Política industrial a gran escala: un modelo dinámico simple

1. El modelo

- En una economía pueden existir tres sectores productivos: el sector agrario, el sector industrial y el sector de investigación e innovación (sector I+I).
- Existe una cantidad total de factor trabajo que se normaliza a 1.
- No hay paro: todo el factor trabajo se distribuye entre los sectores productivos existentes.
- La cantidad de factor trabajo ocupada en el sector I+I es proporcional a la cantidad ocupada en el sector industrial. Específicamente,
  - α es la proporción de factor trabajo ocupada en el sector industrial
  - β es la proporción de factor trabajo ocupada en el sector I+I
  - $1 - \alpha - \beta$ es la proporción de factor trabajo ocupada en el sector agrario.
- La producción en cada sector es proporcional a la cantidad de factor trabajo empleada en el sector:

$$Y_a = \lambda_a(1 - \alpha - \beta)$$

$$Y_i = \lambda_i \alpha$$

$$Y_r = \lambda_r \beta$$

  donde
  - Y_a es la producción agraria
  - Y_i es la producción industrial
  - Y_r es la producción de investigación e innovación
  - λ_a es la productividad laboral en el sector agrario
  - λ_i es la productividad laboral en el sector industrial
  - λ_r es la productividad laboral en el sector I+I.
- Se presume que se requiere $\alpha > 0$ para tener $\beta > 0$: contar con el sector industrial es condición necesaria para desarrollar el sector I+I.
- Por simplicidad se asume $\lambda_r = 1$: la producción en I+I se identifica con los empleados en I+I. La productividad del sector agrario y del industrial depende del empleo β en el sector I+I. Existe un parámetro $0 < \gamma < 1$ que mide el impacto del sector I+I en cada otro sector: con I+I la productividad agraria es

$$\lambda_a(1 + \beta\gamma)$$

  y la productividad industrial es

$$\lambda_i(1 + \beta\gamma).$$

- La economía es un mecanismo que determina una cesta de consumo agregado (C_a, C_i), donde
  - C_a es el consumo agregado doméstico de producto agrario y
  - C_i es el consumo agregado doméstico de producto industrial.

- Se consideran dos períodos. En cada período la descripción anterior es válida.
- Se postula la siguiente función de bienestar social intertemporal, que agrega el bienestar derivado del consumo agregado en los dos períodos

$$W = C_a C_i + \delta C_a' C_i'$$

donde (C_a, C_i) la cesta de consumo en el primer período, (C_a', C_i') la cesta de consumo en el segundo período y $\delta > 0$ es un parámetro que valora el consumo del segundo período en relación con el consumo del primer período. Cuanto mayor δ más se valora el consumo futuro en relación con el futuro presente. Con $\delta = 1$ consumo futuro y consumo presente son equivalentes en términos de bienestar social.

2. El problema

El punto de partida es una economía con únicamente el sector agrario. El gobierno se plantea dos opciones de política.

- **Política 1.** Especialización en el sector agrario y librecambio (mediante comercio internacional se obtiene producto industrial del exterior y se exporta producto agrario) en los dos períodos.
- **Política 2.** Industrialización (creación del sector industrial) y autarquía en el primer período y, en el segundo período, desarrollo del sector I+I y librecambio industrial (sólo se exporta e importa producto industrial).

El problema es determinar en qué condiciones una política es preferible a la otra en términos de bienestar social intertemporal.

En el análisis de ambas políticas, se asume un numerario internacional (puede ser una moneda de cuenta digital) con el que expresan los valores de exportaciones e importaciones. Concretando, sea

- p el precio del producto agrario doméstico (unidades de numerario por unidad de producto agrario doméstico), constante en los dos períodos;
- q_e el precio del producto industrial exterior (unidades de numerario por unidad de producto industrial exterior), constante en los dos períodos;
- q el precio del producto industrial doméstico (unidades de numerario por unidad de producto industrial doméstico), constante en los dos períodos.

También se asume que hay equilibrio de la balanza comercial: el valor en numerario de las exportaciones coincide con el valor en numerario de las importaciones.

- **Análisis de la Política 1.** En cada período, se tiene lo siguiente.

Toda la producción doméstica es agraria	$Y_a = \lambda_a$
La producción agraria se emplea en consumo y exportaciones	$Y_a = C_a + Y_a^{EX}$
El consumo de producto industrial son las importaciones	$C_i = Y_I^{IM}$
Saldo cero de la balanza comercial	$p\, Y_a^{EX} = q_e Y_I^{IM}$

Combinando las cuatro ecuaciones se obtiene la frontera de consumo cada período:

$$\lambda_a = Y_a = C_a + Y_a^{EX} = C_a + \frac{q_e}{p} Y_I^{IM} = C_a + \frac{q_e}{p} C_i \,.$$

Las cestas de consumo de cada período resultan de resolver el problema de

maximizar $W = C_a C_i + \delta C_a' C_i'$ respecto de C_a, C_i, C_a' y C_i'

sujeto a $\lambda_a = C_a + \frac{q_e}{p} C_i$ (frontera de consumo en el primer período)

$\lambda_a = C_a' + \frac{q_e}{p} C_i'$ (frontera de consumo en el segundo período).

Del lagrangiano

$$\mathcal{L} = C_a C_i + \delta C_a' C_i' + \lambda \left(\lambda_a - C_a - \frac{q_e}{p} C_i \right) + \mu \left(\lambda_a - C_a' - \frac{q_e}{p} C_i' \right)$$

se obtienen las condiciones necesarias de una solución interior

$$0 = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_a} = C_i - \lambda$$

$$0 = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_i} = C_a - \lambda \frac{q_e}{p}$$

$$0 = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_a'} = \delta C_i' - \mu$$

$$0 = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_i'} = \delta C_a' - \mu \frac{q_e}{p} \,.$$

De las dos primeras condiciones,

$$C_a = C_i \frac{q_e}{p}$$

y de la primera frontera

$$C_a = \frac{\lambda_a}{2}$$

$$C_i = \frac{p \lambda_a}{2 q_e} \,.$$

De las dos últimas condiciones,

$$C_a' = C_i' \frac{q_e}{p}$$

y de la segunda frontera

$$C_a' = \frac{\lambda_a}{2}$$

$$C_i' = \frac{p \lambda_a}{2 q_e} \,.$$

Por consiguiente, el bienestar intertemporal de la Política 1 es

$$W_1 = C_a C_i + \delta C_a' C_i' = \frac{\lambda_a}{2}\frac{p\lambda_a}{2q_e} + \delta\frac{\lambda_a}{2}\frac{p\lambda_a}{2q_e}$$

$$\boxed{W_1 = \frac{p(1+\delta)}{4q_e}{\lambda_a}^2.}$$

• **Análisis de la Política 2.** En el primer período, se tiene lo siguiente.

- La producción agraria doméstica es $Y_a = \lambda_a(1-\alpha) = \lambda_a - \lambda_a\alpha$
- La producción industrial doméstica es $Y_i = \lambda_i\alpha$
- El consumo agrario es la producción agraria doméstica $C_a = Y_a$
- El consumo industrial es la producción industrial doméstica $C_i = Y_i$

Combinando las dos primeras ecuaciones se obtiene la frontera de producción del primer período

$$Y_a = \lambda_a - \lambda_a\alpha = \lambda_a - \lambda_a\frac{Y_i}{\lambda_i}$$

y añadiendo las dos últimas resulta la frontera de consumo del primer período:

$$C_a = \lambda_a - \frac{\lambda_a}{\lambda_i}C_i\,.$$

En el segundo período, se tiene lo siguiente (la prima indica segundo período y se adoptan las abreviaciones $\lambda_a' = \lambda_a(1+\beta\gamma)$ y $\lambda_i' = \lambda_i(1+\beta\gamma)$).

- La producción agraria doméstica es $Y_a' = \lambda_a'(1-\alpha-\beta)$
- La producción industrial doméstica es $Y_i' = \lambda_i'\alpha$
- El consumo agrario es la producción agraria doméstica $C_a' = Y_a'$
- El consumo industrial es la producción industrial doméstica menos las exportaciones industriales más las importaciones industriales $C_i' = Y_i' - Y_i'^{EX} + Y_I'^{IM}$
- Balanza comercial equilibrada $qY_i'^{EX} = q_e Y_I'^{IM}$

A efectos del consumo, el producto industrial doméstico es indistinguible del producto industrial exterior. De ello se infiere que, en la cuarta ecuación, $Y_I'^{IM} - Y_i'^{EX}$ tiene que ser positivo: si se exporta más producto industrial del que se importa se tendría menos consumo de producto industrial que si no hubiera exportación (ni importación). Por consiguiente, para que el componente librecambista de la Política 2 sea efectivo, se necesita

$$Y_I'^{IM} > Y_i'^{EX}$$

o, invocando la quinta ecuación,

$$\frac{q}{q_e}Y_i'^{EX} > Y_i'^{EX}$$

o

$$q > q_e,$$

que dice, como era de esperar, que, para aceptar el librecambio, la cantidad de numerario que se obtiene por unidad exportada ha de ser mayor que la cantidad de numerario que se entrega por unidad importada.

Por otro lado, si se tiene $Y_I'^{IM} > Y_i'^{EX}$, el objetivo de maximizar el bienestar social intertemporal

$$W = C_a C_i + \delta C_a' C_i'$$

requiere maximizar C_i' y este objetivo se cumple exportando toda la producción industrial doméstica. En consecuencia, la solución implica $Y_i' = Y_i'^{EX}$ (o $C_i' = Y_I'^{IM}$).

Por completar el análisis, combinando la primera y tercera ecuaciones,

$$C_a' = Y_a' = \lambda_a'(1 - \alpha - \beta).$$

Añadiendo la segunda,

$$C_a' = \lambda_a' \left(1 - \frac{Y_i'}{\lambda_i'} - \beta\right).$$

Con la cuarta,

$$C_a' = \lambda_a' \left(1 - \frac{C_i' + Y_i'^{EX} - Y_I'^{IM}}{\lambda_i'} - \beta\right).$$

Y empleando la última,

$$C_a' = \lambda_a' \left(1 - \frac{C_i' + \frac{q_e}{q} Y_I'^{IM} - Y_I'^{IM}}{\lambda_i'} - \beta\right)$$

$$C_a' = \lambda_a' \left(1 - \beta - \frac{C_i'}{\lambda_i'} + \frac{1 - \frac{q_e}{q}}{\lambda_i'} Y_I'^{IM}\right),$$

que define la frontera de consumo en el segundo período y que confirma que la validez de la expresión (al objeto de maximizar el bienesar social) exige $1 - \frac{q_e}{q} > 0$ o, equivalentemente, $q > q_e$.

Si se incorpora la condición $C_i' = Y_I'^{IM}$, la frontera se transforma en

$$C_a' = \lambda_a' \left(1 - \beta - \frac{C_i'}{\lambda_i'} + \frac{1 - \frac{q_e}{q}}{\lambda_i'} C_i'\right) = \lambda_a' \left(1 - \beta - \frac{q_e}{q\lambda_i'} C_i'\right).$$

Las cestas de consumo de cada período resultan de resolver el problema de

maximizar $W = C_a C_i + \delta C_a' C_i'$ respecto de C_a, C_i, C_a' y C_i'

sujeto a $C_a = \lambda_a' - \frac{\lambda_a'}{\lambda_i} C_i$ (frontera de consumo en el primer período)

$C_a' = \lambda_a' \left(1 - \beta - \frac{q_e}{q\lambda_i'} C_i'\right)$ (frontera de consumo en el segundo período).

Del lagrangiano

$$\mathcal{L} = C_a C_i + \delta C_a' C_i' + \lambda\left(\lambda_a - C_a - \frac{\lambda_a}{\lambda_i} C_i\right) + \mu\left(\lambda_a'(1-\beta) - C_a' - \frac{q_e}{q}\frac{\lambda_a'}{\lambda_i'} C_i'\right)$$

se obtienen las condiciones necesarias de una solución interior

$$0 = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_a} = C_i - \lambda$$

$$0 = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_i} = C_a - \lambda \frac{\lambda_a}{\lambda_i}$$

$$0 = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_a'} = \delta C_i' - \mu$$

$$0 = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_i'} = \delta C_a' - \mu \frac{q_e}{q}\frac{\lambda_a'}{\lambda_i}.$$

De las dos primeras condiciones,

$$C_a = C_i \frac{\lambda_a}{\lambda_i}$$

y de la primera frontera

$$C_a = \frac{\lambda_a}{2}$$

$$C_i = \frac{\lambda_i}{2}.$$

De las dos últimas condiciones,

$$C_a' = C_i' \frac{q_e}{q}\frac{\lambda_a'}{\lambda_i'}$$

y de la segunda frontera

$$C_a' = \frac{\lambda_a'(1-\beta)}{2}$$

$$C_i' = \frac{\lambda_a'(1-\beta)}{2}\,\frac{q}{q_e}\frac{\lambda_i'}{\lambda_a'} = \frac{1-\beta}{2}\,\lambda_i'\frac{q}{q_e}.$$

En consecuencia, el bienestar intertemporal de la Política 2 es

$$W_2 = C_a C_i + \delta C_a' C_i' = \frac{\lambda_a}{2}\frac{\lambda_i}{2} + \delta\frac{\lambda_a'(1-\beta)}{2}\frac{1-\beta}{2}\,\frac{q}{q_e}\lambda_i'$$

$$W_2 = \frac{1}{4}\left(\lambda_a\lambda_i + \delta\lambda_a(1+\beta\gamma)(1-\beta)^2\,\frac{q}{q_e}\lambda_i(1+\beta\gamma)\right)$$

$$\boxed{W_2 = \frac{\lambda_a\lambda_i}{4}\left(1 + \delta\frac{q}{q_e}(1-\beta)^2(1+\beta\gamma)^2\right).}$$

Para que la Política 2 sea preferible a la Política 1 es preciso que

$$W_2 > W_1$$

$$\frac{\lambda_a \lambda_i}{4}\left(1 + \delta \frac{q}{q_e}(1-\beta)^2(1+\beta\gamma)^2\right) > \frac{p(1+\delta)\lambda_a\lambda_a}{4q_e}$$

$$1 + \delta \frac{q}{q_e}(1-\beta)^2(1+\beta\gamma)^2 > (1+\delta)\frac{p\lambda_a}{q_e\lambda_i}$$

$$\boxed{p < \frac{\lambda_i}{\lambda_a}\frac{1}{1+\delta}\left(q_e + \delta(1-\beta)^2(1+\beta\gamma)^2 q\right).} \qquad (1)$$

La desigualdad (1) establece la condición que hace mejor optar por la Política 2 (la política industrial activa): que el valor en numerario internacional del producto agrario sea suficientemente pequeño. ¿Qué valores favorecen la adopción de la Política 2?

- <u>Productividad industrial doméstica sin innovación</u> λ_i <u>elevada</u> (a mayor λ_i, más fácil que (1) se cumpla).
- <u>Productividad agraria doméstica sin innovación</u> λ_a <u>baja</u> (cuanto menor λ_a, más fácil que (1) se cumpla).
- <u>Precio del producto industrial doméstico</u> q <u>elevado</u> (a mayor q, más fácil que (1) se cumpla).
- <u>Precio del producto industrial exterior</u> q_e <u>elevado</u> (cuanto mayor q, más fácil es que (1) se cumpla). Este resultado es contraintuitivo: cuanto más haya que pagar por el producto industrial exterior parecería peor opción la Política 2 de industrializarse y desarrollar el sector I+I para intercambiar el producto industrial doméstico por producto industrial exterior 'caro'. La explicación es (1) se ha derivado (y tiene validez) en el caso $q > q_e$, así que un precio q_e elevado implícitamente conlleva un precio q también elevado. Si q_e aumenta hasta el punto que $q < q_e$, entonces (1) ya no vale.
- <u>Impacto</u> γ <u>de la innovación en la productividad agraria e industrial elevada</u> (a mayor γ, más fácil que (1) se cumpla).
- <u>Empleo</u> (o producto) β <u>del sector I+I elevado si el impacto</u> γ <u>es suficientemente elevado</u> (el término $(1-\beta)^2(1+\beta\gamma)^2$ crece con β si $\gamma > \frac{1}{1-\beta}$: en este caso, cuanto mayor β, más fácil que (1) se cumpla).
- <u>Preferencia</u> δ <u>por el futuro elevada si el impacto</u> γ <u>es suficientemente elevado</u> (el término $\frac{1}{1+\delta}(q_e + \delta(1-\beta)^2(1+\beta\gamma)^2 q)$ crece con δ si $\gamma > \frac{1}{1-\beta}$: dado que se presume $q > q_e$, el signo de la derivada depende de si $(1-\beta)(1+\beta\gamma) > 1$, que ocurre con $\gamma > \frac{1}{1-\beta}$).

En conclusión, la Política 2 es superior si se dan dos condiciones:

- $q > q_e$, <u>el producto industrial doméstico tiene más valor que el producto industrial exterior</u> y
- $p < \frac{\lambda_i}{\lambda_a}\frac{1}{1+\delta}(q_e + \delta(1-\beta)^2(1+\beta\gamma)^2 q)$, <u>el valor del producto agrario doméstico es suficientemente bajo</u>.

Hay un argumento intuitivo que vincula β con imponer en p un límite suficientemente alto para impedir que la Política 1 sea preferible: cuanto mayor el sector I+I, mayor el impacto en las productividades domésticas, según las fórmulas $\lambda_a' = \lambda_a(1 + \beta\gamma)$ y $\lambda_i' = \lambda_i(1 + \beta\gamma)$; y, con mayor productividad industrial doméstica, asumida la condición $q > q_e$, más consumo de producto industrial es posible. El modelo indica que este argumento es válido si $\gamma > \frac{1}{1-\beta}$; es decir, si el impacto de la innovación en la productividad agraria e industrial domésticas es suficientmente elevado en relación con el volumen de empleo (o de producto) del sector I+I ($1 - \beta$ representa el empleo fuera del sector I+I: empleo agrario más empleo industrial). Este resultado sugiere (sin ser sorprendente dadas las fórmulas $\lambda_a' = \lambda_a(1 + \beta\gamma)$ y $\lambda_i' = \lambda_i(1 + \beta\gamma)$) que el factor importante para la posible prevalencia de la Política 2 es la composición $\beta\gamma$: el tamaño del sector I+I y la magnitud del impacto del sector I+I.

También hay un argumento intuitivo que vincula δ (la preferencia por el futuro) con imponer en p un límite suficientemente alto para impedir que la Política 1 sea preferible: cuanto más se prefiere el consumo futuro respecto del consumo presente, más peso tiene en el bienestar el segundo período, aquel en donde se manifiestan las ventajas de la Política 2 (cuando estas ventajas pueden existir, esto es, cuando $q > q_e$). El modelo vuelve a indicar que este argumento es válido si se tiene $\gamma > \frac{1}{1-\beta}$: esta desigualdad implica que el límite que p no debe superar para que la Política 2 sea preferible crece con la preferencia por el futuro (a mayor δ, más fácil que p satisfaga (1)).