$

donde

c_1 es el consumo de joven,
c_1' es el consumo de mayor,
l_1 son los préstamos (ofrecidos si $l_1 > 0$; demandados si $l_1 < 0$),
τ es el tipo impositivo sobre el consumo que se paga de joven,
τ' es la transferencia (pensión) que se recibe de mayor, y
R es el tipo de interés bruta.

Insertando las dos restricciones en la función objetivo, el problema se reduce a

$$\text{maximizar} \;\; u_1 = \left(\frac{1-l_1}{1+\tau}\right)(R l_1 + \tau') \;\; \text{respecto de } l_1$$

Al τ ser un parámetro, este problema es equivalente a

$$\text{maximizar} \;\; u_1 = (1 - l_1)(R l_1 + \tau') \;\; \text{respecto de } l_1$$

La solución:

$$\boxed{l_1 = \frac{1}{2} - \frac{\tau'}{2R}.}$$

• **Decisión sobre préstamos de los miembros de G2.** Todo joven del grupo G2 se enfrenta al problema de

$$\begin{aligned} &\text{maximizar} \;\; u_2 = c_2 c_2' \\ &\text{sujeto a} \quad\;\; c_2 + l_2 + \tau c_2 = 2 \\ &\qquad\qquad\quad\;\; c_2' = 2 + R l_2 + \tau' \end{aligned}$$

de donde se concluye que

$$\boxed{l_2 = 1 - \frac{1}{R} - \frac{\tau'}{2R}.}$$

• **Equilibrio en el mercado de préstamos.** En el equilibrio del mercado de préstamos,

$$n l_1 + n l_2 = 0.$$

Por consiguiente, el tipo de interés R de equilibrio satisface

$$\left(\frac{1}{2}-\frac{\tau'}{2R}\right)+\left(1-\frac{1}{R}-\frac{\tau'}{2R}\right)=0$$

y así

$$\boxed{R=\frac{2(1+\tau')}{3}\,.}$$

Puesto que

$$l_1=\frac{1}{2}-\frac{\tau'}{2R}=\frac{1}{2}-\frac{3\tau'}{4+4\tau'}$$

y

$$l_2=1-\frac{1}{R}-\frac{\tau'}{2R}=1-\frac{6+3\tau'}{4+4\tau'}$$

los consumos de jóvenes son

$$c_1=\frac{1-l_1}{1+\tau}=\frac{\frac{1}{2}+\frac{3\tau'}{4+4\tau'}}{1+\tau}=\frac{\frac{1}{2}}{1+\tau}+\frac{3\tau'}{(1+\tau)(4+4\tau')}$$

y

$$c_2=\frac{2-l_2}{1+\tau}=\frac{1+\frac{6+3\tau'}{4+4\tau'}}{1+\tau}=\frac{1}{1+\tau}+\frac{6+3\tau'}{(1+\tau)(4+4\tau')}.$$

Sabiendo que

$$\tau'=(c_1+c_2)\frac{\tau}{2}$$

se concluye que

$$\tau'=\left(\frac{\frac{1}{2}}{1+\tau}+\frac{6+6\tau'}{(1+\tau)(4+4\tau')}\right)\frac{\tau}{2}=\left(\frac{\frac{1}{2}}{1+\tau}+\frac{3}{2(1+\tau)}\right)\frac{\tau}{2}=\left(\frac{2}{1+\tau}\right)\frac{\tau}{2}=\frac{\tau}{1+\tau}.$$

En resumen,

$$\boxed{R=\frac{2}{3}\,(1+\tau')=\frac{2}{3}\left(1+\frac{\tau}{1+\tau}\right)=\frac{2+4\tau}{3+3\tau}.}$$

Dado que $\frac{dR}{d\tau}=\frac{2}{3}\frac{1}{(1+\tau)^2}>0$, se mantiene el resultado de que el tipo de interés depende positivamente de los impuestos (en este caso, del tipo impositivo sobre el consumo).

• **Ejercicio.** Determina los lotes de consumo y la utilidad de jóvenes y mayores, comparando los resultados con los del caso sin impuestos ni transferencias.

5. Sugerencias

1. Analiza la opción 3 si se sabe que la transferencia depende del propio consumo.
2. Analiza cada opción si los mayores pagan los impuestos y los jóvenes reciben las transferencias.
3. Analiza cada opción si los jóvenes saben que deben pagar el impuesto pero ignoran que recibirán una transferencia de mayores.
4. Compara la utilidad de jóvenes y mayores en cada una de las tres opciones y con el caso sin estructura fiscal.