

14. Modelo 1: impuesto sobre prestamistas

1. Descripción de la economía

- Hay un único bien que no puede producirse ni acumularse.
- Cada período nacen dos grupos de personas, G1 y G2, cada uno con n miembros.
- Una persona vive dos períodos consecutivos.
- Todo joven tiene la función de utilidad $u = c \cdot c'$, donde c es el consumo del bien de joven y c' el consumo de mayor. Toda persona mayor tiene la función de utilidad $u' = c'$.
- La dotación de cada miembro de G1 es $(1, 0)$: una unidad de bien de joven y ninguna de mayor. La dotación de cada miembro de G2 es $(2, 2)$: dos unidades de joven y dos de mayor.
- Todo prestamista joven paga, por cada unidad de bien prestada, la tasa τ . La recaudación del impuesto se reparte igualitariamente entre los prestatarios jóvenes.

2. Decisiones

- **Decisiones de los prestamistas.** El problema de todo prestamista es

$$\begin{aligned} &\text{maximizar } u_1 = c_1 c'_1 \text{ respecto de } c_1, c'_1 \text{ y } l_1 \\ &\text{sujeto a } \quad c_1 + l_1 + \tau l_1 = 1 \\ &\quad \quad \quad c'_1 = R l_1 \end{aligned}$$

donde $0 < \tau < 1$ es el tipo impositivo que recae sobre cada unidad de bien prestada.

Introducidas las dos restricciones en la función objetivo, se trata de

$$\text{maximizar } u_1 = (1 - (1 + \tau)l_1) R l_1 \text{ respecto de } l_1.$$

Maximizar respecto de l_1 requiere

$$0 = \frac{du_1}{dl_1} = R(1 - 2(1 + \tau)l_1).$$

Esto es,

$$\boxed{l_1 = \frac{1}{2(1 + \tau)}} \quad (1)$$

- **Decisiones de los prestatarios.** Cada prestatario quiere

$$\begin{aligned} &\text{maximizar } u_2 = c_2 \cdot c'_2 \text{ respecto de } c_2, c'_2 \text{ y } l_2 \\ &\text{sujeto a } \quad c_2 + l_2 = 2 + \tau l_1 \\ &\quad \quad \quad c'_2 = 2 + R l_2 \end{aligned}$$

donde la cantidad recibida τl_1 es el resultado de dividir la recaudación $n\tau l_1$ entre los n prestatarios.

Introducidas las dos restricciones en la función objetivo, se trata de

$$\text{maximizar } u_2 = (2 + \tau l_1 - l_2)(2 + Rl_2) \text{ respecto de } l_2.$$

Maximizar respecto de l_2 requiere

$$0 = \frac{du_2}{dl_2} = R(2 + \tau l_1) - 2 - 2Rl_2.$$

El resultado:

$$l_2 = 1 + \frac{\tau l_1}{2} - \frac{1}{R}.$$

Utilizando (1),

$$l_2 = 1 + \frac{\tau}{4(1 + \tau)} - \frac{1}{R}. \quad (2)$$

3. Mercados

• **Equilibrio en el mercado de préstamos.** Empleando (1), (2) y la condición de equilibrio en el mercado préstamos $nl_1 + nl_2 = 0$ se obtiene (para cada período diferente del primero)

$$\frac{1}{2(1 + \tau)} + 1 + \frac{\tau}{4(1 + \tau)} = \frac{1}{R}$$

o

$$R = \frac{4 + 4\tau}{6 + 5\tau}.$$

El resultado del modelo sin impuesto ($R = 2/3$) se corresponde con $\tau = 0$.

Dado que

$$\frac{dR}{d\tau} = \frac{4(6 + 5\tau) - 5(4 + 4\tau)}{(6 + 5\tau)^2} = \frac{4}{(6 + 5\tau)^2} > 0$$

se concluye que el tipo de interés crece con el tipo impositivo. Aparentemente podría parecer que una medida dirigida a beneficiar a los prestatarios les perjudica (por el aumento del tipo de interés).

Puesto que el objetivo de los prestatarios se concreta en la maximización de su función de utilidad, el juicio sobre la eficacia de introducir un impuesto sobre prestamistas (cuya recaudación se reparte entre los prestatarios) debe fundamentarse en el impacto que la medida causa en la utilidad.

Con impuesto y transferencia, el consumo resultante para cada persona es

$$c_1 = 1 - (1 + \tau)l_1 = 1 - \frac{(1 + \tau)}{2(1 + \tau)} = \frac{1}{2}$$

$$c'_1 = Rl_1 = \frac{4(1 + \tau)}{6 + 5\tau} \frac{1}{2(1 + \tau)} = \frac{2}{6 + 5\tau} < \frac{1}{3}$$

$$c_2 = 2 + \tau l_1 - l_2 = 2 + \tau l_1 + l_1 = 2 + \frac{(1 + \tau)}{2(1 + \tau)} = \frac{5}{2}$$

$$c'_2 = 2 + Rl_2 = 2 - Rl_1 = 2 - \frac{2}{6 + 5\tau} = \frac{10(1 + \tau)}{6 + 5\tau} > \frac{5}{3}$$

Cuando no había impuesto (la solución del Modelo 1)

$$c_1^* = \frac{1}{2} = c_1$$

$$c_1'^* = \frac{1}{3} > c_1'$$

$$c_2^* = \frac{5}{2} = c_2$$

$$c_2'^* = \frac{5}{3} < c_2'$$

En términos de utilidad,

$$u_1 = \frac{1}{6 + 5\tau} < u_1^* = \frac{1}{6}$$

$$u_1' = \frac{2}{6 + 5\tau} < u_1'^* = \frac{1}{3}$$

$$u_2 = \frac{5}{2} \frac{10(1 + \tau)}{6 + 5\tau} = \frac{25(1 + \tau)}{6 + 5\tau} > u_2^* = \frac{25}{6}$$

$$u_2' = \frac{10(1 + \tau)}{6 + 5\tau} > u_2'^* = \frac{5}{3}$$

En suma: una tasa sobre prestamistas distribuida entre prestatarios reduce el bienestar de prestamistas (de jóvenes y de mayores de G1) e incrementa el de prestatarios (tanto de jóvenes como de mayores de G2). La medida afecta a los mayores aunque impuesto y transferencia involucran sólo a los jóvenes.

- **Ejercicio 1.** ¿Y si la recaudación se repartiera igualitariamente entre todas las personas mayores?
- **Ejercicio 2.** ¿Y si la recaudación del impuesto comportase una pérdida de x unidades en el pago que hace cada prestamista?