5. Modelo 1: Poder de mercado y soluciones no competitivas

1. Descripción de la economía

• Hay un único bien que no puede producirse ni acumularse.

• Cada período nacen dos grupos de personas, G1 y G2, cada uno con n miembros.

• Se vive dos períodos consecutivos.

• Todo joven tiene la función de utilidad $u = c \cdot c'$, donde es c el consumo del bien de joven y c' el consumo de mayor. Toda persona mayor tiene la función de utilidad $u' = c'$.

• La dotación de cada miembro de G1 es (1, 0): una unidad de joven y ninguna de mayor. La dotación de cada miembro de G2 es (2, 2): dos unidades de joven y dos de mayor.

• A diferencia de la presunción habitual, no existen mercados competitivos.

2. Caso 1: los prestamistas eligen el tipo de interés y los prestatarios el volumen de préstamos

• **Poder de mercado.** Los prestatarios (los miembros de G2) actúan competitivamente: tienen una función de demanda de préstamos. Los prestatarios observan el tipo de interés y, a continuación, determinan la cantidad demandada de préstamos. En cambio, los prestamistas (los miembros de G1) tienen poder de mercado. La concreción de este poder es que, como grupo, los prestamistas eligen el tipo de interés sabiendo cómo reaccionarán los prestatarios. Puede interpretarse que los prestamistas actúan colectivamente como monopolistas en la provisión de préstamos del bien.

• **Decisiones de los prestatarios.** Formalmente, el problema de los prestatarios es el mismo que en el caso competitivo. En concreto, todo joven del grupo G2 pretende

$$\begin{aligned} &\text{maximizar} \quad u_2 = c_2 \cdot c_2' \\ &\text{sujeto a} \quad c_2 + l_2 = 2 \\ &\qquad\qquad\quad c_2' = 2 + R l_2. \end{aligned}$$

La función de demanda de préstamos resultante es

$$\boxed{l_2 = 1 - \frac{1}{R}.} \tag{1}$$

• **Decisiones de los prestamistas.** Se entiende que los prestamistas actúan colectivamente eligiendo el tipo de interés con el objetivo de maximizar la función de utilidad que es común a todos ellos. Se asume que los prestamistas conocen la función (1). Por tanto, el problema de los prestamistas consiste en

$$
\begin{array}{lll}
\text{maximizar} & u_1 = c_1 \cdot c_1' & \\
\text{sujeto a} & c_1 + l_1 = 1 & \text{restricción presupuestaria de joven} \\
 & c_1' = Rl_1 & \text{restricción presupuestaria de mayor} \\
 & l_2 = 1 - \frac{1}{R} & \text{función de demanda de préstamos de los prestatarios} \\
 & nl_1 = n(-l_2) & \text{los prestatarios eligen el volumen de préstamos.}
\end{array}
$$

donde los prestamistas eligen el consumo presente c_1, el consumo futuro c_1' y el tipo de interés R.

Se podría interpretar que los prestamistas también eligen el volumen de préstamos l_1 ofrecidos, pero con la restricción de que los prestamistas prestan exactamente lo que, dado el tipo de interés, es aceptable para los prestatarios. Así, recordando que la función de demanda l_2 debe tomar un valor negativo para que exista mercado de préstamos, se cumple la condición de equilibrio

$$nl_1 = -nl_2\ .$$

Combinando las restricciones uno, tres y cuatro,

$$c_1 = 1 - l_1 = 1 + l_2 = 1 + \left(1 - \frac{1}{R}\right) = 2 - \frac{1}{R}.$$

Combinando las tres últimas,

$$c_1' = Rl_1 = -Rl_2 = R\left(\frac{1}{R} - 1\right) = 1 - R.$$

Por consiguiente, el problema de los prestamistas se reduce a

$$\text{maximizar} \;\; u_1 = \left(2 - \frac{1}{R}\right) \cdot (1 - R) \text{ con respecto a } R.$$

La solución:

$$\boxed{R = \frac{1}{\sqrt{2}}\ .} \tag{2}$$

El tipo de interés en el caso competitivo era $R = 2/3$. Como era de esperar, dado el poder de mercado de los prestamistas, <u>el tipo (2) es superior al tipo competitivo</u>.

La cesta de consumo de cada prestamista con $R = 2/3$ era $(c_1, c_1') = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{3}\right)$ y la utilidad correspondiente $\frac{1}{6} \approx 0{,}1666$. Con el tipo (2) la cesta es $(c_1, c_1') = (1 - l_1, Rl_1) = \left(2 - \sqrt{2}, \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}\right) \approx$ (0,5857,0,2928), con una utilidad aproximadamente igual a 0,1715.

Estos resultados confirman que <u>los prestamistas emplearían su poder de mercado en beneficio propio</u>.

3. Caso 2: regla que fija el tipo de interés en función del poder de prestamistas y prestatarios

• **Reglas de fijación de el tipo de interés.** La condición de equilibrio $nl_1 = n(-l_2)$ en un mercado de préstamos competitivo implícitamente establece una regla de determinación del tipo de interés: la condición dicta que el tipo elegido iguala oferta y demanda de préstamos a ese tipo. Un enfoque alternativo consiste en proponer una fórmula explícita de determinación del tipo de interés.

La ecuación (3) es una propuesta de fórmula, en la que a es una constante positiva que expresa la sensibilidad del tipo de interés al peso relativo que el volumen demandado de préstamos tiene en relación con el mercado (la suma de volumen ofrecido y demandado de préstamos).

$$\boxed{R = a \cdot \frac{|n \cdot l_2|}{n \cdot l_1 + |n \cdot l_2|}} \tag{3}$$

La regla (3) es consistente con la noción de 'fuerzas de mercado': cuanto mayor sea el volumen demandado de préstamos en relación con el volumen ofrecido, mayor el tipo de interés. Puede interpretarse que (3) muestra cómo el poder de cada grupo (prestadores y prestatarios) impacta sobre el tipo de interés R. Un tipo de interés más alto es indicio de menos poder de los prestatarios o de más poder de los prestamistas.

La condición (3) atribuye implícitamente el poder de incidir sobre el tipo de interés a la pequeñez de la contribución al mercado del grupo correspondiente. Por ejemplo, si el grupo de prestatarios reúne una demanda elevada en relación con la oferta que realiza el grupo de prestamistas, se entiende que los prestamistas tienen más poder y esto se traduce en una tasa de interés más elevada.

• **Obtención de la solución con la regla (3).** Las funciones l_1 y l_2 son las mismas que en el caso competitivo. En particular, l_1 se obtiene de

$$\begin{array}{ll} \text{maximizar} & u_1 = c_1 \cdot c_1' \\ \text{sujeto a} & c_1 + l_1 = 1 \\ & c_1' = Rl_1. \end{array}$$

Insertando las dos restricciones en la función objetivo, se trata de

$$\text{maximizar } u_1 = (1 - l_1) \cdot R \cdot l_1 \text{ con respecto a } l_1.$$

Como resultado,

$$l_1 = 1/2.$$

Análogamente, l_2 se obtiene de

maximizar $u_2 = c_2 \cdot c_2'$
sujeto a $c_2 + l_2 = 2$
$c_2' = 2 + R \cdot l_2$.

Insertando las dos restricciones en la función objetivo, se trata de

$$\text{maximizar } u_2 = (2 - l_2) \cdot (2 + Rl_2) \text{ con respecto a } l_2.$$

En consecuencia,

$$l_2 = 1 - 1/R.$$

Aplicando la fórmula (3) una vez se cancela n,

$$R = a \cdot \frac{|nl_2|}{nl_1 + |nl_2|} = a \cdot \frac{\left(\frac{1}{R} - 1\right)}{\left(\frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{R} - 1\right)} = a \cdot \frac{2 - 2R}{2 - R}.$$

Esto es,

$$R^2 - 2(1 + a)R + 2a = 0.$$

Resolviendo,

$$\boxed{R = (1 + a) \pm \sqrt{1 + a^2}\,.}$$

La ecuación anterior ofrece dos valores admisibles de R. Por ejemplo, si $a = 1$, entonces los valores serían $R_1 = 2 + \sqrt{2}$ y $R_2 = 2 - \sqrt{2}$. Dado que estos valores no igualan oferta y demanda de préstamos (el valor que las iguala es $R = 2/3$), habrá un exceso de oferta o de demanda. Específicamente, con R_1,

$$l_1 = 1/2$$

y

$$l_2 = 1 - \frac{1}{R_1} = 1 - \frac{1}{2 + \sqrt{2}} = \frac{1 + \sqrt{2}}{2 + \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0{,}7071.$$

Debido a que l_2 no toma valor negativo, se concluye que la regla (3) imposibilita la existencia del mercado de préstamos cuando se toma el valor R_1: la regla hace que todo el mundo ofrezca préstamos (ya que R_1 parece ser un valor demasiado grande).

Pasando a R_2,

$$l_2 = 1 - \frac{1}{R_2} = 1 - \frac{1}{2 - \sqrt{2}} = \frac{1 - \sqrt{2}}{2 - \sqrt{2}} = -\frac{\sqrt{2}}{2} = -\frac{1}{\sqrt{2}} \approx -0{,}7071.$$

En ese caso, habría un exceso de demanda igual a $|nl_2| - nl_1 = n\left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}}\right) \approx 0{,}2071n$.

El ejemplo muestra que el valor $R = (1 + a) + \sqrt{1 + a^2}$ es incompatible con la existencia de mercado, puesto que este valor, al ser superior a 1, implica que $1/R < 1$ y, como resultado, $l_2 > 0$.

La conclusión final es que el valor válido de R es

$$R = (1 + a) - \sqrt{1 + a^2}\,.$$

Se deja como ejercicio comparar los lotes de consumo y las utilidades con los del caso competitivo.

También se propone el ejercicio de replicar el análisis anterior con la regla

$$R = \frac{a\left|nl_2\right|}{nl_1 + a\left|nl_2\right|}\ .$$