19. Dinero

1. Descripción de la economía

• Hay un único bien que no puede producirse ni acumularse.

• Cada período nacen n personas idénticas.

• Cada persona vive dos períodos consecutivos.

• Sólo se tiene dotación del bien en el primer período de vida: una unidad del bien.

• La función de utilidad de un joven es $u = c\,c'$ (c es consumo de joven y c' de mayor); la de un mayor, $u' = c'$.

• Dado que todas las personas son idénticas, no hay intercambio. Por ello, los mayores de la primera generación crean un instrumento, llamado 'dinero' (del que no se crea más). Este instrumento no tiene ningún valor intrínseco: no es un bien que pueda consumirse. Lo único que lo define es que sus poseedores pueden cambiarlo por el bien.

2. Análisis con dinero

• **Mercado de dinero.** Los primeros mayores crean una cantidad M de dinero, que siempre se acepta a cambio del bien. El precio del dinero se determina en un mercado competitivo. Dado que la posesión del dinero no proporciona utilidad, las personas que lo adquieren en un período ponen a la venta en el siguiente período todo el dinero que han comprado en el período anterior. Por este motivo, cada período, la oferta de dinero es el valor fijo M. Las funciones de demanda se determinan a continuación.

• **Decisión de comprar dinero.** Los mayores carecen de dotación. Por esta razón tienen incentivo a adquirir dinero de jóvenes e intercambiarlo de mayores por bien. Así, cada joven pretende

$$\begin{array}{ll} \text{maximizar} & u = cc' \ \text{ con respecto a } c,\, c' \text{ y } m \\ \text{sujeto a} & c + pm = 1 \\ & c' = p'm \end{array}$$

donde

- c es el consumo de joven,
- c' es el consumo de mayor,
- m es la cantidad de dinero que el joven pretende adquirir y
- p es el precio corriente (en unidades de bien) de una unidad de dinero y
- p' es el precio futuro (en unidades de bien) de una unidad de dinero.

El mismo valor m aparece en las dos restricciones presupuestarias porque, de mayor, nadie tiene interés en conservar dinero adquirido de joven. Como en el caso de los bonos públicos o de los préstamos privados, el dinero es, para los jóvenes, un instrumento de ahorro.

Un aspecto extraño de este problema es que p es el precio del dinero en bien, cuando lo habitual es expresar el bien en términos de dinero. En concreto, p expresa el poder adquisitivo del dinero (unidades de bien por unidad de dinero). El nivel de precios de la economía sería $1/p$: unidades de dinero por unidad de bien (o precio del bien en dinero).

Introduciendo las dos restricciones en la función objetivo, el problema se convierte

$$\text{maximizar } u = (1 - pm)(p'm) \text{ respecto de } m$$

donde, asumiendo el mercado competitivo, el jove considera p y p' como parámetros.

La solución del problema es la función de demanda de dinero de un joven:

$$\boxed{m = \frac{1}{2p}.}$$

• Equilibrio en el mercado de dinero. En equilibrio, oferta y demanda de dinero son iguales. La oferta de dinero es la misma cada período (por la hipótesis de que el dinero sólo se crea una vez): M. La demanda total de dinero cada período es $nm = n/2p$. Despejando p de la ecuación $M = n/2p$,

$$\boxed{p = \frac{n}{2M}.}$$

En el período siguiente, el resultado sería el mismo: $p' = n/2M$. En consecuencia, $p = p'$, de lo que se sigue que $pm = p'm$. Dado que $m = 1/2p$, $pm = 1/2$. El vector de consumo en equilibrio es $(c, c') = (1/2, 1/2)$.

• Solución Paretoeficiente. Las asignaciones Paretoeficientes de la economía son los vectores de consumo (c, c') que solucionan el problema de

$$\begin{array}{ll} \text{maximizar} & u = cc' \\ \text{sujeto a} & c + c' = 1 \end{array}$$

puesto que la solución Paretoeficiente se puede identificar asumiendo que hay libertad para distribuir la dotación en los dos períodos. La única solución de este problema es el vector $(c, c') = (1/2, 1/2)$, que coincide con el obtenido mediante el mercado de dinero.

3. Dinero en la función de utilidad

• **Cuando el dinero da la felicidad.** Ahora se asume que los jóvenes obtienen utilidad de adquirir dinero. En particular, todo joven pretende

$$\begin{array}{ll} \text{maximizar} & u = cc'm \ \text{ respecto de } c,\ c' \text{ y } m \\ \text{sujeto a} & c + pm = 1 \\ & c' = p'm \end{array}$$

Una vez introducidas las restricciones en u, es necesario

$$\text{maximizar} \ \ (1 - pm)(p'm)m \ \ \text{respecto de } m$$

El resultado:

$$\boxed{m = \frac{2}{3p}\,.}$$

De aquí y la primera restricción,

$$c = 1/3\,.$$

En el equilibrio del mercado de dinero:

$$\text{oferta de dinero} = \text{demanda de dinero}$$

$$M = n \cdot m = n\,(2/3p)$$

de donde se obtiene

$$\boxed{p = \frac{2n}{3M}\,.}$$

Como en el caso anterior, el valor de p en el siguiente período es el mismo. En suma,

$$p = p'$$

y el vector de consumo es

$$(c, c') = \left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right).$$

• **Ejercicio 1.** ¿Y si son los mayores quienes derivan utilidad del dinero? Por ejemplo, con la función $u' = c'm$.

• **Ejercicio 2.** ¿Y si jóvenes y mayores derivan ambos utilidad del dinero?

• **Ejercicio 3.** ¿Y si el 50% de los jóvenes tienen la función de utilidad $u = cc'm$ y el otro 50% tiene $u = cc'$?

4. Dinero legítimo y dinero falso

• **Una economía con falsificadores de dinero.** En esta variante del modelo hay un período donde la mitad de los mayores ponen en circulación dinero falso (sin que nadie más se dé cuenta). Específicamente, la mitad de los jóvenes de cierto período t decide que falsificará el dinero que venderá de mayor y, por consiguiente, no adquiere dinero de joven. De mayores, falsifican la misma cantidad de dinero que los demás grandes ponen en circulación. En el siguiente y otros períodos todo el mundo es honesto y no se falsifica más dinero.

• **Análisis.** El modelo es el descrito en §1. En t la mitad $n/2$ de los jóvenes no compra el bien y, por tanto, consume toda su dotación. La oferta de dinero en t es M: el dinero que venden los que son mayores en t. En cambio, la demanda total de dinero es la mitad de la calculada en §2: la función de demanda de aquellos que demandan dinero sigue siendo $m = 1/2p$, pero ahora sólo $n/2$ jóvenes acuden al mercado a comprar dinero. En resumen, en el equilibrio del mercado de dinero en t,

$$M = \frac{n}{2} \cdot \frac{1}{2p}.$$

El precio de equilibrio es

$$\boxed{p = \frac{n}{4M}.}$$

Sea $\tilde{m} = M/n$ la cantidad de dinero per cápita (mayores excluidos): el dinero que correspondería a cada joven si se distribuyera igualitariamente entre todos ellos. El resultado anterior sería

$$p = \frac{1}{4\tilde{m}}.$$

El resultado en §2 era

$$p = \frac{1}{2\tilde{m}}.$$

La conclusión es que la reducción a la mitad del número de demandantes de dinero reduce a la mitad el valor del dinero (cae el precio del dinero pero sube el precio del bien en dinero: inflación del nivel de precios del bien).

En el período siguiente, todos los jóvenes son honestos y demandan la cantidad de dinero $1/2p'$. Al otro lado del mercado se encuentran los mayores honestos y los mayores deshonestos.

Los primeros (que son $n/2$) venden la cantidad total M de dinero que compraron de jóvenes; los segundos (que también son $n/2$) venden la misma cantidad Mde dinero falso. Esto hace que la nueva oferta de dinero sea $2M$. En el equilibrio del mercado de dinero en $t+1$

$$2M = \frac{n}{2p'}.$$

Conclusión:

$$p' = \frac{1}{4\widetilde{m}}$$

y, así,

$$p = p'.$$

Este resultado indica que la falsificación que se produce $t + 1$ causa una caída del valor del dinero previamente, en t, antes de que la falsificación se produzca. En t el dinero pierde valor (en términos del bien) porque se demanda menos; en $t + 1$ lo pierde porque se ofrece más.

El análisis concluye con la determinación de los vectores de consumo. Los jóvenes deshonestos consumen, en t, toda su dotación (porque no compran dinero): $c = 1$. De mayores, falsifican la misma cantidad que venden los grandes honestos: M.

Como resultado, cada mayor deshonesto vende $\widetilde{m}$ unidades de dinero a precio $p' = \frac{1}{4\widetilde{m}}$. El consumo de un mayor deshonesto pasa a ser $\frac{1}{4}$.

Resumiendo, el vector de consumo de las personas deshonestas es

$$(c, c') = \left(1, \frac{1}{4}\right)$$

Los jóvenes honestos consumen $c = 1/2$ (como en el análisis de §2). Pero cuando son mayores no pueden vender la cantidad de dinero a precio $p' = \frac{1}{2\widetilde{m}}$ sino a precio inferior $p' = \frac{1}{4\widetilde{m}}$. Su consumo es también $\frac{1}{4}$.

En suma, el vector de consumo de las personas honestas es

$$(c, c') = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{4}\right).$$

Estos resultados sugieren que es como si cada joven deshonesto hubiera robado $\frac{1}{2}$ unidades del bien de algún joven honesto.

La falsificación tiene un efecto permanente (porque el dinero falso no se destruye): el valor del dinero cae para siempre a la mitad del valor antes de la falsificación.

5. El poder destructivo del dinero

• **Dinero bueno vs dinero malo.** El análisis en §2 ilustra los efectos beneficiosos de la creación de dinero. El ejemplo a continuación muestra el lado oscuro del dinero: su capacidad desestabilizadora.

• **Descripción de la economía.** Hay un único bien que no puede producirse ni acumularse. Cada período nacen dos grupos de personas, G1 y G2, cada uno con n miembros. Toda persona vive dos períodos consecutivos. Todo joven tiene la función de utilidad $u = cc'$, donde c es el consumo del bien de joven y c' el consumo de mayor. Toda persona mayor tiene la función de utilidad $u' = c'$. La dotación de bien de cada miembro de G1 es $(1, 0)$: una unidad de joven y ninguna de mayor. La dotación de cada miembro de G2 es $(2, 2)$. No existe mercado de préstamos privados pero se dispone de una cantidad fija M de dinero, creada por los mayores en tiempo inmemorial.

• **Demanda de dinero.** Los jóvenes de G1 pretenden

$$\begin{aligned} &\text{maximizar} \;\; u_1 = c_1 c_1' \;\; \text{respecto de } c_1, c_1' \text{ y } m_1 \\ &\text{sujeto a} \quad\;\; c_1 + pm_1 = 1 \\ &\qquad\qquad\quad\;\; c_1' = p'm_1. \end{aligned}$$

La solución viene dada por la función de demanda de dinero

$$\boxed{m_1 = \frac{1}{2p}.}$$

Los jóvenes de G2 desean

$$\begin{aligned} &\text{maximizar} \;\; u_2 = c_2 c_2' \;\; \text{respecto de } c_2, c_2' \text{ y } m_2 \\ &\text{sujeto a} \quad\;\; c_2 + pm_2 = 2 \\ &\qquad\qquad\quad\;\; c_2' = 2 + p'm_2. \end{aligned}$$

Equivalentemente, se trata de

$$\text{maximizar} \;\; u_2 = (2 - pm_2)(2 + p'm_2) \;\; \text{respecto de } m_2$$

La solución es la función de demanda de dinero

$$\boxed{m_2 = \frac{p' - p}{p'p}.}$$

Según m_2, los jóvenes de G2 no demandan dinero (y, por tanto, consumen su dotación) si $p' = p$. Esto hace que sea necesario un incremento del valor del dinero ($p' > p$) para inducir a los miembros de G2 a demandar dinero (si los jóvenes de G2 no participan en el mercado de dinero, la solución es la calculada en §2; en particular, $p' = p$).

• Extensión: comprobación de que los jóvenes de G2 desean participar en el mercado de dinero. Los jóvenes de G1 siempre tienen interés en participar en el mercado de dinero, ya que la venda de mayores del dinero comprado de jóvenes es la fuente de consumo de bien de mayores (la alternativa a no adquirir dinero conlleva la utilidad cero de la dotación: $u_1(1,0) = 1 \cdot 0 = 0$). Con respecto a los jóvenes de G2, la alternativa a no comprar dinero proporciona utilidad $u_2(2,2) = 2 \cdot 2 = 4$. Por consiguiente, un joven de G2 entra en el mercado de dinero si obtiene utilidad superior a 4.

Sea $q = p'/p$. Por la función de demanda de dinero de un joven de G2, $m_2 p = 1 - 1/q$. Empleando la restricción presupuestaria de joven, $c_2 = 2 - pm_2$. En suma,

$$c_2 = 2 - pm_2 = 2 - \left(1 - \frac{1}{q}\right) = 1 + \frac{1}{q}.$$

Por otro lado, por la función de demanda de dinero de un joven de G2, $m_2 p' = q - 1$, y por la restricción presupuestaria de mayor, $c_2' = 2 + p'm_2$. Así pues,

$$c_2' = 2 + p'm_2 = 2 + (q - 1) = 1 + q.$$

En conclusión,

$$u_2 = c_2 c_2' = \left(1 + \frac{1}{q}\right)(1 + q) = 1 + q + \frac{1}{q} + 1 = 2 + q + \frac{1}{q}.$$

Por ello, la condición de participación en el mercado de dinero es

$$2 + q + \frac{1}{q} > 4$$

$$q + \frac{1}{q} - 2 > 0$$

$$q^2 - 2q + 1 > 0$$

$$(q - 1)^2 > 0$$

desigualdad que siempre se cumple si $q \neq 1$ (esto es, si $p' \neq p$, que es la condición exigida para que $m_2 \neq 0$).

• Extensión: ¿siempre van a participar los jóvenes de G2 en el mercado de dinero? Se demuestra a continuación que, dadas las características de los jóvenes de G1, los jóvenes de G2 van a querer participar en el mercado de dinero si tienen dotación de jóvenes y de mayores. Sea (x, y) la dotación de un miembro de G2, con $x > 0 < y$. En este caso, la demanda de dinero satisface

$$2pp'm_2 = xp' - yp$$

y de aquí

$$c_2 = x - pm_2 = x - \left(\frac{x}{2} - \frac{y}{2q}\right) = \frac{x}{2} + \frac{y}{2q}$$

$$c_2' = y + p'm_2 = y + \left(\frac{x}{2}q - \frac{y}{2}\right) = \frac{y}{2} + \frac{x}{2}q$$

$$u_2 = c_2 c_2' = \left(\frac{x}{2} + \frac{y}{2q}\right)\left(\frac{y}{2} + \frac{x}{2}q\right) = \frac{1}{4}\left(xy + x^2 q + \frac{y^2}{q} + xy\right) = \frac{1}{4q}(2xyq + x^2q^2 + y^2) = \frac{1}{4q}(xq + y)^2.$$

Si no se participa en el mercado de dinero, la utilidad es $u_2(x, y) = xy$. En resumen, participar en el mercado requiere

$$\frac{1}{4q}(xq + y)^2 > xy$$

$$(xq + y)^2 > 4qxy$$

$$(xq - y)^2 > 0$$

que se cumple si $xq \neq y$ (que equivale a la condición $xp' \neq yp$ necesaria para $m_2 \neq 0$, asumiendo que $p' \neq 0 \neq p$). Recapitulando: si el precio del dinero no es cero y los miembros de G2 tienen dotación de jóvenes y de mayores, entonces los jóvenes de G2 siempre participan en el mercado de dinero.

• **Extensión: ¿es posible que algún grupo desee participar en el mercado de dinero pero no cuando participa el otro?** Sea (1,2) la dotación de G1 y (2,1) la dotación de G2. Por el resultado del apartado anterior,

$$2pp'm_1 = p' - 2p$$

$$2pp'm_2 = 2p' - p$$

y, asumiendo precios positivos, $m_1 > 0$ requiere $p' > 2p$, mientras que $m_2 > 0$ requiere $p' > p/2$. De ello se concluye si p' está entre $p/2$ y $2p$, entonces sólo G2 entra en el mercado.

• **Equilibrio en el mercado de dinero.** Cada período, la oferta de dinero es constante, con valor M (que, por inducción, se asume en manos de los mayores). La demanda total es $nm_1 + nm_2$. Así que, en equilibrio,

$$M = \frac{n}{2p} + \frac{n(p' - p)}{p'p}$$

o

$$\frac{M}{n} = \frac{1/2}{p} + \frac{1}{p} - \frac{1}{p'} = \frac{3/2}{p} - \frac{1}{p'}.$$

Definiendo $\widetilde{m} = M/n$, $v = 1/p$ y $v' = 1/p'$,

$$\widetilde{m} = \frac{3}{2}v - v'.$$

Un resultado similar es cierto en el período siguiente:

$$\widetilde{m} = \frac{3}{2}v' - v''.$$

Por consiguiente,

$$\frac{3}{2}v - v' = \frac{3}{2}v' - v''$$

y, finalmente,

$$\boxed{v'' - \frac{5}{2}v' + \frac{3}{2}v = 0\,.} \tag{1}$$

La ecuación (1) es una ecuación en diferencias lineal: $v_{t+2} - \frac{5}{2}v_{t+1} + \frac{3}{2}v_t = 0$. La solución es del tipo

$$v_t = a \cdot {\lambda_1}^t + b \cdot {\lambda_2}^t$$

dónde a y b son constantes y tanto λ_1 como λ_2 son las soluciones de la ecuación característica

$$\lambda^2 - \frac{5}{2}\lambda + \frac{3}{2} = 0\,.$$

Dado que $\lambda_1 = 1$ y $\lambda_2 = \frac{3}{2}$, la solución de (1) es

$$v_t = a \cdot 1^t + b\left(\frac{3}{2}\right)^t = a + b\left(\frac{3}{2}\right)^t.$$

Condiciones iniciales sobre v_t determinan los valores a y b. En $t = 0$,

$$v_0 = a \cdot 1^0 + b\left(\tfrac{3}{2}\right)^0 = a + b.$$

En $t = 1$,

$$v_1 = a \cdot 1^1 + b\left(\tfrac{3}{2}\right)^1 = a + 3b/2.$$

Dados v_0 y v_1,

$$a = 3v_0 - 2v_1$$

y

$$b = 2(v_1 - v_0).$$

Recordando que $m_2 > 0$ requería $p' > p$, la conclusión es que $p_1 > p_0$. Debido a que $v = 1/p$, tiene que darse $v_1 < v_0$. De todo ello se deduce que

$$b < 0.$$

Por la presunción de que el precio p del dinero en bien es siempre positivo, $v > 0$. En particular, $0 < v_0 = a + b$. Con $b < 0$, la conclusión es que

$$a > 0.$$

Recapitulando,

$$v_t = a + b \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^t$$

define una secuencia decreciente: el término $\left(\frac{3}{2}\right)^t$ crece exponencialmente (tiende hacia infinito, porque la base es superior a 1), pero, como $b < 0$, el término $b\left(\frac{3}{2}\right)^t$ es un valor negativo que se hace cada vez mayor. De esta manera, el valor a sobre el que se define v va siendo minorado con el tiempo y v_t se acerca a cero (no puede caer por debajo de cero).

A la inversa, la disminución exponencial de v equivale al incremento exponencial de p. La disminución de v representa una <u>deflación</u> (las unidades de dinero que se cambian por unidad de bien menguan), en tanto que <u>el aumento de p indica que el dinero cada vez vale más en términos de bien (cada vez hay que pagar más bien por unidad de dinero)</u>. En esta economía, el dinero 'devora' los bienes: la parte financiera de la economía cada período se hace mayor con relación a la parte real de la economía.

La deflación no puede continuar al ritmo que establece la dinámica $v_t = a + b\left(\frac{3}{2}\right)^t$, porque esta dinámica llevaría a un valor negativo de v y, por extensión, de p.

La conclusión final es que esta economía colapsa: <u>permitir que el grupo G2 se incorpore al mercado de dinero desestabiliza el mercado y hace inviable la economía construida sobre la base del dinero</u>.