¿Migración y comercio como políticas industriales?

1. Modelo

Hay dos países, 1 y 2. Hay dos bienes, x e y. El país produce sólo x y el país 2 sólo y. Según un tratado comercial entre ambos países una unidad de x intercambia por una unidad de y.

La función de bienestar social del país 1 es

$$W_1 = C_{1x} \left(C_{1y}\right)^2$$

donde C_{1x} es el consumo del bien x en el país 1 y C_{1y} es el consumo del bien y en el país 1. La función de bienestar social del país 2 es

$$W_2 = (C_{2x})^2 \, C_{2y}$$

dónde C_{2x} es el consumo del bien x en el país 2 y C_{2y} es el consumo del bien y en el país 2.

La producción de cada bien emplea sólo el factor de producción trabajo. La función de producción de x es

$$x = 2L$$

donde L es el volumen de factor trabajo dedicado a producir x. La función de producción de y es

$$y = L$$

donde L es el volumen de factor trabajo dedicado a producir y. El volumen total de factor trabajo en cada país es 1. No hay desempleo del factor trabajo en ningún país.

El gobierno del país 1 decide primero qué parte m, con $0 \leq m < 1$, del factor trabajo del país 1 migrará al país 2. El gobierno del país 2 decide a continuación qué parte de la producción de y se exporta. La función de producción de y de los migrantes es

$$y = \alpha L$$

donde $\alpha > 0$.

2. Problemas

Problema del gobierno 2: ¿qué parte de la producción de y decide exportar el gobierno del país 2 si su objetivo es maximizar W_2?

Problema del gobierno 1: ¿qué parte m del factor trabajo del país 1 migrará al país 2 si el gobierno escoge m para maximizar W_1 sabiendo que el gobierno del país 2 decide qué parte de la producción de y se exporta?

3. Análisis

Dado el valor m decidido por el gobierno 1, el país 2 dispone de la cantidad de trabajo $1+m$. La producción del bien y en el país 2 es

$$y = 1 + \alpha m.$$

Este valor representa el consumo máximo de y en el país 2. Según el precio internacional, el consumo máximo de x en el país 2 sería el mismo valor $1+\alpha m$ si no se tiene en cuenta qué es posible producir de x en el país 1. Dado que el precio internacional permite intercambiar una unidad de y por una de x, la frontera de posibilidades de consumo en el país 2 obviando la restricción de factibilidad del país 1 es

$$C_{2x} + C_{2y} = 1 + \alpha m.$$

La restricción de factibilidad del país 1 es que lo máximo producible $x = 2(1-m)$ en el país 1 no es inferior a lo máximo consumible de x en el país 2 (es decir, $C_{2x} = 1 + \alpha m$). Una estrategia simple es obviar esta restricción, obtener la solución y si esta cumple la restricción la solución vale (ya que la restricción no sería vinculante). Si la solución no la cumple, entonces se vuelve a buscar la solución explicitando la restricción,

En suma, el problema del gobierno 2 es, dado el valor m decidido por el gobierno 1 y asumiendo factibilidad del consumo máximo de x,

$$\begin{aligned} &\text{maximizar } \ W_2 = (C_{2x})^2\, C_{2y} \\ &\text{sujeto a } \ C_{2x} + C_{2y} = 1 + \alpha m. \end{aligned}$$

Insertando la restricción en la función objetivo, se trata de

$$\text{maximizar } \ W_2 = \left(1 + \alpha m - C_{2y}\right)^2 C_{2y}.$$

La condición de primer orden es

$$0 = \frac{dW_2}{dC_{2y}} = -2\left(1 + \alpha m - C_{2y}\right)C_{2y} + \left(1 + \alpha m - C_{2y}\right)^2.$$

Como el valor extremo $C_{2y} = 1 + \alpha m$ no puede ser solución, se tiene $1 + \alpha m - C_{2y} \neq 0$. Por consiguiente,

$$-2C_{2y} + 1 + \alpha m - C_{2y} = 0$$

$$\boxed{C_{2y} = \frac{1}{3}(1 + \alpha m).}$$

De aquí,

$$\boxed{C_{2x} = \frac{2}{3}(1 + \alpha m).}$$

En el país 1, si el gobierno decide que migre m, la producción del bien x en el país 1 será

$$x = 2(1-m).$$

El gobierno 2 ya ha determinado que (al exportar la cantidad $\frac{2}{3}(1+\alpha m)$ de bien y) consumirá $C_{2x} = \frac{2}{3}(1+\alpha m)$. Por ello, el país 1 exportará la cantidad $\frac{2}{3}(1+\alpha m)$ de bien x.

De lo anterior se concluye que el consumo de x en el país 1 es lo que produce de x menos lo que exporta de x:

$$C_{1x} = 2(1-m) - \frac{2}{3}(1+\alpha m).$$

Además, el consumo de y en el país 1 es lo que exporta de y el país 2:

$$C_{1y} = \frac{2}{3}(1+\alpha m).$$

Resumiendo, el problema del gobierno 1 escoger m para

$$\text{maximizar } \; W_1 = C_{1x}\left(C_{1y}\right)^2 = \left(2(1-m) - \tfrac{2}{3}(1+\alpha m)\right)\left(\tfrac{2}{3}(1+\alpha m)\right)^2$$

La condición de primer orden es

$$0 = \frac{dW_1}{dm} = \left(-2 - \frac{2}{3}\alpha\right)\left(\frac{2}{3}(1+\alpha m)\right)^2 + \left(2(1-m) - \frac{2}{3}(1+\alpha m)\right)2\left(\frac{2}{3}(1+\alpha m)\right)\frac{2}{3}\alpha$$

de donde, cancelando $\frac{2}{3}(1+\alpha m)$, se obtiene

$$0 = -2\left(1+\frac{1}{3}\alpha\right)\left(\frac{2}{3}(1+\alpha m)\right) + \left(2(1-m) - \frac{2}{3}(1+\alpha m)\right)2\frac{2}{3}\alpha$$

$$0 = -\left(1+\frac{1}{3}\alpha\right)(1+\alpha m) + 2\alpha\left((1-m) - \frac{1}{3}(1+\alpha m)\right)$$

$$0 = -\left(1+\frac{1}{3}\alpha\right)(1+\alpha m) + 2\alpha\left(\frac{2}{3} - m - \frac{1}{3}\alpha m\right)$$

$$0 = -(3+\alpha)(1+\alpha m) + 2\alpha(2 - 3m - \alpha m)$$

$$0 = -3 - 3\alpha m - \alpha - \alpha^2 m + 4\alpha - 6\alpha m - 2\alpha^2 m$$

$$0 = 3\alpha - 3 - 9\alpha m - 3\alpha^2 m$$

$$0 = \alpha - 1 - 3\alpha m - \alpha^2 m$$

$$\boxed{m = \frac{\alpha - 1}{\alpha(3+\alpha)}.}$$

Por el requisito de tener $m \geq 0$, es necesario que $\alpha \geq 1$. Por ejemplo:

- si $\alpha = 1$ (los migrantes son igualmente productivos que los residentes en el país 2), entonces $m = 0$ (no hay migración);
- si $\alpha = 2$ (los migrantes son el doble de productivos que los residentes en el país 2), entonces $m = \frac{1}{10}$ (emigra la décima parte del trabajo del país 1); y
- si $\alpha = 3$ (los migrantes son el triple de productivos que los residentes en el país 2), entonces $m = \frac{2}{18} = \frac{1}{9}$ (emigra uno de cada nueve).

En el límite, <u>con α creciente, m tiende a cero</u>:

$$\lim_{\alpha \to \infty} \frac{\alpha - 1}{\alpha(3 + \alpha)} = \lim_{\alpha \to \infty} \frac{1 - \frac{1}{\alpha}}{3 + \alpha} = 0$$

Por otro lado, <u>el máximo</u> de $m = \frac{\alpha-1}{\alpha(3+\alpha)}$ <u>se alcanza</u>

$$0 = \frac{dm}{d\alpha} = \frac{\alpha(3 + \alpha) - (\alpha - 1)(3 + 2\alpha)}{\alpha^2(3 + \alpha)^2} = \frac{3\alpha + \alpha^2 - 3\alpha - 2\alpha^2 + 3 + 2\alpha}{\alpha^2(3 + \alpha)^2} = \frac{-\alpha^2 + 2\alpha + 3}{\alpha^2(3 + \alpha)^2}$$

esto es, con $\alpha^2 - 2\alpha - 3 = 0$ o, de manera equivalente (en la medida en que $\alpha \geq 1$), con <u>$\alpha = 3$</u>.

Finalmente, sobre si $2(1 - m)$ es mayor o menor que $1 + \alpha m$,

$$2(1 - m) = 2\left(1 - \frac{\alpha - 1}{\alpha(3 + \alpha)}\right) = 2\left(\frac{3\alpha + \alpha^2 - \alpha + 1}{\alpha(3 + \alpha)}\right) = 2\left(\frac{2\alpha + \alpha^2 + 1}{\alpha(3 + \alpha)}\right) = \frac{2(1 + \alpha)^2}{\alpha(3 + \alpha)}$$

$$1 + \alpha m = 1 + \alpha \frac{\alpha - 1}{\alpha(3 + \alpha)} = 1 + \frac{\alpha - 1}{3 + \alpha} = \frac{3 + \alpha + \alpha - 1}{3 + \alpha} = \frac{2(1 + \alpha)}{3 + \alpha}$$

y, ya que $\alpha \geq 1$,

$$2(1 - m) = \frac{2(1 + \alpha)^2}{\alpha(3 + \alpha)} = \frac{1 + \alpha}{\alpha} \frac{2(1 + \alpha)}{3 + \alpha} = \frac{1 + \alpha}{\alpha}(1 + \alpha m) > 1 + \alpha m.$$