

1. Modelo 1: un modelo dinámico simple de una economía de recolectores

1. Estructura y construcción del modelo

El modelo que se presenta se estructura y se construye como casi todos los modelos macroeconómicos que tienen una base microeconómica. La construcción del modelo sigue cuatro etapas.

• **Etapa 1.** Descripción de la realidad exógena en la economía

La realidad exógena en la economía (todo lo que no depende del funcionamiento de la economía) incluye dos ámbitos: realidad física (espacio, tiempo, materia, energía, rotación planetaria...) y realidad ecológica (los 'servicios' que provee la naturaleza gratuitamente: aire, agua, animales, plantas, suelo fértil, minerales, luz solar...).

Un hecho estilizado de las economías es que, cuanto más compleja es una economía, menos realidad exógena existe. Puede interpretarse que las economías (se entiende economías de humanos) son parásitos del ecosistema en que se desarrollan. En términos ecológicos, la expansión de una economía (el 'crecimiento económico') requiere apropiarse de cada vez más partes de la naturaleza (esencialmente, arrebatar recursos a la naturaleza: minerales, animales y vegetales). La expresión 'crecimiento económico' esconde que comporta 'decrecimiento del ecosistema'. Toda economía es una depredadora de la naturaleza.

La tecnología permite endogeneizar realidad física; por ejemplo, obteniendo una forma de energía (electricidad, energía nuclear) que previamente no estaba disponible o creando nuevos estados de la materia. Un mecanismo tecnológico que hiciera posible viajar atrás en el tiempo implicaría endogeneizar el tiempo y hacerlo un componente más de la economía (se podría elegir en qué momento tomar decisiones y no estar forzado a tomarlas en el presente).

Una de las actividades más importantes en economías complejas es identificar lo posible en la realidad física. La investigación científica y tecnológica se encarga de ello. ¿Podemos viajar por el aire? ¿Comunicarnos a distancia? ¿Curar enfermedades graves? ¿Editar el genoma? ¿Fabricar carne animal sin animales? ¿Pueden teletransportarse objetos en rayos de luz? ¿Cómo de controlables son los estados cuánticos? ¿Hay más de tres dimensiones espaciales? ¿Puede superarse la velocidad de la luz? ¿Puede almacenarse toda la información de un cerebro humano? ¿Es posible la fusión fría a pequeña escala?

Análogamente, la realidad ecológica (el ecosistema) se vuelve más endógena cuanto más compleja y extensa es una economía. La agricultura es una invención que endogeiniza plantas: lo que ocurre en la economía afecta al volumen y tipo de plantas del ecosistema (las variedades originales de los vegetales domesticados poco tienen que ver con las variedades cultivadas actuales; lo mismo se aplica a los animales: todos los perros provienen de lobos).

La realidad física del modelo es simple: el tiempo es discreto (no continuo) y sólo hay materia (no hay energía o la energía no es económicamente relevante). Una interpretación es que la materia toma la forma de un bien. Alternativamente, se puede considerar que la materia se manifiesta en

distintos bienes pero que lo único que interesa de estos bienes es una propiedad (por lo que es como si la propiedad fuera el bien). Por ejemplo, contradiciendo la visión de que la energía no existe o no es relevante, podría interpretarse que lo que la economía emplea de la realidad física es energía (calorías obtenidos de los bienes). Esta segunda interpretación sería adecuada para la modelización de economías de recolección: no importa si se recolectan plantas o se recolectan (cazan) animales, porque lo esencial es su aporte calórico.

Conceptualmente, no existe diferencia entre tiempo discreto o continuo. El tiempo es un índice numérico que sirve para ordenar los resultados (netos o acumulados) de la economía.

Como ilustración, si en el momento 10 una variable económica del modelo toma el valor 4, se interpreta que el cambio neto de la variable del momento 9 al 10 es 4, o que el cambio acumulado de la variable entre el momento 9 y 10 es 4. Por ejemplo, si la variable es deuda, por lo general el relevante es el valor neto, si la deuda en el momento 10, cae a 6, la deuda neta es 1: inicialmente la deuda era 5 y finalmente pasa a 6. Si interesase la deuda total entre los momentos 9 y 10, el valor sería $5 + 9 + 6$, que es un valor que poco interés. En el caso de la producción (PIB o medida similar), tiene mayor interés el valor agregado (puesto que generalmente no hay destrucción de producción en el proceso de producción).

Un momento del tiempo es como una fotografía de la economía. Con tiempo continuo apenas ocurre nada entre dos fotografías consecutivas y hay innecesariamente masas. Con tiempo discreto se pueden producir grandes cambios entre fotografías consecutivas, porque los momentos pueden representar días, meses, años, décadas, generaciones...

La realidad ecológica se solapa con la realidad física y queda reducida a cuantificar los bienes disponibles. En esencia, se trata de medir cuál es la aportación física de la naturaleza a la economía.

• **Etapa 2.** Descripción de la realidad económica

El componente esencial de la realidad económica son las personas. Cuanto más compleja es una economía, más de realidad económica no son personas: bienes acumulados, conocimientos, técnicas de producción...

El modelo debe especificar qué personas, o tipos de personas, habitan la economía (los que recolectan, los que consumen, los que producen, los más jóvenes, los mayores...) y cuáles son sus características relevantes para el modelo.

En todo modelo microeconómico convencional, los rasgos fundamentales de las personas son dos: qué tienen y qué quieren.

En el caso más simple, lo que tienen las personas del modelo se reduce a dos ítems: tiempo y recursos. El tiempo se concreta en tiempo de vida: ¿cuántos momentos del modelo vive una persona? Esta variable es asimétricamente endogeneizable: es fácil acortar los tiempos de vida (suicidio), pero más costoso alargarlo.

La capacidad de hacer cosas es el recurso asignado de fábrica a las personas (el 'factor trabajo'). El modelo que se presenta es más directo al asumir que el recurso a disposición de las personas es una determinada cantidad de bien (o de la propiedad de los bienes en los que se centra el modelo). Aunque no se modeliza el proceso de transformación de tiempo de trabajo en cantidad de bien (lo que sería una 'función de producción personal del bien' o de la propiedad), puede interpretarse que la asignación de bien a las personas (su 'dotación del bien' o de la propiedad) es el resultado de la capacidad de la persona de recolectar por sí mismo el bien o la propiedad.

El 'qué quieren' de las personas se concreta en lo que les importa. Se entiende que quieren quienes les importa. La aproximación convencional supone que lo único que importa a las personas es acceso al bien o propiedad en que se centra el modelo (consumir el bien o disfrutar la propiedad). Se asume típicamente que las personas quieren más de lo que les importa: quieren (prefieren) consumir más que consumir menos del bien o propiedad.

Si las personas viven más de una unidad de tiempo (período), entonces lo que querrán será consumir el bien en cada período. En este caso, la ordenación de opciones no es única. Por ejemplo, si se viven dos períodos, es natural asumir que el vector de consumo (2, 2), donde se consumen dos unidades del bien en el primero y en el segundo períodos, es más querido (preferido) en el vector (1, 1). Pero ¿y si los vectores son (2, 1) y (1, 2)? De entrada es igualmente razonable que una persona considere el primer patrón más preferible (más querido) que el segundo, menos preferible o igualmente preferible.

Para representar esta versatilidad en lo que pueden desear las personas, es común suponer que sus preferencias son numéricamente representables: las opciones más preferidas tienen valoraciones numéricas (valores de 'utilidad') superiores a las menos preferidas.

En resumen, en el modelo las personas estarán representadas por tres elementos:

- los tiempos de vida asignado (en principio, no modificable);
- la 'dotación' del bien del que disponen (dado que en la economía sólo hay un bien);
- una función de utilidad definida sobre los posibles vectores de consumo que la persona puede realizar a lo largo de su vida.

• **Etapa 3.** Determinación de las reglas de comportamiento de las personas

La determinación de las reglas de comportamiento de las personas del modelo es una tarea instrumental para completar la etapa 4: estas reglas no interesan por sí mismas, sino por lo que provocan en la economía.

La metodología estándar para establecer las reglas de comportamiento exige identificar los objetivos específicos de las personas. Esta identificación se concreta en presentar alguna función cuantificable (la 'función objetivo') que las personas pretenden optimizar (maximizar o minimizar). Parece igualmente válido, aunque no es habitual, adoptar la hipótesis de que las personas quieren alcanzar valores 'satisfactorios' de la función objetivo, en lugar de valores óptimos.

El rasgo característico de un modelo microeconómico es que las personas representadas se asignan el objetivo de maximizar la función de utilidad que captura todo lo que les importa. El resultado de la maximización se puede interpretar como una función de oferta (o de demanda) de lo que quieren (de lo que quieren instrumentalmente, como medio para obtener lo que realmente les importa, o de lo que quieren porque es lo que realmente les importa). Una de las tareas fundamentales en el análisis del modelo es identificar qué pueden hacer las personas (consumir, producir, endeudarse, tener hijos...).

- **Etapa 4.** Determinación de los resultados de la economía por interacción de las reglas de comportamiento de las personas

En esta etapa, se responde a las preguntas que motivan el modelo. Por lo general se trata de obtener relaciones que establecen el valor de variables de interés de la economía del modelo sobre la base de las variables exógenas en la economía.

Existe un instrumento que conecta las reglas de comportamiento establecidas en la etapa 3 con los resultados a obtener en esta etapa: las 'instituciones'. Grosso modo, una institución es una forma de organizar y regular la interacción de personas. Una institución establece límites a lo aceptable hacer.

En el contexto de este tipo de modelo, una institución es un mecanismo que toma como input las reglas de decisión de las personas de la etapa 3 y produce un resultado económico. La institución más comúnmente empleada en los modelos de base microeconómica es el mercado competitivo. En esta institución las reglas de decisión son las funciones de oferta y demanda de los participantes en el mercado y el resultado que se genera es el equilibrio de mercado: un precio y una cantidad que satisfacen la condición de compatibilidad agregada de las reglas de decisión.

Multitud de instituciones alternativas son concebibles. Una simple es una autoridad colectiva que determina su resultado a partir de las reglas de decisión de los individuos. Otra es que una jerarquía de las personas establece una prioridad respecto a quien tiene más derecho o influencia en la determinación de los resultados de la economía (la jerarquía puede fundamentarse en el poder, la fuerza, el dinero, la costumbre, el prestigio social...). Y en otra hay una partición de ámbitos de la economía y personas o grupos de personas determinan (mediante algún mecanismo de decisión colectiva, como una votación) el resultado en el ámbito correspondiente (por ejemplo, las compras en tiendas se caracterizan por una división de funciones en la determinación de los resultados: los tenderos eligen precios y los compradores eligen su cantidad comprada).

Uno de los rasgos más sorprendentes de la microeconomía convencional es que no acompaña al modelo del mercado competitivo ningún mecanismo concreto y avalado por la evidencia empírica que explique cómo se determina el equilibrio de mercado (si nadie fija el precio en un mercado competitivo, ¿qué lo mueve? La respuesta 'las fuerzas de mercado' es cómo responder a la pregunta '¿qué hora es?' con un 'ni pronto ni tarde').

2. El modelo 1

El modelo específico presentado y analizado a continuación hace caso particular del modelo general descrito en §1.

Posteriormente se irán proponiendo extensiones o variantes de modelo general, a las que se añadirán nuevos elementos. En lugar de estudiar las extensiones o variantes desde un punto de vista general, el análisis se llevará a cabo aplicando las extensiones o variantes al modelo específico que se presenta a continuación. Se puede interpretar que este modelo específico es un modelo básico que se irá extendiendo o generalizando en diferentes direcciones. Por ello conviene invertir en entender bien el modelo básico.

2.1. Descripción de la economía

- **Convención.** Para simplificar la notación, todas las variables se presumen referidas a un mismo período t (arbitrario o concretado por el contexto); y se indicará mediante el apóstrofo ' ' ' que la variable se refiere al período siguiente $t + 1$. Por ejemplo, x se escribirá en lugar de x_t y x' en lugar de x_{t+1} .
- **Descripción de la economía.** El modelo considera una economía con los siguientes rasgos.
 - El tiempo es discreto: se mide en períodos.
 - La economía tiene un período inicial pero no un período final.
 - Existe un único bien (o muchos bienes de los que interesa una sola propiedad de relevancia económica).
 - El bien no se puede producir pero sí consumir.
 - El bien no se puede acumular: desaparece la cantidad de bien disponible en un período que no se consume en el período. En términos de depreciación, la tasa de depreciación del bien es del 100%: el bien sólo 'vive' un período.
 - Cada período nacen dos grupos de personas, denominados G1 y G2.
 - Cada grupo tiene n miembros.
 - Todas las personas viven dos períodos consecutivos.
 - La naturaleza regala a toda persona joven de G1 la cantidad (o dotación) $w > 0$ del bien.
 - La naturaleza no regala bien a los mayores de G1, por lo que el vector de dotaciones del bien de todo miembro de G1 es $(w, 0)$.
 - La naturaleza regala a todo miembro de G2, sea joven o mayor, la cantidad δw del bien, con $\delta > 1$. El parámetro δ mide cuántas veces un miembro de G2 es más rico (en dotación del bien) que un joven de G1. El vector de dotaciones del bien de todo miembro de G2 es $(\delta w, \delta w)$.

- La función de utilidad de toda persona joven es $u = c \cdot c'$, donde c es la cantidad de bien consumida de joven y c' es la cantidad de bien consumida de mayor.
- La función de utilidad de toda persona mayor es $u' = c'$.
- Toda persona toma decisiones con el objetivo de maximizar su función de utilidad.
- La única institución es un mercado competitivo en que se presta el bien.

La Fig. 1 representa la estructura demográfica de la economía si se asume que siempre hay jóvenes y mayores. La Fig. 2 muestra la estructura demográfica cuando en el período inicial sólo hay jóvenes.

generación	período							
	1	2	3	...	t	$t+1$	$t+2$...
0	mayor							
1	joven → mayor							
2		joven → mayor						
...			joven →	...				
t				...	mayor			
$t+1$...	→ joven → mayor			
$t+2$						joven → mayor		
...						

Fig. 1. Estructura demográfica de la economía con granos en el período inicial

generación	período							
	1	2	3	...	t	$t+1$	$t+2$...
1	joven → mayor							
2		joven → mayor						
...			joven →	...				
t				...	mayor			
$t+1$...	→ joven → mayor			
$t+2$						joven → mayor		
...						

Fig. 2. Estructura demográfica de la economía sin mayores en el período inicial

El análisis se va a restringir al caso particular $\delta = 2$ y $w = 1$. Por ello, la dotación (w_1, w'_1) de cada miembro de G1 es $(w_1, w'_1) = (1, 0)$: una unidad de joven y ninguna de mayor. La dotación (w_1, w'_2) de cada miembro de G2 es $(w_2, w'_2) = (2, 2)$: dos unidades de joven y dos de mayor.

2.2. Obtención de las reglas de comportamiento (o reglas de decisión)

- **Decisiones.** Todo el mundo decide cuánto quiere consumir del bien y cuánto quiere prestar o tomar prestado. Por eso, se puede interpretar que se participa en dos mercados: el mercado del bien y el mercado de préstamos del bien (más adelante se discutirá si existe un mercado del bien).

- **Decisiones de prestar / tomar prestado.** Aunque todas las personas mayores querrían participar en el mercado de préstamos como demandantes, nadie les prestará el bien, dado que los mayores no podrán devolver los préstamos en el siguiente período. De ahí se concluye que sólo los jóvenes participan en el mercado de préstamos.

- **Decisión de prestar / tomar prestado de los miembros de G1.** Todo joven del grupo G1 se enfrenta al problema de

$$\begin{array}{ll} \text{maximizar} & u_1 = c_1 c'_1 \quad \text{respecto de } c_1, c'_1 \text{ y } l_1 \\ \text{sujeto a} & c_1 + l_1 = 1 \\ & c'_1 = R l_1 \end{array}$$

donde

c_1 es el consumo presente de la persona (consumo de joven)

c'_1 es el consumo futuro de la persona (consumo de mayor)

R es la tasa de interés bruta (la tasa bruta es uno más la tasa neta)

l_1 es la cantidad de bien que se presta de joven

$c_1 + l_1 = 1$ es la restricción presupuestaria de joven

$c'_1 = R l_1$ es la restricción presupuestaria de mayor.

La restricción presupuestaria de mayor se satisface trivialmente porque de mayor se consumirá lo que se haya decidido de joven. Dado que un mayor de G1 no tiene dotación y dado que un joven de G1 obtiene utilidad del consumo de mayor, todo joven de G1 deberá prestar sacrificando parte l_1 de su consumo potencial de joven. El problema de todo joven de G1 se reduce a determinar l_1 : cuánto desea prestar (lo cual determina cuánto consumirá de mayor).

En general, la variable l_1 puede tomar valores positivos (y se interpreta como oferta de préstamo del bien) o negativos (y se interpreta como demanda de préstamo del bien).

La tasa de interés bruta R presenta el precio de un préstamo: por cada unidad recibida en préstamo en un período hay que pagar R unidades de bien en el período siguiente. El valor de R no puede ser negativo, dado que un valor negativo implicaría que un prestamista entrega bien en un período y debe volver a entregar bien en el período siguiente.

Dividiendo por R la segunda restricción y sumándolas se obtiene la restricción presupuestaria vital:

$$c_1 + \frac{c'_1}{R} = 1.$$

El cociente $\frac{1}{R}$ se interpreta como factor de descuento: el valor en un período de una unidad del bien del período siguiente. Esto es, una unidad de bien del período $t + 1$ equivale a $1/R$ unidades del

período t (ya que, por definición de R , una unidad de bien en t equivale a R unidades en $t + 1$). El lagrangiano es

$$\mathcal{L}_1 = c_1 c'_1 + \lambda \cdot \left(1 - c_1 - \frac{c'_1}{R} \right).$$

Las condiciones necesarias para alcanzar un máximo de \mathcal{L} son

$$0 = \frac{\partial \mathcal{L}_1}{\partial c_1} = c'_1 - \lambda$$

$$0 = \frac{\partial \mathcal{L}_1}{\partial c'_1} = c_1 - \frac{\lambda}{R}$$

$$0 = \frac{\partial \mathcal{L}_1}{\partial \lambda} = 1 - c_1 - \frac{c'_1}{R}.$$

Se sigue de las dos primeras condiciones que

$$c_1 = \frac{c'_1}{R}.$$

Introduciendo esta ecuación en la tercera condición

$$c_1 = \frac{1}{2}.$$

Sabiendo que $c_1 + l_1 = 1$, la conclusión es que

$$\boxed{l_1 = \frac{1}{2}}. \quad (1)$$

Dado que l_1 será siempre positivo, los jóvenes de G1 son prestamistas: de jóvenes ofrecen bien en préstamo a cambio de recibir, de mayores, R unidades del bien por unidad prestada.

[Una vía más directa de llegar a (1) consiste en aislar los consumos en las restricciones presupuestarias e insertar las expresiones resultantes en la función objetivo. En este caso, el problema es

$$\text{maximizar } u_1 = c_1 c'_1 = (1 - l_1) R l_1 \text{ respecto de } l_1.$$

Así,

$$0 = \frac{du_1}{dl} = R(1 - 2l_1)$$

lleva a (1), ya que $R \neq 0$.]

• **Decisión de prestar / tomar prestado de los miembros de G2.** Todo joven del grupo G2 se enfrenta al problema de

$$\text{maximizar } u_2 = c_2 c'_2$$

$$\text{sometido a } c_2 + l_2 = 2 \quad (\text{restricción presente, de joven})$$

$$c'_2 = 2 + R l_2 \quad (\text{restricción futura, de mayor})$$

Dividiendo por R la segunda restricción y sumando las dos se obtiene la restricción presupuestaria vital:

$$c_2 + \frac{c'_2}{R} = 2 + \frac{2}{R}.$$

El lagrangiano es

$$\mathcal{L}_2 = c_2 c'_2 + \lambda \cdot \left(2 + \frac{2}{R} - c_2 - \frac{c'_2}{R} \right).$$

Las condiciones necesarias para alcanzar un máximo de \mathcal{L}_2 son

$$0 = \frac{\partial \mathcal{L}_2}{\partial c_2} = c'_2 - \lambda$$

$$0 = \frac{\partial \mathcal{L}_2}{\partial c'_2} = c_2 - \frac{\lambda}{R}$$

$$0 = \frac{\partial \mathcal{L}_2}{\partial \lambda} = 2 + \frac{2}{R} - c_2 - \frac{c'_2}{R}.$$

Se sigue de las dos primeras condiciones que

$$c_2 = \frac{c'_2}{R}.$$

Introduciendo esta ecuación en la tercera condición

$$c_2 = 1 + \frac{1}{R}.$$

Por la restricción de joven $c_2 + l_2 = 2$, se concluye que

$$l_2 = 1 - \frac{1}{R}. \quad (2)$$

Dado que l_1 siempre es positivo, la existencia del mercado de préstamo del bien requiere que, al menos en el equilibrio del mercado, los miembros jóvenes de G2 sea prestatarios (demandantes de préstamos del bien). Equivalentemente, en equilibrio, es necesario que $l_2 < 0$ (con lo cual tiene que ser que $R < 1$).

2.3. Obtención de los resultados de la economía (efecto del funcionamiento de las instituciones)

La institución esencial en el modelo básico es el mercado competitivo. Se asume que todos los mercados (del bien y préstamos del bien) son competitivos.

Existen diferencias significativas entre el mercado del bien y el de préstamos. En el mercado del bien todos los intercambios se producen en el mismo período. En cada período t la condición de equilibrio en el mercado del bien es

oferta total del bien en $t =$ demanda total del bien en t

dotación del bien en G1 + dotación del bien en G2 = consumo del bien en G1 + consumo del bien en G2

$$n \cdot (1 + 0) + n \cdot (2 + 2) = n \cdot (c_1 + c_1') + n \cdot (c_2 + c_2')$$

$$5 = c_1 + c_1' + c_2 + c_2'$$

La condición anterior es válida para $t \geq 2$. En $t = 1$ todo depende de si hay mayores. Si no existe (Fig. 2), la condición sería

$$n \cdot 1 + n \cdot 2 = n \cdot c_1 + n \cdot c_2$$

$$3 = c_1 + c_2.$$

Si hay grandes (Fig. 1) se produce un problema: ¿cómo se determinan las funciones de demanda del bien de los mayores? Una opción es suponer que demandan lo que tienen y la condición se convertiría en

$$n \cdot (1 + 0) + n \cdot (2 + 2) = n \cdot (c_1 + 0) + n \cdot (c_2 + 2)$$

$$3 = c_1 + c_2.$$

Pero en este caso es poco razonable suponer que, sin restricciones, los mayores no demandaran más de lo que tienen.

En el mercado de préstamos el intercambio es doble e involucra dos períodos. En el primer período el prestamista entrega el bien al prestatario (que, a cambio, da al prestamista un activo financiero: la promesa de devolver el préstamo en el período siguiente). En el segundo período el prestamista recibe bien del prestatario (la tasa bruta) y, en compensación, se entiende que el prestamista devuelve el activo financiero al prestatario.

El problema de este tipo de intercambio es que nada en el modelo garantiza el retorno del préstamo (que la segunda parte de la operación tendrá lugar). La presentación de mercados competitivos (y de mercados en general) pasa por alto cómo se garantiza el cumplimiento de obligaciones. La presunción es que uno es honesto: las obligaciones se cumplen por voluntad propia¹.

¹ ¿De dónde sale el mercado de préstamos? Es un mercado que involucra el cambio de bien por promesas de entregar bien en el futuro. La descripción original de la economía no incluye promesas (no existen activos financieros): son un añadido del modelo. El hecho de que no sean un elemento explícito del modelo, explica las dificultades indicadas sobre la ausencia de un mecanismo garantizador del cumplimiento de una promesa. Una versión más completa del modelo debería dirigir qué asegura la ejecución de obligaciones creadas en el mercado de préstamos. De entrada, la introducción de un mercado de préstamos del bien es razonable (puede suponerse que las personas de la economía pueden crear las instituciones que quieran, identificadas o no en la descripción de la economía). El problema es qué se da a cambio del bien recibido ahora (no hay dinero, no existen otros bienes, no hay esclavitud). La solución es el intercambio intertemporal (no intratemporal, como en el mercado del bien): el bien recibido hoy se paga con bien entregado mañana.

Esta desventaja conceptual tiene la ventaja analítica de que el mercado de préstamos es homogéneo cada período: la condición de equilibrio del mercado de préstamos

oferta total de préstamos del bien en $t =$ demanda total de préstamos del bien en t

vale para todo período (el primero incluido). De ahí que la determinación de los resultados de la economía (consumos, tasa de interés, préstamos) se fundamenta en el análisis del mercado de préstamos.

• **Equilibrio en el mercado de préstamos.** La condición de equilibrio en el mercado de préstamos es que la oferta total de préstamos sea igual a la demanda total de préstamos. Dado que, en equilibrio, el valor de la función de demanda de préstamos debe tomar un valor negativo, la condición de equilibrio establece que la oferta total coincida con el valor absoluto de la demanda total. En este caso, dado que l_2 debe expresar la demanda, $nl_1 = |nl_2|$. De modo equivalente, $nl_1 = -nl_2$; o

$$l_1 + l_2 = 0. \quad (3)$$

La condición (3) representa que, en el mercado de préstamos, el bien se redistribuye: cada unidad de bien recibida en préstamo debe corresponderse con otra unidad de bien ofertada en préstamo. Aplicando (3),

$$\frac{1}{2} + 1 - \frac{1}{R} = 0.$$

La tasa de interés de equilibrio es

$$R = \frac{2}{3}.$$

Tener $R = 2/3$ significa que por cada unidad de bien prestada se reciben $2/3$ en el período siguiente (y que por cada unidad de bien prestada, deben pagarse $2/3$ en el período siguiente).

Los lotes de consumo en equilibrio son

$$(c_1, c'_1) = (c_1, Rc_1) = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{3}\right)$$

y

$$(c_2, c'_2) = \left(1 + \frac{1}{R}, Rc_2\right) = \left(\frac{5}{2}, \frac{5}{3}\right).$$

El equilibrio general de la economía consistiría en la matriz infinita de tasas de interés y consumos (precios y cantidades que equilibran todos los mercados) de la Fig. 3. El resultado es poco interesante porque la dinámica económica es trivial: la economía crea el mismo resultado cada período (estado estacionario).

	t	1	2	3	4	6	7	...
dotación	R	$2/3$	$2/3$	$2/3$	$2/3$	$2/3$	$2/3$...
1	c_1	$1/2$	$1/2$	$1/2$	$1/2$	$1/2$	$1/2$...
0	c'_1	$1/3$	$1/3$	$1/3$	$1/3$	$1/3$	$1/3$...
2	c_2	$5/2$	$5/2$	$5/2$	$5/2$	$5/2$	$5/2$...
2	c'_2	$5/3$	$5/3$	$5/3$	$5/3$	$5/3$	$5/3$...

Fig. 3. El equilibrio general de la economía: tasa de interés y consumos

• **Desigualdad.** La existencia del mercado de préstamos aumenta la utilidad de todo el mundo en relación con la utilidad sin mercado. En concreto, sin mercado, la utilidad de cada miembro joven de G1 sería la utilidad de su dotación: $u_1(1,0) = 1 \cdot 0 = 0$. Con mercado, la utilidad sube a $u_1\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{3}\right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$. Una lección paralela es que el mercado de préstamos incrementa la desigualdad en la distribución del bien. Sin mercado, cada miembro de G1 podía consumir, a lo largo de su vida, $1+0 = 1$ unidades del bien; con el mercado, sólo consume $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$. Esto implica que cada miembro de G2 tiene acceso a mayor cantidad de bien a lo largo de su vida con mercado que sin él.

2.4. Los resultados de la economía a través del mercado del bien

• **Ley de Walras.** Si es cierto que existen dos mercados (del bien y de préstamos del bien), por la ley de Walras, si un mercado se encuentra en equilibrio, el otro también. El análisis de equilibrio de § 2.3 se ha restringido en el mercado de préstamos. ¿Qué ocurriría si el análisis se hubiera centrado en el equilibrio del mercado del bien?

• **Equilibrio en el mercado del bien.** La condición de equilibrio en el mercado del bien (asumiendo competitivo) en el período t es que la cantidad total ofrecida del bien t coincide con la cantidad total demandada del bien en t .

• **Demanda total del bien.** La cantidad total demandada del bien cada período es la suma de lo que, en el período, demandan los jóvenes y de lo que demandan los mayores. Según se ha mostrado en §2.2 la cantidad demanda $c_{1,t}$ del bien de un joven de G1 es t

$$c_{1,t} = \frac{1}{2}$$

y la de un joven de G2 es t

$$c_{2,t} = 1 + \frac{1}{R_t}$$

dónde R_t está la tasa de interés bruta en t .

También se ha mostrado que, para los mayores en t ,

$$c'_{1,t} = c_{1,t-1} \cdot R_{t-1}$$

y

$$c'_{2,t} = c_{2,t-1} \cdot R_{t-1}$$

donde R_{t-1} es la tasa de interés bruta en el período anterior $t - 1$. Además, como los individuos jóvenes de cada grupo son iguales cada período,

$$c_{1,t-1} = \frac{1}{2}$$

y

$$c_{2,t-1} = 1 + \frac{1}{R_{t-1}}.$$

Dado que hay n jóvenes del grupo G1, n jóvenes de G2, n mayores de G1 y n mayores de G2 , en todo período, la demanda total del bien es

$$n \cdot c_{1,t} + n \cdot c_{2,t} + n \cdot c'_{1,t} + n \cdot c'_{2,t}.$$

Esto es,

$$n \cdot \left(\frac{1}{2} + 1 + \frac{1}{R_t} \right) + n \cdot R_{t-1} \cdot \left(\frac{1}{2} + 1 + \frac{1}{R_{t-1}} \right).$$

En resumen, la cantidad total demandada del bien t es

$$n \cdot \left(\frac{5}{2} + \frac{1}{R_t} + \frac{3}{2} \cdot R_{t-1} \right).$$

En relación con la cantidad total ofrecida del bien en t , lo más simple es asumir que coincide con la dotación total del bien en t : la suma de la dotación $n \cdot w_1$ de los n jóvenes de G1, de la dotación $n \cdot w_2$ de los n jóvenes de G2 , de la dotación $n \cdot w'_1$ de los n mayores de G1 y de la dotación $n \cdot w'_2$ de los n mayores de G2. Así, la cantidad total ofertada del bien t es

$$n \cdot w_1 + n \cdot w_2 + n \cdot w'_1 + n \cdot w'_2 = n \cdot (1 + 2 + 0 + 2) = 5 \cdot n$$

Igualando oferta y demanda se obtiene la ecuación

$$-\frac{5}{2} + \frac{1}{R_t} + \frac{3}{2} \cdot R_{t-1} = 0. \quad (4)$$

Al tratarse de calcular R_t , el valor de R_{t-1} es conocido. Este valor satisfaría una condición análoga

$$-\frac{5}{2} + \frac{1}{R_{t-1}} + \frac{3}{2} \cdot R_{t-2} = 0$$

excepto si $t - 1$ es el período inicial.

- **Caso 1.** En el período inicial sólo hay jóvenes. La suma de todas las restricciones presupuestarias de los jóvenes de G1 es

$$n(c_1 + l_1) = n \cdot 1.$$

La de los jóvenes de G2 es

$$n(c_2 + l_2) = n \cdot 2.$$

La suma de todas las restricciones es

$$c_1 + c_2 + l_1 + l_2 = 3.$$

Si el mercado de préstamos está en equilibrio (y, por tanto, $l_1 + l_2$),

$$c_1 + c_2 = 3,$$

que es la condición de equilibrio en el mercado del bien (oferta total $3n$ igual a demanda total $nc_1 + nc_2$). Se sabe que el equilibrio en el mercado de préstamos conlleva $R = 2/3$. Como consecuencia, empleando (4) con $R_{t-1} = R_1 = 2/3$,

$$-\frac{5}{2} + \frac{1}{R_2} + \frac{3}{2} \cdot \frac{2}{3} = 0$$

y así

$$R_2 = 2/3.$$

Volviendo a utilizar (4), ahora con $R_{t-1} = R_2 = 2/3$, se obtiene $R_3 = 2/3$. Se infiere que la tasa de interés que equilibra el mercado del bien es constante: $R = 2/3$. Es el mismo resultado obtenido con el análisis basado en el mercado de préstamos.

- **Caso 2.** En el período inicial hay mayores. Este caso es problemático porque no existe información para concretar las funciones de demanda del bien de los mayores. Una opción es asumir que las funciones de demanda en el período inicial son las mismas que las de los otros períodos ($c'_{1,t} = R_{t-1}/2$ y $c'_{2,t} = 1 + R_{t-1}$) y elegir una tasa de interés R_0 de un hipotético período anterior al inicial.

Esta opción crea un resultado paradójico. Específicamente, sea $R_0 = 1$. Con la hipótesis de que los granos de $t = 1$ son como los grandes del resto de períodos, la ecuación (4) es válida. Por tanto,

$$-\frac{5}{2} + \frac{1}{R_1} + \frac{3}{2} \cdot 1 = 0$$

y

$$R_1 = 1.$$

A partir de $R_1 = 1$ la continuada aplicación de (4) hace que la tasa de interés sea ahora siempre uno. La paradoja es que $R = 1$ equilibra el mercado del bien en el período t (si R también fue

uno en el período anterior $t - 1$) pero no equilibra el mercado de préstamos del mismo período t (porque, como se ha determinado, el único valor que equilibra el mercado de préstamos, sea el período que sea, es $R = 2/3$). Este resultado contradiría la ley de Walras: el mercado del bien se equilibra pero el mercado de préstamos no.

Con $R = 1$ se obtiene $l_2 = 0$ y, al tenerse $l_1 = 1/2$, se produce un exceso de oferta de préstamos.

El valor $R = 1$ como equilibrio del mercado del bien implica que los miembros de G_2 , jóvenes y mayores, consumen su dotación. En la práctica es como si los jóvenes de G_1 transfirieran bien (a cambio de nada) a los mayores de G_1 .

Tanto $R = 1$ como $R = 2/3$ equilibran el mercado del bien: si $R = 1$, el vector de consumo es $(c_1, c_2, c'_1, c'_2) = (\frac{1}{2}, 2, \frac{1}{2}, 2)$; si $R = 2/3$, el vector es $(c_1, c_2, c'_1, c'_2) = (\frac{1}{2}, \frac{5}{2}, \frac{1}{3}, \frac{5}{3})$. En ambos casos el consumo total coincide con la dotación total 5 correspondiente (dejando a un lado la escala n).

• **Liquidando la ley de Walras.** Los análisis anteriores pueden aprovecharse para construir una extensión del modelo básico donde no siempre se cumple la ley de Walras. La clave es conseguir, de una forma más sólida, que en $t = 0$ la tasa sea $R = 1$. El nuevo elemento del modelo para conseguir ese resultado es la muerte prematura. En la extensión que se propone a continuación hay un nuevo grupo de personas en $t = 0$, que expectan vivir dos períodos, pero que sólo viven uno: el primero.

En concreto, la economía arranca en $t = 0$, con los dos grupos G_1 y G_2 , y con un tercer grupo G_3 . Los n miembros de G_3 son la versión simétrica de los de G_1 : mismas funciones de utilidad y dotación vital $(0, 1)$.

La función de demanda de préstamos de los jóvenes de G_3 es $l_3 = -1/2R$. El equilibrio del mercado de préstamos exige

$$l_1 + l_2 + l_3 = 0$$

o

$$\frac{1}{2} + \left(1 - \frac{1}{R}\right) - \frac{1}{2R} = 0.$$

De ahí, $R = 1$ en $t = 0$. Luego se adelanta a $t = 1$. Los grandes de G_3 no están porque han muerto prematuramente. Dado que ahora sólo hay G_1 y G_2 , la ecuación (4) se aplica para obtener $R = 1$ en $t = 1$. Pero $R = 1$ no equilibra el mercado de préstamos en $t = 1$, sino $R = 2/3$. La ley de Walras falla ante la perturbación exógena que representa la muerte prematura de personas.

• **Reliquidando la ley de Walras.** Ahora en el período inicial de la economía hay tres grupos: los grupos G_1 y G_2 de siempre un tercer grupo G_3 cuyos n miembros viven un período y no tienen dotaciones. Una interpretación es que son inmigrantes, que viven dos períodos, pero el primero lo vivieron en otra economía y, en su tránsito a la nueva economía, han empleado su dotación de jóvenes y, además, han perdido su capacidad de generar dotación de mayores.

Supongamos que la economía receptora implementa políticas de protección a los inmigrantes; en concreto, supongamos que cada miembro de G3 tiene derecho a recibir la cantidad $\frac{1}{2}$ de bien. En este caso, el equilibrio del mercado del bien en el período inicial requiere

$$nc_1 + nc_2 + \frac{n}{2} = 3n$$
$$\frac{n}{2} + n\left(1 + \frac{1}{R}\right) + \frac{n}{2} = 3n$$
$$1 + \left(1 + \frac{1}{R}\right) = 3$$

de donde se deduce $R = 1$. De aquí, para siempre, $R = 1$ y el mercado de préstamos nunca más estará en equilibrio. ¿Puede concluirse que la existencia de un estado del bienestar impide que se alcance el equilibrio de mercado? ¿Que estado de bienestar y equilibrio general pueden ser incompatibles?

• **¿Hay mercado del bien?** Si existe el mercado del bien, ¿cómo funciona? Porque el mercado de bien es equivalente al mercado de préstamos, en tanto que la distribución del bien en un período para satisfacer la demanda de consumo del bien está condicionada por compromisos en el período posterior. En concreto, la demanda de consumo de los jóvenes depende (al menos en G2) de un tipo de interés, que expresa una obligación del alguien en el futuro (y, simétricamente, el derecho de alguien en el futuro). Porque, ¿quien entrega bien en el mercado de bien, qué recibe a cambio? Un derecho futuro, que es lo mismo que ocurre en el mercado de préstamos.

Además, ¿sobre qué base se considera 'oferta' toda la dotación? ¿No parecería más razonable permitir que cada persona decidiera qué parte de su dotación ofrece al mercado del bien?

Por todo ello, podría defenderse que no existe un mercado del bien y que la condición de suma de demandas igual a suma de dotaciones no es una condición de equilibrio sino una condición de factibilidad (que tiene que cumplirse haya o no mercados).