El mecanismo de Varian

1. El problema

- Hay dos empresas, E1 y E2.
- E1 produce y vende un producto en un mercado competitivo. El precio del producto es $p > 0$.
- La producción de E1 genera dos tipos de costes. Existen los costes internos, que asume E1. Existen además unos costes externos (polución o contaminación por nitratos, por ejemplo), que no asume E1 y que recaen sobre E2.
- La función de costes internos $c(x)$ establece el coste monetario que E1 debe pagar cuando se produce la cantidad x de producto. La función $c$es positiva ($c(x) > 0$), creciente ($c'(x) > 0$) y convexa ($c''(x) > 0$). En palabras llanas: producir el bien es costoso para la empresa, cuanto más se produce mayor el coste, y cuanto más se produce más crece el coste de producir.
- La función de costes externos $e(x)$ mide en dinero la pérdida que la producción que hace E1 causa en E2. Cuando E1 produce la cantidad x, E1 se ahorra el coste $e(x)$; este coste recae E2. La función e es positiva ($e(x) > 0$), creciente ($e'(x) > 0$) y convexa ($e''(x) > 0$). Esto es, que E1 produzca el producto causa un perjuicio a E2, cuanto más se produce mayor es el perjuicio, y cuanto más se produce más se incrementa el perjuicio.
- En una interpretación más general, E1 puede representar a todo un sector económico (el sector industrial) y E2 representaría el resto de la economía. En esta interpretación, x mide la producción del sector, $c(x)$ la parte de los costes de producción que asume el sector y $e(x)$ la parte de los costes que el sector traslada al resto de la economía.
- La situación en que se encuentran E1 y E2 es problemática porque:
  (i) E1 no tiene interés en asumir unos costes que él mismo crea y que puede trasladar libremente a E2; y
  (ii) E2 no puede obligar a E1 a internalizar todos los costes que la actividad productiva de E1 genera.

2. Resultado descentralizado y resultado Paretoeficiente

En el resultado descentralizado E1 maximiza su función de beneficios

$$\pi_1 = p \cdot x - c(x)$$

sin tener en cuenta los costes externos $c(x)$.

La condición necesaria (que por las propiedades de la función $c(x)$ también es suficiente) para maximizar la función es

$$0 = \frac{d\pi_1}{dx} = p - \frac{dc}{dx} = p - c'.$$

Sea $\bar{x}$ el valor de x que satisface

$$p = c'(\bar{x}).$$

En el resultado Paretoeficiente se maximiza la función total de beneficios (ya que se asume que sólo E2 se ve afectado por la externalidad de E1)

$$\pi = \pi_1 + \pi_2 = p \cdot x - c(x) - e(x).$$

Ahora es necesario que

$$0 = \frac{d\pi}{dx} = p - \frac{dc}{dx} - \frac{de}{dx} = p - c' - e'.$$

Sea x^* el valor de $x$que satisface

$$p = c'(x^*) + e'(x^*).$$

Como resultado,

$$c'(x^*) + e'(x^*) = c'(\bar{x}).$$

Por hipótesis, c' es creciente (ya que $c'' > 0$). También por hipótesis, $e' > 0$ (ya que $e > 0$ y e es convexa). Por consiguiente,

$$c'(\bar{x}) + e'(x^*) > c'(\bar{x})$$

por lo que para tenerse

$$c'(x^*) + e'(x^*) = c'(\bar{x})$$

es necesario que

$$c'(x^*) < c'(\bar{x})$$

que requiere

$$\boxed{x^* < \bar{x}}$$

puesto que c' es creciente.

Según esta desigualdad, la solución descentralizada $\bar{x}$ implica producir más que la solución Paretoeficiente x^*. Este es el problema causado por la existencia de efectos externos: comporta un exceso de producción en relación con la situación donde los efectos externos se han internalizado.

3. Posibles soluciones al problema de los efectos externos

- **El 'teorema' de Coase** (Ronald H. Coase, 1960). Este resultado es la conjetura según la cual se puede alcanzar un resultado Paretoeficiente en un determinado problema estratégico
  - mediante la negociación de las partes involucradas en el problema,
  - sin intervención directa del sector público,

- si no hay costes de transacción y negociación, y
- si los derechos de propiedad sobre bienes involucrados en el problema están bien definidos y asignados.

Esta conjetura es de aplicación al problema de internalizar externalidades, pero su relevancia práctica está limitada por la falta de identificación de un mecanismo concreto que permita alcanzar el resultado Paretoeficiente.

Coase, Ronald Harry (1960): "The problem of social cost", Journal of Law Economics 3, 1–44.

- **Externalidades como mercados inexistentes** (Kenneth J. Arrow, 1969). En esa aproximación al problema de las externalidades se interpreta que una externalidad es la manifestación de la ausencia de un mercado. En consecuencia, la solución pasa por crear un mercado donde se compre y venda la externalidad (o el derecho a crearla). Por ejemplo, existen 'mercados del carbono' donde se compra el derecho a emitir `CO2`; véase https://climate.ec.europa.eu/eu-action/eu-emissions-trading-system-eu-ets_en?prefLang=es y https://climate.ec.europa.eu/eu-action/eu-emissions-trading-system-eu-ets/international-carbon-market_en?prefLang=es.

Arrow, Kenneth Joseph (1969): "The organization of economic activity: Issues pertinent to the choice of market versus non market allocation", en Congreso de los Estados Unidos, *The Analysis and Evaluation of Public Expenditures: The PPB System*, pp. 47–64.

- **Impuesto pigouviano** (Arthur C. Pigou, 1920). Este mecanismo se basa en la creación de un impuesto equivalente al perjuicio que causa una externalidad y que debe pagar quien la causa. El impuesto es un instrumento para internalizar la externalidad e igualar la solución decentralizada con la Paretoeficiente.

Pigou, Arthur Cecil (1920): *The economics of welfare*, Macmillan.

- **El mecanismo de compensación de Varian** (Hal R. Varian, 1994). Esta propuesta para lograr el resultado Paretoeficiente se fundamenta en la construcción de un juego en el que participan creador y afectados por una externalidad de manera que la solución del juego genere el resultado Paretoeficiente.

Varian, Hal Ronald (1994): "A solution to the problem of externalities when agents are well-informed", American Economic Review 84(5), 1278–1293.

4. El mecanismo de compensación de Varian

El mecanismo construye un juego en dos etapas. En este juego participan E1 y E2 como jugadores. La primera etapa especifica estrategias de los jugadores (añadidas a las que ya tenían). La segunda etapa concreta los pagos que obtienen los jugadores en el juego.

- Etapa 1: revelación de valores. En la etapa 1 las empresas deben declarar valores. Específicamente, E1 debe anunciar un valor positivo τ_1 (el que quiera) y E2 debe anunciar un valor positivo τ_2 (el que desee). Una interpretación es que estos valores son las propuestas de cada empresa sobre el impuesto que por unidad producida debería pagar E1 (y, simultáneamente, la transferencia monetaria que por unidad producida por E1 debería recibir E2 en compensación por el mal causado por la externalidad que crea E1).

- Etapa 2: recálculo de pagos. Sea $\alpha > 0$ es un valor constante arbitario y x^m la cantidad de producto que E1 decide producir. Entonces el pago del mecanismo para E1 es

$$\pi_1^m = p \cdot x^m - c(x^m) - \tau_2 \cdot x^m - \alpha(\tau_1 - \tau_2)^2$$

donde se introducen dos términos en la función de beneficios previa al mecanismo.

  - El primer término $-\tau_2 \cdot x^m$ indica que la empresa E1 debe pagar, por cada unidad producida, el valor τ_2 que declara E2 en la etapa 1.
  - El segundo término $-\alpha(\tau_1 - \tau_2)^2$ representa una penalización a E1 por declarar un valor diferente al declarado por E2 en la etapa 1. Cuanto mayor la discrepancia, mayor la penalización (α transforma la discrepancia en penalización; puede asumirse que $\alpha = 1$).

El pago del mecanismo para E2 es

$$\pi_2^m = \tau_1 \cdot x^m - e(x^m).$$

Esta función incorpora el término $\tau_1 \cdot x^m$ a la función de beneficios original de E2. El término sería el pago que recibe E2 como compensación por la externalidad causada por E1. El pago depende del valor τ_1 que declara E1 en la etapa 1: por cada unidad producida por E1, E2 recibe el importe monetario τ_1.

5. Un ejemplo

Sea

$$p = 6$$

$$c(x) = 1 + x^2$$

$$e(x) = \frac{x^2}{2}.$$

La solución descentralizada, sin el mecanismo, se obtiene con E1 maximizando la función de beneficios

$$\pi_1 = px - c(x) = 6x - (1 + x^2).$$

La condición necesaria (que por las propiedades de la función $c(x)$ también es suficiente) para maximizar la función es

$$0 = \frac{d\pi_1}{dx} = 6 - 2x$$

de dónde se concluye que E1 produce

$$\boxed{x = 3}$$

con un coste externo

$$e(x) = \frac{x^2}{2} = \frac{9}{2}.$$

Si sólo E2 se ve afectado por la externalidad, la solución x^* que maximiza los beneficios conjuntos (la solución Paretoeficiente) se obtendría maximizando la suma

$$\pi = \pi_1 + \pi_2 = px - c(x) - e(x) = 6x - (1 + x^2) - \frac{x^2}{2} = -1 + 6x - \frac{3x^2}{2}.$$

Esta solución satisface

$$0 = \frac{d\pi}{dx} = 6 - 3x$$

de donde se deduce

$$\boxed{x^* = 2}$$

y

$$e(x^*) = \frac{x^{*2}}{2} = \frac{4}{2} = 2.$$

La conclusión no sorprende: dado que E1 no se hace cargo de todo el coste de producir, produce más ($x = 3$) de lo que se produciría ($x = 2$) asumiéndolos.

Si se aplica el mecanismo, en la etapa 2, E1 ahora debe maximizar la función modificada de beneficios

$$\pi_1^m = px - c(x) - \tau_2 x - \alpha(\tau_1 - \tau_2)^2 = 6x - (1 + x^2) - \tau_2 x - \alpha(\tau_1 - \tau_2)^2$$

donde τ_1 y τ_2 se han determinado previamente en la etapa 1. Cuando se maximiza respecto de x, debe cumplirse

$$0 = \frac{d\pi_1^m}{dx} = 6 - 2x - \tau_2$$

de donde se deduce una relación negativa entre el volumen de producción x que maximiza la función de beneficios de E1 y la declaración de valor τ_2 que E2 realiza en la etapa 1:

$$\boxed{x = 3 - \frac{\tau_2}{2}.}$$

Esta ecuación expresa la función de reacción de E1 a la declaración de E2: si E2 declara τ_2, entonces lo mejor para E1 es producir $x = 3 - \tau_2/2$.

El mecanismo presume que E2 puede replicar esta relación entre x y τ_2, y la utiliza, en la etapa 1, para maximizar su función de beneficios según el mecanismo:

$$\pi_2^m = \tau_1 x - e(x) = \tau_1 x - \frac{x^2}{2} = \tau_1\left(3 - \frac{\tau_2}{2}\right) - \frac{\left(3 - \frac{\tau_2}{2}\right)^2}{2}.$$

E2 puede elegir τ_2, por lo que maximizar π_2^m respecto de τ_2 requiere

$$0 = \frac{d\pi_2^m}{d\tau_2} = -\frac{\tau_1}{2} - \frac{2\left(3 - \frac{\tau_2}{2}\right)\left(-\frac{1}{2}\right)}{2} = -\frac{\tau_1}{2} + \frac{3}{2} - \frac{\tau_2}{4}$$

o

$$\tau_2 = 6 - 2\tau_1.$$

En la medida en que se asume que E1 y E2 conocen todas las funciones de beneficios del mecanismo, E2 sabe que la mejor declaración de valor τ_1 para E1 es

$$\boxed{\tau_1 = \tau_2}$$

ya que con $\tau_1 = \tau_2$se minimiza la pérdida $-\alpha(\tau_1 - \tau_2)^2$ en la función π_1^m de E1 . Esto hace que $\tau_2 = 6 - 2\tau_1$ sea

$$\tau_2 = 6 - 2\tau_2$$

y, de ahí,

$$\tau_2 = 2,$$

que coincide con el valor $e(x^*)$ que mide el coste externo que recae sobre E2 cuando E1 produce teniendo en cuenta el perjuicio que su producción causa en E2 .

Por último, $\tau_2 = 2$ y $x = 3 - \frac{\tau_2}{2}$ implican

$$x^m = 2.$$

Por consiguiente, <u>el mecanismo incentiva E1 a producir $x^m = 2$, que es el volumen de producción eficiente</u> (el volumen de producción cuando E1 internacionaliza todos los costes de producir).

6. Una variante del mecanismo de Varian

El mecanismo de Varian no requiere que el regulador (quien aplica el mecanismo) esté informado de las características de las empresas: no necesita conocer el precio p del producto, ni el volumen de producción x de E1, ni la función de costes internos $c(x)$ de E1, ni la función de costes externos

$e(x)$ que afecta a E2. En cambio, el mecanismo pide que las partes involucradas en el mecanismo (E1 y E2) sí conozcan precios, producción y funciones de costes.

La información que debe conocer E1 no es problemática. Hay información que ya conoce previamente en el mecanismo (precio p y función $c(x)$ de costes internos). Y después está la información relativa a τ_2 que es suministrada por la etapa 1 (los anuncios de τ_1 y τ_2 son públicos para los participantes en el mecanismo).

Por otra parte, el mecanismo exige que E2 disponga de información que en principio es propia o exclusiva de E1. En concreto, E2 necesita conocer todo aquello que le permita reproducir la solución que encuentra E1, solución que relaciona la producción x y la declaración τ_2. Más específicamente, debería saber cuál es la función que pretende maximizar E1 en el mecanismo:

$$\pi_1^m = px - c(x) - \tau_2 x - \alpha(\tau_1 - \tau_2)^2$$

Por tanto, E2 debe saber el precio, la función de costes internos y el efecto de τ_2 sobre los beneficios (E2 no necesitaría conocer la penalización $\alpha(\tau_1 - \tau_2)^2$) . Con esta información E2 puede descubrir la función $x(\tau_2)$ que conecta su declaración $\tau_2$con la decisión de E1 de cuánto producir. E2 necesita la función $x(\tau_2)$ para concluir que lo mejor para él es declarar

$$\tau_2 = e'(x^m)$$

donde x^m es el volumen de producción que E1 elige en el mecanismo.

Se puede construir una variante del mecanismo de Varian donde E2 necesita menos información. En este nuevo mecanismo existen tres etapas.

- **Etapa 1.** Al igual que en el mecanismo de Varian, E1 debe anunciar un valor positivo τ_1 y E2 debe anunciar un valor positivo τ_2.
- **Etapa 2.** E1 debe informar a E2 de la cantidad $\bar{x} > 0$ de producto que ha decidido producir y el regulador informa a E2 que E1 pagará una penalización por producir una cantidad diferente a la declarada.
- **Etapa 3.** Al igual que en el mecanismo de Varian, el regulador dicta el resultado del mecanismo en función de los anuncios de la etapa y del volumen de producción que decida realizar E1. Concretamente, el regulador informa a E1 que su pago es

$$\pi_1^m = p \cdot x^m - c(x^m) - \tau_2 \cdot x^m - \alpha(\tau_1 - \tau_2)^2 - \beta(\bar{x} - x^m)^2$$

  dónde α y β son parámetros positivos arbitrarios y x^m es la cantidad de producto que E1 efectivamente produce (se entiende que el volumen de producción de E1 es observable). Podría permitirse que E1 declarase $\bar{x} = 0$ en la etapa 2 si, en este caso, π_1^m puediera tomar un valor arbitrariamente negativo.

El regulador también informa E1 y E2 que el pago de E2 es

$$\pi_2^m = -\left(\tau_2 + ln\tau_2 + \frac{\tau_1}{\tau_2}\right)\bar{x} - e\left(\frac{\tau_1}{\tau_2}\bar{x}\right).$$

Aquí la presunción es que E1 y E2 conocen la función de costes externos: esta función puede considerarse información pública, porque este tipo de costes han sido estimados mediante estudios, realizados por agencias públicas o por instituciones académicas o de investigación.

Se demuestra a continuación que E2 declara el mismo valor τ_2 que en el mecanismo de Varian. De hecho, E2 elige τ_2 que satisface

$$0 = \frac{d\pi_2^m}{d\tau_2} = -\left(1 + \frac{1}{\tau_2} - \frac{\tau_1}{(\tau_2)^2}\right)\bar{x} - \frac{de}{d\tau_2}\left(\frac{\tau_1}{\tau_2}\bar{x}\right)\left(-\frac{\tau_1\bar{x}}{(\tau_2)^2}\right)$$

$$1 = -\frac{1}{\tau_2} + \frac{\tau_1}{(\tau_2)^2} + e'\left(\frac{\tau_1}{\tau_2}\bar{x}\right)\frac{\tau_1}{(\tau_2)^2}$$

$$\tau_2 = -1 + \frac{\tau_1}{\tau_2} + e'\left(\frac{\tau_1}{\tau_2}\bar{x}\right)\frac{\tau_1}{\tau_2}$$

y, debido a que E1 decide hacer $\tau_1 = \tau_2$,

$$\tau_2 = -1 + 1 + e'(\bar{x})$$

o

$$\tau_2 = e'(\bar{x}).$$

Se deja como ejercicio comprobar que E1 no tiene interés en declarar un valor $\bar{x} \neq x^m$ y que x^m es el volumen de producción Paretoeficiente.