

INSTRUCCIONES

- Responde **SIETE** apartados de preguntas diferentes (los apartados se identifican mediante números romanos). Si una pregunta no tiene apartados, se responde a toda la pregunta.
- Escribe las respuestas a mano en papel. La caligrafía debe ser inteligible.
- No hace falta escribir el enunciado de las preguntas: basta con identificar la pregunta y el apartado.
- Separa el final de una respuesta del principio de otra con una línea horizontal de lado a lado del papel.
- Haz un documento pdf de las respuestas, escaneándolas o fotografiándolas. Si un documento es demasiado grande (en MBs) para ser enviado por correo electrónico, haz varios.
- La primera página del pdf ha de ser una portada con la siguiente información: nombre y apellidos, asignatura, número de lista de ejercicios, enumeración de las preguntas y apartados respondidos, y fecha.
- Nombra cada pdf de la siguiente manera

Ejercicios_Dinamica_Macro_2025_Nombre_Apellido1_Apellido2_Lista_x_Parte_y_de_z.pdf

donde 'x' es el número de lista (1, 2, 3), 'z' es el número total de pdfs con las respuestas de la Lista x e 'y' es cada una de las z partes.

- Envía los pdfs a aqa@urv.cat no después de las 23:59 del miércoles 31 de diciembre de 2025.
- La corrección de las respuestas será flexible y comprensiva, si bien errores graves e inexcusables en las respuestas serán valorados negativamente.

CONVENCIONES

En los siguientes ejercicios, si no se indica otra cosa, se asume que:

- (i) hay un único bien;
- (ii) el bien no es acumulable y no puede producirse;
- (iii) los períodos de vida son consecutivos;
- (iv) las personas viven dos períodos;
- (v) cuando se viven dos períodos, se llama 'joven' a quien se encuentra en su primer período de vida y 'mayor' a quien se encuentra en el segundo;
- (vi) la función de utilidad en el primer período de vida es $u = c c'$, donde c es el consumo del bien en el primer período de vida y c' el consumo en el período siguiente;
- (vii) los parámetros β y w son números positivos;
- (viii) la utilidad en el último período de vida coincide con el consumo en ese período;
- (ix) todos los miembros de un mismo grupo son idénticos entre sí;
- (x) el apóstrofo " ' " indica el período temporal siguiente (por ejemplo, si c representa el consumo en un período, c' representa el consumo del siguiente período);
- (xi) cuando se hace referencia a un gobierno, se presume que se constituyó previamente o sin coste, y que equilibria su presupuesto cada período;
- (xii) 'calcular el equilibrio general' significa calcular el equilibrio general de la economía, esto es, determinar el equilibrio de cada mercado en cada período (si hay n mercados, basta con calcular los equilibrios de $n - 1$);
- (xiii) la expresión "Hay dos grupos, $G1(m)$ y $G2(n)$ " significa que cada período nacen dos grupos de personas, el primero (el grupo $G1$) con m miembros idénticos y el segundo (el grupo $G2$) con n miembros idénticos; expresiones similares con más grupos se interpretan análogamente.

1. Bonos

Hay dos grupos, $G1(80)$ y $G2(20)$. La dotación en $G1$ es $(1, 0)$. La dotación en $G2$ es $(2, 0)$. El gobierno se propone reunir 10 unidades de bien con la emisión de bonos que vencen en un período. Al vencimiento, los bonos se pagan con la emisión de más bonos, también con vencimiento a un período. Y así sucesivamente.

- (i) Calcula el precio de los bonos y la cantidad de bonos emitida en los períodos 1, 2 y 3. Si hubiera que definir un tipo de interés en esos períodos, ¿qué valor tendría?
- (ii) Responde a (i) si la dotación de las personas del grupo de 20 es $(2, 1)$ en lugar de $(2, 0)$.
- (iii) En (ii), encuentra un importe inicial a reunir que provoque que la refinanciación continuada de la deuda haga que el volumen de bonos emitido cada período sea el mismo.
- (iv) En (ii), indica un importe inicial que haga eventualmente insostenible la refinanciación de la deuda.
- (v) Responde a (i) con los datos de (ii) si, en el período 2, fallecen la mitad de los jóvenes con dotación $(1, 0)$.

2. Financiación de un bien público

Hay dos grupos, $G1(50)$ y $G2(50)$. En $G1$ la dotación es $(1, 0)$; en $G2$ es $(4, 1)$. Todo joven emplea su dotación en consumo c , préstamos (privados) l y contribuciones (voluntarias) e a un bien público. El bien público sólo beneficia a los jóvenes (por ello los mayores no contribuyen al bien público). La función de utilidad de cada joven es

$$u = c c' [1 + g(\sum_{i \in N} e^i)]$$

donde N es el conjunto de jóvenes del período, e^i es la contribución del joven i (e^i no puede ser negativa ni superior a la dotación que i tiene de joven) y g es una función de producción del bien público: el total de contribuciones $\sum_{i \in N} e^i$ genera la cantidad $g(\sum_{i \in N} e^i)$ de bien público. Puede interpretarse que cada unidad de bien público hace más útil el consumo privado del bien. Para simplificar, sea

$$g(\sum_{i \in N} e^i) = \sum_{i \in N} e^i.$$

Determina la contribución para financiar el bien público que, en el equilibrio general, hace cada joven.

3. Impuesto sobre el consumo

Hay dos grupos, $G1(300)$ y $G2(100)$. En $G1$ la dotación es $(1, 0)$; en $G2$ es $(0, 2)$. Todo joven de $G1$ tiene $u = c(c')^2$ como función de utilidad. Todo joven de $G2$ tiene $u_2 = c^2 c'$ como función de utilidad. Cada período hay un impuesto de τ unidades del bien por unidad de bien consumida que debe pagar cada joven de $G1$ y cada mayor de $G2$. La recaudación del impuesto se distribuye igualitariamente entre el conjunto formado por los jóvenes de $G2$ y los mayores de $G1$.

- (i) Calcula el equilibrio general y compáralo con el que resultaría de no existir ni impuesto ni transferencia.

- (ii) Escoge un período, determina el valor de τ que maximiza la suma de la utilidad de todos los que viven en ese período.

4. Equivalencia de bonos e impuestos

Cada período nacen 100 personas, numeradas de 1 a 100. La dotación de bien de una persona impar es $(2, 0)$ y $(1, 1)$ si es par. El gobierno quiere conseguir 25 unidades del bien en el período 1 mediante la venta de bonos y refinanciar la deuda generada por los bonos cada período emitiendo más bonos. Halla un esquema de impuestos y transferencias que genere cada período la misma asignación de consumo de equilibrio que la política de refinanciación de la deuda con bonos.

5. Pensiones

Hay dos grupos, $G1(60)$ y $G2(40)$. En $G1$ la dotación es $(1, 0)$; en $G2$ es $(0, 2)$.

- (i) Calcula el equilibrio general si sólo existe el mercado de préstamos.
- (ii) El gobierno establece un sistema de pensiones de reparto financiado con un impuesto de 0,6 unidades de bien a pagar por cada joven con dotación positiva cuando es joven. La recaudación del impuesto en cada período se distribuye igualitariamente entre todos los mayores del período. Calcula el equilibrio general.
- (iii) El gobierno establece un sistema de pensiones de reparto financiado con un impuesto de τ unidades de bien a pagar por cada joven con dotación positiva cuando es joven. La recaudación del impuesto en cada período se distribuye igualitariamente entre todos los mayores del período. Calcula el valor de τ que hace que, en el equilibrio general, el consumo de toda persona (joven o mayor) sea el valor c .

6. Que paguen los hijos

Cada período nacen n personas idénticas que viven tres períodos consecutivos y que tienen dotación sólo en el primer período de vida: una unidad del bien. Las funciones de utilidad de un persona nacida en t son: en t , $u_t = c_t c_{t+1}$; en $t + 1$, $u_{t+1} = c_{t+1} c_{t+2}$; y en $t + 2$, $u_{t+2} = c_{t+2}$. Los jóvenes aceptan prestar a los mayores del mismo período porque los jóvenes del siguiente período pagarán las deudas de los mayores del período anterior. Calcula cuánto prestan los jóvenes a los mayores cada período y la tasa de interés correspondiente.

7. Impuestos, transferencias y bonos

Hay dos grupos, $G1(m)$ y $G2(n)$. Cada miembro de $G1$ tiene la dotación $(1, 0)$. Cada miembro de $G2$ tiene la dotación $(0, 1)$. La función de utilidad de todo joven de $G1$ es $u = c(c')^\beta$. La función de utilidad de todo joven de $G2$ es $u = c c' + c$.

- (i) Calcula el equilibrio general.
- (ii) Se vuelve imposible mantener el mercado de préstamos y por ello un gobierno establece un impuesto de cuantía fija τ que recae sobre uno de los grupos y pagan los miembros del

grupo que tienen dotación. El gobierno distribuye igualitariamente la recaudación del período entre los miembros del otro grupo que no tengan dotación.

- (a) Determina la diferencia de consumo de cada persona en cada período respecto de los consumos obtenidos en (i).
- (b) Calcula el valor de τ que replica los consumos de (i).
- (iii) Considera de nuevo (ii) con la diferencia que la recaudación se distribuye igualitariamente entre todas las personas del período que no tienen dotación. Responde a (b) en este caso.
- (iv) Considera de nuevo (ii) con la diferencia de que no hay impuestos. Ahora, cada período, el gobierno financia la transferencia con emisiones de bonos cuyo pago se financia con nuevas emisiones de bonos. ¿Es sostenible esta política?

8. Impuestos

Hay tres grupos, $G1(n)$, $G2(n)$ y $G3(n)$. En $G1$ cada miembro tiene dotación $(0, 1)$; en $G2$, $(1, 0)$; en $G3$, $(0, 0)$. La ley dicta que, cada período, los jóvenes de $G1$ y $G2$ pagarán τ unidades del bien (este importe es el mismo cada período y suficientemente pequeño para que se pueda pagar) y que la recaudación total del impuesto en el período se distribuirá igualitariamente entre los miembros de $G3$ (aunque no especifica si los destinatarios de la transferencia son los jóvenes o los mayores).

Calcula el equilibrio general, y la utilidad correspondiente de cada persona, en los casos (i) y (ii) a continuación y explica qué opción consideras más recomendable.

- (i) La transferencia se hace a los jóvenes de $G3$;
- (ii) La transferencia se hace a los mayores de $G3$.

9. Deuda pública

Hay dos grupos, $G1(n)$ y $G2(n)$. Cada miembro de $G1$ tiene la dotación (w, w) . Cada miembro de $G2$ tiene la dotación $(\delta w, w)$, con $\delta > 1$. La función de utilidad de todo joven es $u = c(c')^\beta$. El gobierno crea un mercado de bonos con el objetivo de conseguir G unidades del bien de la venta de bonos en $t = 1$. El gobierno acepta que el precio p de los bonos se determine competitivamente (p se expresa en unidades del bien por bono). Cada bono emitido en $t = 1$ es la promesa de pago de una unidad del bien en $t = 2$ al comprador del bono. El gobierno distribuye los ingresos de la venta de bonos igualitariamente entre todos los mayores del período $t = 1$.

- (i) Calcula el equilibrio general de la economía en $t = 1$ asumiendo que la rentabilidad del bono es igual a la rentabilidad del préstamo privado del bien.
- (ii) Compara la asignación de consumo de equilibrio de (i) con la que se obtendría si el gobierno prohibiera la existencia del mercado de préstamos privados, de modo que los prestamistas sólo pudieran prestar al gobierno.
- (iii) Tanto en (i) como en (ii), obtén la ecuación que establece la dinámica de acumulación de deuda pública si el gobierno refinancia siempre su deuda.

10. Impuestos y deuda

Hay dos grupos, $G1(n)$ y $G2(n)$. La dotación de cada miembro de $G1$ es $(w, 0)$; la de cada uno de $G2$ es $(0, 0)$. La función de utilidad de todo joven de $G1$ es $u = c(c')^\beta$. La función de utilidad de todo joven de $G2$ es $u = c c'$.

- (i) Calcula el equilibrio general si existe un impuesto de cuantía fija τ que paga cada joven de $G1$ y que se reparte igualitariamente entre todas las personas, jóvenes o mayores, que no tengan dotación en el período en que se recauda el impuesto.
- (ii) Calcula el equilibrio general competitivo si existe una autoridad pública que emita cada período deudo público para, al mismo tiempo, pagar deudo público pasado y financiar cada período la transferencia τ a todo individuo que no tiene dotación.
- (iii) Responde a (i) si las personas que reciben la transferencia pueden participar en el mercado de préstamos privados.

11. Tres períodos con deuda pública

Cada período nacen n personas idénticas, que viven tres períodos consecutivos. En el primer y segundo períodos de vida la utilidad es el producto de consumo presente y consumo inmediatamente posterior. La dotación es $(1, 0, 0)$. Hay un gobierno que, cada período, transfiere τ unidades del bien a toda persona que no tiene dotación en el período. Esta política se financia con la emisión de bonos con vencimiento a un período y, cada período, la deuda vencida se refinancia con nueva emisión de bonos. Calcula el equilibrio general y determina en qué condiciones la acumulación de deuda es sostenible y en cuáles es insostenible.

12. Deuda pública con transferencias

Cada período nacen n personas idénticas, que viven tres períodos consecutivos. La dotación es $(1, 0, 0)$. En el primer período de vida, la función de utilidad es $u = c(c')^\beta (c'')^{1-\beta}$, con $0 < \beta < 1$. En el resto de períodos la función de utilidad del período coincide con el consumo del período. Hay un gobierno que cada período transfiere la cantidad τ del bien a cada persona en su último período de vida. También cada período el gobierno pone a la venta una cantidad fija B de bonos, que sólo pueden comprar los que nacen en el período de emisión de los bonos. Un bono comprado en t paga una unidad del bien en $t + 1$. El gobierno impide la existencia de un mercado de préstamos privados.

- (i) (a) Halla la función de demanda de bonos de cada persona que pueda comprarlos, el precio de los bonos y establece las condiciones que deben satisfacer los parámetros para garantizar que demanda y precios son positivos. (b) ¿Es necesario que el gobierno prohíba el mercado de préstamos privados si no quiere que haya préstamos privados?
- (ii) Contesta (a) en (i) si el número de personas que nacen en un período par es el doble que en un período impar.
- (iii) Contesta (a) en (i) si la función de utilidad en el segundo período de vida es $u' = c'c''$ y el gobierno permite el mercado de préstamos privados.

- (iv) Contesta (a) en (i) si el gobierno permite el mercado de préstamos privados, si reciben la transferencia las personas en su segundo período de vida y si la función de utilidad en el segundo período de vida es $u' = c'c''$.

13. Dos economías con emigración

Hay dos economías, A y B, y un único bien, que no puede acumularse. En cada economía y período nacen 100 personas, que viven dos períodos y tienen como dotación (1, 1). Los jóvenes de A tienen como función de utilidad $u = c(c')^\beta$. Todos los jóvenes de B tienen como función de utilidad $u = (c)^\beta c'$. Los jóvenes de A pueden migrar a B, en cuyo caso su función de utilidad se transforma en $u = c(c')^\beta a/n$, donde $a > 0$ es una constante y n es el número de personas en B.

- (i) Calcula el equilibrio general de cada economía.
(ii) ¿Qué proporción de los nacidos en A migran a B?

14. Empacho de consumo

Hay dos grupos, $G1(n)$ y $G2(2n)$. Los jóvenes de $G1$ tienen función de utilidad $u = c c'(1 - c')$ y dotación $(w, 0)$. Los jóvenes de $G2$ tienen función de utilidad $u = c(1 - c)c'$ y dotación $(0, w)$. Calcula el equilibrio general.

15. Tres períodos con ciclos

Cada período nacen n personas idénticas, que viven tres períodos consecutivos. En el primer y segundo períodos de vida la utilidad es el producto de consumo presente y consumo inmediatamente posterior. Las dotaciones dependen del período en que se nace. La dotación de los que nacen en $t, t + 3, t + 6, t + 9 \dots$ es $(1, 0, 0)$. La dotación de quienes nacen en $t + 1, t + 4, t + 7, t + 10 \dots$ es $(0, 1, 0)$. La dotación de los nacidos en $t + 2, t + 5, t + 8, t + 11 \dots$ es $(0, 0, 1)$. Calcula el equilibrio general.

16. Acumulación y préstamos

Cada período nacen n personas idénticos, que viven tres períodos consecutivos y tienen dotación $(1, 0, 0)$. En el primer período de vida la función de utilidad es $u = c(c')^\beta$. En el segundo, $u' = c'c''$. En el primer período de vida una persona puede acumular bien por un período; el bien acumulado se deprecia totalmente en el segundo período si no se consume. Acumular x unidades del bien en el primer período implica disponer de λx unidades en el segundo, con $\lambda > 0$ una constante. Calcula el equilibrio general y cuánto acumula cada persona.

17. Impuesto en los préstamos

Hay dos grupos, $G1(n)$ y $G2(2n)$. La función de utilidad de todo joven de $G1$ es $u = c(c')^\beta$ y la de todo joven de $G2$ es $u = (c)^\beta c'$. La dotación en $G1$ es $(2, 0)$ y en $G2$ es $(0, 4)$.

- (i) Calcula el equilibrio general si los prestamistas pagan, por cada unidad prestada, la cantidad τ de bien en concepto de impuesto y si la recaudación correspondiente se

distribuye igualitariamente entre todas personas del período sin dotación y que están en su segundo período de vida.

- (ii) Calcula el equilibrio general si los prestatarios pagan, por cada unidad tomada en préstamo, la cantidad τ de bien en concepto de impuesto y si la recaudación correspondiente se distribuye igualitariamente entre todas las personas del período sin dotación y que están en su segundo período de vida.
- (iii) Calcula el equilibrio general si los prestamistas pagan, por cada unidad prestada, la cantidad τ de bien en concepto de impuesto y si la recaudación correspondiente se distribuye igualitariamente entre todas personas sin dotación del período.
- (iv) Calcula el equilibrio general si los prestatarios pagan, por cada unidad tomada en préstamo, la cantidad τ de bien en concepto de impuesto y si la recaudación correspondiente se distribuye igualitariamente entre todas personas sin dotación del período.

18. Dinero y felicidad

Hay dos grupos, $G1(m)$ y $G2(n)$. La dotación en $G1$ es $(1, 0)$ y en $G2$ es $(2, 2)$. Existe dinero, que es acumulable pero no falsificable. El bien no puede prestarse: sólo se puede intercambiar por dinero. Cada joven de $G2$ recibe una unidad de dinero. La función de utilidad de todo joven de $G1$ es $u = (c)^\beta c'$. La función de utilidad de todo joven de $G2$ es $u = c(c')^\beta$. De mayor, la utilidad de un miembro de $G1$ coincide con su consumo y la de uno de $G2$ es $u' = c'm'$, donde m' es la cantidad de dinero de que dispone la persona de mayor.

Los siguientes apartados son independientes: las hipótesis de un apartado no son aplicables a otros. En cada apartado, si alguna variable queda definida por un proceso dinámico, determina sus estados estacionarios.

- (i) Calcula el equilibrio general, al menos cuando $\beta = 1$ y $m = n$.
- (ii) Calcula el equilibrio general, al menos cuando $\beta = 1$ y $m = n$, asumiendo que el bien es diferente cada período (esto es, jóvenes y mayores consumen bien diferentes: cada período hay tres unidades del bien que consumen los jóvenes y dos unidades del bien que consumen los mayores).
- (iii) Calcula el equilibrio general, al menos cuando $\beta = 1$ y $m = n$, si la función de utilidad de cada mayor de $G1$ es la misma que la de cada mayor de $G2$.
- (iv) Calcula el equilibrio general, al menos cuando $\beta = 1$ y $m = n$, si
 - (a) la función de utilidad de cada mayor de $G1$ es la misma que la de cada mayor de $G2$ (el dinero da utilidad a todos los mayores) y, además,
 - (b) como en el apartado (ii), el bien es diferente cada período.
- (v) Calcula el equilibrio general cuando $\beta = 1$, $m = n$ y la función de utilidad de cada joven de $G1$ es $u = (c)^\beta c'm'$, donde m' es la cantidad total de dinero que se consigue de joven y de mayor.

- (vi) Calcula el equilibrio general cuando $\beta = 1$, $m = n$ y la función de utilidad de cada joven de G2 es $u = c(c')^\beta m'$, donde m' es la cantidad total de dinero que se consigue de joven y de mayor.

19. Pensiones y deuda pública

Hay dos grupos, $G1(m)$ y $G2(n)$. El bien no puede prestarse. Todo joven tiene función de utilidad $u = c(c')^\beta$. La dotación en G1 es $(1, 0)$; en G2 es $(0, 1)$. Hay un gobierno que, cada período, paga una pensión de q unidades del bien. La pensión se financia con la emisión de bonos: cada período el gobierno emite bonos que prometen pagar una unidad del bien en el período siguiente; los jóvenes pueden comprar títulos pagando el precio de p unidades de bien por bono. El mercado de deuda pública es competitivo: p es un precio que iguala oferta y demanda de bonos. La deuda que generan los bonos se paga emitiendo más bonos.

- (i) Determina la trayectoria de acumulación de la deuda pública y los estados estacionarios de esta trayectoria si la pensión se paga a los jóvenes de G2.
- (ii) Determina la trayectoria de acumulación de la deuda pública y los estados estacionarios de esta trayectoria si la pensión se paga a los jóvenes de G2 y a los mayores de G1.
- (iii) Determina la trayectoria de acumulación de la deuda pública y los estados estacionarios de esta trayectoria si la pensión se paga a todos los jóvenes.
- (iv) Determina la trayectoria de acumulación de la deuda pública y los estados estacionarios de esta trayectoria si la pensión se paga a toda persona salvo los jóvenes de G1.
- (v) Determina la trayectoria de acumulación de la deuda pública y los estados estacionarios de esta trayectoria si la pensión se paga a todos los mayores.
- (vi) Determina la trayectoria de acumulación de la deuda pública y los estados estacionarios de esta trayectoria si la pensión se paga a toda persona.

20. Acumulación y préstamos

Hay dos grupos, $G1(m)$ y $G2(n)$. El bien puede acumularse en ciertos casos. Todo joven tiene función de utilidad $u = c(c')^\beta$. La dotación en G1 es $(1, 2)$; en G2 es $(2, 1)$.

- (i) Calcula el equilibrio general si los jóvenes de G1 pueden acumular el bien y cada unidad acumulada en un período son $\alpha < 1$ unidades disponibles en el período siguiente.
- (ii) Calcula el equilibrio general si los jóvenes de G2 pueden acumular el bien y cada unidad acumulada en un período son $\alpha < 1$ unidades disponibles en el período siguiente.
- (iii) Calcula el equilibrio general si todos pueden acumular el bien: cada unidad que un joven de G1 acumula hace que disponga de $\alpha_1 < 1$ unidades en el período siguiente y cada unidad que un joven de G2 acumula hace que disponga de $\alpha_2 < 1$ unidades en el período siguiente.

21. Crédito fiscal, satisfacción por la compra de bonos, gasto público

Hay un único bien. Hay un gobierno. El bien no puede acumularse, pero puede producirlo el gobierno. Cada período nacen n personas. La dotación de cada persona es $(1, 0)$. Todo joven paga un impuesto de $\tau < 1$ unidades del bien. Todo mayor recibe del gobierno un pago de $\tau' > 0$ unidades del bien. Se sabe de joven que lo recibirá.

Cada período el gobierno puede emitir bonos. Un bono emitido en el período t pagará a su comprador una unidad del bien en $t + 1$ a cambio de que el comprador pague p unidades del bien en el período t . El gobierno descuenta del pago del impuesto el gasto realizado en la compra de deuda pública.

El gobierno produce el bien según la función de producción $y = \lambda x$, donde $\lambda > 1$, y es la cantidad de bien producida y x es la cantidad del bien que el gobierno dedica a la producción del bien.

Cada período, el gobierno iguala ingresos y gastos. En caso de que tenga opción de hacerlo, el gobierno asume el objetivo de maximizar la utilidad de las personas mayores.

- (i) Determina la expresión de la trayectoria de acumulación de la deuda pública e identifica a los estados estacionarios, si los hubiere.
- (ii) Responde a (i) si la función de utilidad de mayor es $u' = c'b$, donde b es la cantidad de bonos comprados de joven (o, equivalentemente, la cantidad de bien a recibir de mayor por la compra de bonos de joven).
- (iii) Responde a (i) si el gobierno no hace ningún pago a los mayores, puede dedicar una parte de los ingresos a gasto público, la función de utilidad de todo joven es $u = c'g$ (donde g es el gasto público que hace el gobierno en el período en que la persona es joven) y el gobierno elige el gasto público para maximizar la función de utilidad de los jóvenes.

22. Deuda pública, impuestos y deuda privada

Hay dos grupos, $G1(n)$ y $G2(n)$. El bien puede acumularse en ciertos casos. Todo joven de $G1$ tiene función de utilidad $u = c(c')^2$. Todo joven de $G2$ tiene función de utilidad $u = c^2 c'$. La dotación en $G1$ es $(1, 0)$; en $G2$ es $(0, 1)$. En el período inicial se crea un gobierno que emite bonos. Cada bono, a cambio de pagar por él en el período corriente p unidades del bien, remunera al comprador del bono el período siguiente con una unidad del bien. El gobierno hace cada período un pago de τ unidades del bien a cada joven de $G2$.

Cada período tienen lugar los siguientes sucesos:

- (i) primero, el gobierno emite bonos para realizar el pago a los jóvenes de $G2$ y para liquidar la deuda creada en emisiones precedentes de bonos;
- (ii) segundo, el gobierno paga las τ unidades del bien a cada joven de $G2$; y
- (iii) finalmente, se activa un mercado de préstamos entre los miembros de $G1$ y $G2$.

Calcula el tipo de interés de equilibrio en el mercado de préstamos cada período, determina la expresión que especifica el volumen de deuda del gobierno en función de la deuda precedente y calcula los estados estacionarios correspondientes.

23. Deuda pública

Hay dos grupos, $G1(n)$ y $G2(n)$. Todo joven de $G1$ tiene función de utilidad $u = c^2 c'$. Todo joven de $G2$ tiene función de utilidad $u = c(c')^2$. La dotación en $G1$ es $(1, 2)$; en $G2$ es $(2, 1)$.

Se crea un gobierno en el período inicial. El coste de su creación es de τ unidades del bien. Este coste se financia mediante bonos. Cada bono, a cambio de pagar por él en el período corriente p unidades del bien, remunera al comprador del bono el período siguiente con una unidad del bien. En los siguientes períodos se emiten bonos para pagar la deuda generada por la emisión previa de bonos.

Determina la expresión que especifica el volumen de deuda en función de la deuda precedente y calcula los correspondientes estados estacionarios.

24. Deuda pública y tres períodos de vida

Cada período nacen n personas idénticas, que viven tres períodos consecutivos: joven, adulto y mayor. La función de utilidad de joven es $u = c^2 c'$ y la de adulto es $u' = c'(c'')^2$. La dotación de toda persona es $(1, 0, 0)$.

Se crea un gobierno en el período inicial. El coste de su creación es de τ unidades del bien. Este coste se financia mediante bonos. Cada bono, a cambio de pagar por él en el período corriente p unidades del bien, remunera al comprador del bono el período siguiente con una unidad del bien. En los siguientes períodos se emiten bonos para pagar la deuda generada por la emisión previa de bonos.

Determina la expresión que especifica el volumen de deuda en función de la deuda precedente y calcula los correspondientes estados estacionarios.

25. Deuda pública o deuda privada

Hay dos grupos, $G1(n)$ y $G2(n)$, con $n = 100$. Todo joven tiene función de utilidad $u = c^\beta c'$. La dotación en $G1$ es $(1, 0)$. La dotación en $G2$ es $(2, 2)$.

Se crea un gobierno en el período inicial. El coste de su creación es de τ unidades del bien. Este coste se financia mediante bonos. Cada bono, a cambio de pagar por él en el período corriente p unidades del bien, remunera al comprador del bono el período siguiente con una unidad del bien. En los siguientes períodos se emiten bonos para pagar la deuda generada por la emisión previa de bonos.

Un mercado de préstamos privados (entre personas) coexiste con el mercado de bonos (o mercado de deuda pública). Cada persona sólo puede participar en uno de los dos mercados.

Calcula, para cada período:

- (i) qué porcentaje de miembros de cada grupo participa en el mercado de deuda pública (comprando bonos del gobierno) y qué porcentaje participa en el mercado de préstamos privados; y
- (ii) el tipo de interés de equilibrio en el mercado de préstamos.

26. Uno con evasión fiscal con producción y sin capital

Hay dos grupos, $G1(n)$ y $G2(n)$, con $n = 50$. Todo joven tiene función de utilidad $u = c c'$. La dotación de trabajo en $G1$ es $(1, 0)$. La dotación de trabajo en $G2$ es $(4, 0)$. El bien no es acumulable: no hay capital. El bien Y se produce con trabajo L , según la función: $Y = L^{1/2}$. El salario es $\omega = L^{-1/2}$. Hay un gobierno que establece un impuesto τ a pagar por los jóvenes de $G2$. Para cada t , la recaudación tributaria en t se distribuye igualmente entre todos los que son mayores en t . Cada mayor recibirá $\tilde{\tau}$. Los jóvenes de $G2$ pueden dedicar la parte x de su dotación de trabajo a evadir el pago del impuesto. Cuando se emplea x para defraudar el pago, se acaba pagando $\tau g(x)$ en lugar de τ , donde $g(x) = \left(1 - \frac{x}{4}\right)^2$.

Encuentra la ecuación que determina $\tilde{\tau}$ en función de τ y calcula $\tilde{\tau}$ cuando $\tau = 1$.

27. A cuatro y a dos períodos con dotaciones endógenas

Cada período nacen n personas. Las nacidas en un período impar viven cuatro períodos. Las nacidas en uno de par viven dos. Los jóvenes nacidos en un período par tienen la función de utilidad $u = c^\beta (c')^{1-\beta}$, donde $0 < \beta < 1$. Las nacidas en un período impar tienen, cada período diferente del último período de vida, la función de utilidad $u = c c'$, donde c es el consumo del bien en el período y c' el consumo en el período siguiente.

La dotación de las nacidas en un período par es una unidad del bien de jóvenes y, de mayores, una unidad del bien menos el consumo del bien hecho de jóvenes (por lo tanto, consumir más de joven comporta tener una dotación menor de mayores). Calcula el equilibrio en el mercado de préstamos cada período si:

- (i) la dotación de los nacidos en un período impar es $(1, 0, 0, 1)$; y
- (ii) la dotación de los nacidos en un período impar es $(1, 0, 1, 0)$ en los períodos 1, 5, 9, 13 ... y $(0, 1, 0, 1)$ en los períodos 3, 7, 11, 15 ...

28. Gobierno y pobreza

Hay dos grupos, $G1(n)$ y $G2(n)$. La dotación de cada miembro de $G1$ es $(1, 0)$. La dotación de cada miembro de $G2$ es $(0, 0)$. Hay un gobierno que, cada período, asigna la cantidad τ de bien a cada persona que no tiene dotación de bien en el período. El gobierno financia la asignación con la emisión de bonos: a cambio de pagar la cantidad p de bien el bono promete pagar una unidad de bien en el período siguiente. Determina la dinámica de acumulación o desacumulación de la deuda pública y los estados estacionarios de esa dinámica.

29. Gobierno dotado

Igual que §28 excepto que el gobierno tiene una dotación de una unidad de bien cada período.

30. Pobreza extrema con gobierno dotado

Igual que §28 excepto que el gobierno tiene una dotación de una unidad de bien cada período y los jóvenes de $G1$ no tienen dotación (con lo que ninguna persona tiene dotación).

31. Pensiones y bonos a dos períodos

Hay un único bien, que no puede producirse ni acumularse. Empezando por $t = 1$, cada período nacen n personas, que viven tres períodos consecutivos.

En el primer período de vida, la función de utilidad es $u = c c' c''$, donde c es el consumo del bien en el primer período, c' el consumo en el segundo y c'' en el tercero. En el segundo período de vida, la función de utilidad es $u' = (c')^\beta (c'')^{1-\beta}$.

Toda persona tiene la dotación $(0, 1, 0)$: una unidad del bien en el segundo período de vida y ninguna en los restantes.

Hay un gobierno que hace una transferencia de τ unidades del bien (en concepto de renta mínima vital) a cada persona en su primer período de vida.

En el período inicial $t = 1$ el gobierno dispone de la cantidad de bien para hacer la transferencia. Desde el período $t = 2$ el gobierno financia la transferencia mediante la emisión de bonos. La emisión de bonos también se emplea para pagar la deuda generada por las emisiones de bonos del período anterior. Cada período el gobierno iguala ingresos (de la emisión de los bonos) y gastos (por la transferencia y por el pago de la deuda generada por las emisiones anteriores de bonos).

Los bonos que emite el gobierno tienen un vencimiento de dos períodos: cada bono emitido en un período t paga una unidad del bien en $t + 2$ a cambio de pagar en t el precio p del bono.

Determina la dinámica de acumulación o desacumulación de la deuda pública e identifica sus estados estacionarios.

32. Gobierno y pensiones

Cada período nacen n personas. Cada persona vive tres períodos. La función de utilidad en un período de vida diferente del último es $u = c c'$. La dotación de bien de cada persona es $(1, 0, 0)$.

Hay un gobierno que, cada período, paga la pensión q a cada persona en su tercer período de vida. El gobierno financia la pensión con la emisión de bonos: a cambio de pagar la cantidad p de bien el bono promete pagar una unidad de bien en el período siguiente. El gobierno paga la deuda con un impuesto τ que paga cada joven del período. Calcula el equilibrio general.

33. Creación de un gobierno sin mercado de préstamos

Hay dos grupos, $G1(n)$ y $G2(n)$. La función de utilidad de todo joven de $G1$ es $u = \ln c + \alpha \ln c'$, donde $\alpha > 0$ es una constante. La función de utilidad de todo joven de $G2$ es $u = \alpha \ln c + \ln c'$. La dotación de cada miembro de $G1$ es $(1, 0)$. La dotación de cada miembro de $G2$ es $(2, 2)$. No existe mercado de préstamos privados.

En el período inicial se crea un gobierno. El coste G de crearlo se financia con la emisión de bonos: hay que pagar una unidad de bien por cada unidad de bono y, en el período siguiente, cada unidad de bono paga v unidades de bien. La deuda que genera la emisión de bonos se paga con la emisión de más bonos. Cada período el gobierno equilibra su presupuesto.

Calcula el valor v de cada período y si existe algún estado estacionario de ese valor.

34. Dotaciones netas iguales con impuestos

Hay dos grupos, $G1(n)$ y $G2(n)$. La función de utilidad de todo joven es $u = c \cdot c'$. La dotación de cada miembro de $G1$ es $(1, 0)$. La dotación de cada miembro de $G2$ es $(2, 2)$. La dotación neta de una persona mayor que prestó de joven es su dotación inicial más el cobro del préstamo. La dotación neta de una persona mayor que se endeudó de joven es su dotación inicial menos el pago del préstamo. Hay un gobierno que pretende que todas las personas mayores tengan la misma dotación neta. Determina cómo el gobierno puede conseguir este objetivo mediante transferencias e impuestos, respetando el equilibrio presupuestario del gobierno.

35. Dotaciones netas iguales con deuda pública

Igual que §34 con una diferencia: alcanzar el objetivo con transferencias y deuda pública.

36. Dotaciones netas iguales, mercado de préstamos e impuestos

Igual que §34 con una diferencia: conseguir el objetivo interviniendo en el mercado de préstamos (como prestamista o como prestatario) y, en su caso, empleando transferencias e impuestos.

37. Dotaciones netas iguales, mercado de préstamos y deuda pública

Igual que §34 con una diferencia: conseguir el objetivo interviniendo en el mercado de préstamos (como prestamista o como prestatario) y, en su caso, empleando transferencias y deuda pública.

38. Consumos iguales con impuestos

Igual que §34 con una diferencia: el objetivo es que todos los mayores tengan el mismo consumo.

39. Consumos iguales con deuda pública

Igual que §35 con una diferencia: el objetivo es que todos los mayores tengan el mismo consumo.

40. Consumos iguales, mercado de préstamos e impuestos

Igual que §36 con una diferencia: el objetivo es que todos los mayores tengan el mismo consumo.

41. Consumos iguales, mercado de préstamos y deuda pública

Igual que §37 con una diferencia: el objetivo es que todos los mayores tengan el mismo consumo.

42. Utilidades iguales con impuestos

Igual que §34 con una diferencia: el objetivo es que todos los jóvenes tengan la misma utilidad.

43. Utilidades iguales con deuda pública

Igual que §35 con una diferencia: el objetivo es que todos los jóvenes tengan la misma utilidad.

44. Utilidades iguales, mercado de préstamos e impuestos

Igual que §36 con una diferencia: el objetivo es que todos los jóvenes tengan la misma utilidad.

45. Utilidades iguales, mercado de préstamos y deuda pública

Igual que §37 con una diferencia: el objetivo es que todos los jóvenes tengan la misma utilidad.

46. Igualdad de consumo intertemporal

Cada período nacen n personas. La función de utilidad de todo joven es $u = c c'$. La dotación de bien de cada persona es $(1, 0)$. Hay un gobierno que pretende que el consumo de joven y el consumo de mayor sean iguales.

- (i) Determina cómo el gobierno puede conseguir este objetivo mediante transferencias e impuestos, respetando el equilibrio presupuestario del gobierno .
- (ii) Analiza y explica si se puede alcanzar el mismo resultado empleando como único instrumento la deuda pública.

47. Financiación de una política de natalidad con pensiones privadas

En el período inicial nacen n personas, que viven dos períodos consecutivos. La función de utilidad de un joven es $u = c c'$. Cada persona mayor decide el número de hijos que nacerán en el mismo período en que el progenitor es mayor. La función de utilidad de un mayor es $u' = c' n$, donde n es el número de hijos que el mayor deciden tener.

[La posible fracción decimal en el número de hijos puede interpretarse como un rebaja proporcional de las características de una persona. Por ejemplo, si se tienen 1,4 hijos puede interpretarse que el segundo hijo equivale al 40% (en dotación, consumo, utilidad...) del primer hijo. Sugiere una interpretación alternativa.]

Cada hijo supone para su progenitor un coste de γ unidades del bien. Cada hijo paga a su progenitor p unidades del bien. Existe un gobierno que pretende financiar, con la emisión de deuda pública, la mitad del coste γ de tener un hijo.

Determina la evolución del volumen de deuda pública y la población total cada período.

48. Financiación de una parte de las pensiones privadas

Igual que §47 con la diferencia de que el gobierno financia con la emisión de deuda pública la mitad de la pensión p que paga cada hijo.

49. Financiación parcial de la natalidad y de las pensiones privadas

Igual que §47 con la diferencia de que el gobierno financia con la emisión de deuda pública la mitad de la pensión p que paga cada hijo y la mitad del coste unitario γ de tenerlo.

50. Migrantes

Hay dos grupos, $G1(n)$ y $G2(n)$. La dotación de bien de cada miembro de $G1$ es $(1, 0)$. La dotación de bien de cada miembro de $G2$ es $(2, 2)$. La función de utilidad de todo joven de $G1$ es $u = c^\alpha c'$, donde α es una constante positiva. La función de utilidad de todo joven de $G2$ es $u = c (c')^\alpha$.

Hay un gobierno que, cada período par, permite la entrada de n migrantes, que viven dos períodos, tienen dotación $(1, 1)$ y función de utilidad de joven $u = c c'$. Calcula el tipo de interés de equilibrio cada período.

51. Migrantes con ayudas financiadas en el mercado de préstamos

Igual que §50 con estas diferencias:

- (1) $\alpha = 0$;
- (2) la dotación de los migrantes es $(0, 0)$;
- (3) el gobierno asigna la dotación $r > 0$ a cada migrante joven; y
- (4) el gobierno (preservando el equilibrio presupuestario) financia la asignación con una tasa impositiva $\tau > 0$ sobre el volumen de préstamos.

52. Migrantes con ayudas financiadas en el mercado de consumo

Igual que §51 pero la tasa τ recae sobre el consumo de los jóvenes.

53. Migrantes con ayudas financiadas con un impuesto sobre las dotaciones

Igual que §51 pero la tasa τ recae sobre la dotación de los jóvenes.

54. Migrantes con ayudas financiadas con un impuesto de capitación

Igual que §51 pero con un impuesto de cuantía fija τ que recae sobre los nacionales.

55. Migrantes con ayudas financiadas con un impuesto universal

Igual que §51 pero con un impuesto de cuantía fija τ que recae sobre nacionales y migrantes.

56. Migrantes con ayudas financiadas con deuda pública

Igual que §51 pero sin tasa y con emisión de deuda pública (determina también la evolución del volumen de deuda pública y sus estados estacionarios).

57. El gobierno quiere fijar la tasa de interés a 1

Hay dos grupos, $G1(n)$ y $G2(n)$. La dotación de bien de cada miembro de $G1$ es $(1, 0)$. La dotación de bien de cada miembro de $G2$ es $(2, 2)$. La función de utilidad de todo joven es $u = c c'$. Existe un gobierno que pretende, con la emisión de deuda pública, que el tipo de interés sea siempre 1.

Determina la evolución del volumen de deuda pública y sus estados estacionarios.

58. El gobierno desea fijar la tasa de interés a $\frac{1}{2}$

Igual que §57 con una diferencia: el gobierno pretende que la tasa de interés sea siempre $\frac{1}{2}$.

59. El gobierno paga deuda privada I

Hay dos grupos, $G1(n)$ y $G2(n)$. La dotación de bien de cada persona de $G1$ es $(1, 0)$. La dotación de bien de cada persona de $G2$ es $(2, 2)$. La función de utilidad de todo joven es $u = c c'$.

Existe un gobierno que está dispuesto a pagar las deudas de las personas mayores, con la emisión de deuda pública. El máximo endeudamiento de los mayores que el gobierno está dispuesto a asumir es la proporción λ (con $0 < \lambda < 1$) del valor presente descontado de la dotación vital (la dotación de joven más el valor de la dotación de mayor en unidades del período de joven).

Determina la evolución del volumen de deuda pública y sus estados estacionarios.

60. El gobierno paga deuda privada II

Igual que §59 con una diferencia: la proporción λ se aplica a la dotación de joven.

61. El gobierno paga deuda privada III

Igual que §59 con una diferencia: la proporción λ se aplica a la dotación de mayor.

62. Hijos y ayuda familiar del gobierno I

Empezando en el período $t = 1$, cada período hay dos grupos de personas, $G1$ y $G2$. En $t = 1$ nacen n miembros de $G1$. En $t = 1$ nacen $2n$ miembros de $G2$. Empezando en $t = 1$, todo joven decide el número de hijos que nacerán en el período siguiente.

Mientras no nace, cada hijo genera al progenitor joven un coste de γ unidades del bien. Todo hijo pertenece al mismo grupo que su progenitor. La función de utilidad de joven es $u = c c'$.

La dotación de los miembros de $G1$ es $(0, 1)$. La dotación de los miembros de $G2$ es $(2, 2)$. Hay un gobierno que, cada período, paga a cada joven a unidades del bien (en concepto de ayuda familiar) por cada hijo que el joven decide que nazca en el siguiente período.

El gobierno financia la prestación emitiendo bonos. Un bono emitido en el período t paga una unidad del bien en $t + 1$ a cambio de pagar en t por el bono p unidades del bien. El gobierno refinancia la deuda: paga la deuda anterior emitiendo más bonos. Cada período el presupuesto del gobierno está equilibrado: los ingresos de la emisión corriente de bonos son iguales al importe de la prestación más el pago por el vencimiento de la emisión previa de bonos.

Determina las expresiones que establecen la trayectoria de acumulación o desacumulación de la deuda pública y la dinámica de la población. En cada caso, identifica los estados estacionarios.

63. Hijos y ayuda familiar del gobierno II

Igual que §62 con una diferencia: el valor a de la prestación en un período es igual al tipo de interés bruto del período.