Política industrial a pequeña escala

Los modelos a continuación están motivados por la siguiente cuestión: ¿en qué condiciones medidas de política industrial inducen a las empresas a alcanzar los objetivos de la política?

Para simplificar, el objetivo de la política industrial es incrementar el gasto en innovación de las empresas. Este objetivo podría considerarse instrumental para alcanzar otros objetivos (finales) de política industrial, como

- aumentar la internacionalización de las empresas domésticas;
- mejorar la competitividad de la economía;
- impulsar la productividad de determinados sectores productivos;
- estimular transformaciones económicas estructurales (transición energética, transformación digital, expansión de la mecanización y robotización, aplicación de la inteligencia artificial, adopción de nuevas tecnologías, creación de nuevos sectores productivos…);
- reducir externalidades negativas (calentamiento global, contaminación, destrucción de ecosistemas, residuos no biodegradables…);
- promover trabajos de calidad ('good jobs'); y/o
- reducir las desigualdades territoriales (reequilibrar territorialmente la economía doméstica).

Más específicamente, la actividad de innovación se concreta en la reducción del coste de producción (dado que los objetivos de internacionalización, competetitividad, productividad, transformación, protección medioambiental, empleo y desarrollo territorial están relacionados con ahorros de costes de producción).

Los modelos se construyen articulando respuestas a las siguientes cuestiones.

- **Primera cuestión.** ¿Cuál es la estructura de mercado? Las respuestas típicas son cuatro: competencia perfecta, monopolio, duopolio según Cournot (competencia en la cantidad) y duopolio según Bertrand (competencia en el precio).

- **Segunda cuestión.** ¿Cómo se concreta el gasto en innovación en la reducción de costes de producción? Esta cuestión lleva a formular una función ampliada c de coste de producción que, además del volumen de producción q, hace depender el coste del gasto I en innovación (para abreviar, I se llamará 'inversión'). La naturaleza de la función c hace que dependa positivamente de q (más producción, más coste) y negativamente de I (más inversión, menos coste). Esto significa que la derivada parcial de la función de coste respecto a q es positiva y respecto a I es negativa. En relación con la segunda derivada, todas las posibilidades son justificables: derivada segunda de c respecto de q positiva (coste marginal creciente o función $c$convexa respecto de q), derivada segunda de c respecto de q negativa (coste marginal decreciente o función c cóncava respecto de q) o derivada segunda de c respecto de q constante (coste marginal constante o función c lineal respecto de q). Lo mismo se aplicaría a la inversión I: como función de I, la función de coste podría asumirse convexa (la inversión cada vez reduce más el coste de producción), cóncava (la inversión cada vez reduce menos el coste de producción) o lineal (cada unidad de inversión reduce el coste lo mismo).

Los modelos que se analizarán más adelante adoptan una de las cuatro siguientes funciones de costes, donde α, c_0 y $c_1 < c_0$ son constantes positivas, I es la inversión (gasto en innovación) y q es la producción.

▪ **Función 1.** Función de coste lineal en la producción y la inversión:

$$c(q, I) = \begin{cases} (c_0 - \alpha I)q & si \;\; I \leq \dfrac{c_0 - c_1}{\alpha} \\ c_1 q & si \;\; I > \dfrac{c_0 - c_1}{\alpha} \end{cases}. \tag{1}$$

▪ **Función 2.** Función de coste cuadrática en la producción y lineal en la inversión:

$$c(q, I) = \begin{cases} (c_0 - \alpha I)q^2 & si \;\; I \leq \dfrac{c_0 - c_1}{\alpha} \\ c_1 q^2 & si \;\; I > \dfrac{c_0 - c_1}{\alpha} \end{cases}. \tag{2}$$

▪ **Función 3.** Función de coste cuadrática (y cóncava) en la inversión y lineal en la producción:

$$c(q, I) = \begin{cases} (c_0 - \alpha I^2)q & si \;\; I \leq \dfrac{c_0 - c_1}{\alpha} \\ c_1 q & si \;\; I > \dfrac{c_0 - c_1}{\alpha} \end{cases}. \tag{3}$$

En las funciones 1, 2 y 3:

- c_0 es el coste de producir una unidad cuando no hay inversión ($I = 0$);
- c_1 es el coste más bajo de producir una unidad que se puede alcanzar con inversión (la inversión no puede reducir el coste por debajo de c_1); y
- α mide la efectividad de la inversión (cada unidad de inversión reduce α unidades el coste). En las funciones 1, 2 y 3 la inversión por encima de $\frac{c_0 - c_1}{\alpha}$ es estéril: invertir $I = \frac{c_0 - c_1}{\alpha}$ reduce el coste a c_1, que ya es el valor más pequeño al que la inversión es capaz de reducir el coste.

▪ **Función 4.** Función de coste cuadrática (y convexa) en la inversión y lineal en la producción:

$$c(q, I) = \frac{q}{\alpha + I}.$$

En la función 4, $1/\alpha$ representa el valor c_0 de las funciones 1, 2 y 3, en tanto que el valor c_1 sería cero (teóricamente alcanzable con una inversión ilimitada).

- **Tercera cuestión.** ¿Cuál es la medida de política que implementa el gobierno? Como en las cuestiones anteriores, las respuestas son múltiples. Una opción es que la política se financie en el mercado afectado por la política; otra, que otros sectores de la economía financien la política. Se seleccionan cuatro políticas.

▪ **Política 0.** Subvención a la inversión financiada con recursos del gobierno previamente disponibles.

▪ **Política 1.** Crédito fiscal: la inversión reduce los impuestos a pagar.

▪ **Política 2.** Subvención a la inversión financiada con un impuesto indirecto (impuesto sobre el consumo).

▪ **Política 3.** Subvención a la inversión financiada con un impuesto directo (impuesto sobre el beneficio).

El análisis (la construcción del modelo) podría ampliarse considerando más cuestiones.

- ¿Se trata de un mercado doméstico o internacional? En este caso, se abre la posibilidad de que una política que no fuera efectiva a escala doméstica lo fuera si existe un mercado global lo suficientemente grande como para que la política doméstica no le afectara.
- ¿La política es universal (afecta a todas las empresas del mercado) o específica (se aplica a sólo una empresa oa un subconjunto del total)?
- Reglas alternativas de fijación de precios (por ejemplo, asumir que el precio de mercado cubre el coste medio, no sólo el coste marginal).

A continuación se consideran sólo algunos de los modelos que podrían construirse combinando las respuestas a las cuestiones anteriores. Se deja analizar las demás posibilidades como ejercicio.

1. Competencia perfecta e innovación con coste lineal

• **Análisis con ausencia de política.** El mercado de un producto es un mercado de perfecta competencia. La función de demanda de mercado es

$$p = a - b\,q$$

donde a y b son constantes positivas, p es el precio de mercado del producto y q es la cantidad total producida y vendida.

Hay n productores, todos ellos iguales. Cada productor decide el volumen de un gasto I que se interpreta como una inversión en innovación capaz de reducir su coste de producción.

Todos los productores tienen la misma función de coste lineal en la producción y la inversión (1).

La función de beneficio de cada productor $i$es

$$\pi(q_i, I) = pq_i - c(q_i, I) - I = (p - c_0 + \alpha I)q_i - I.$$

donde pq_i es el ingreso por la venta de la producción, $c(q_i, I)$ el coste de la producción cuando se ha realizado la inversión I en innovación, inversión que reduce el beneficio en I unidades.

La función de oferta de cada productor i se obtiene maximizando $\pi(q_i, I)$.

Si $q_i = I = 0$, entonces $\pi(q_i, I) = p\,0 - c(0{,}0) - 0 = 0$. Dado que no producir ni invertir asegura un beneficio de cero, la solución al problema de maximizar $\pi(q_i, I)$ no puede comportar un beneficio negativo.

Si algún valor $q_i > 0$ maximiza $\pi(q_i, I)$ debe satisfacerse

$$0 = \frac{d\pi}{dq_i} = p - c_0 + \alpha I$$

o

$$p = c_0 - \alpha I.$$

El beneficio sería

$$\boxed{\pi = (p - c_0 + \alpha I)q_i - I = \big((c_0 - \alpha I) - c_0 + \alpha I\big)q_i - I = -I.}$$

Conclusión: una inversión positiva conlleva un beneficio negativo. Dado que no producir ni invertir (o producir y no invertir) asegura un beneficio cero, ningún productor invertiría.

Este modelo ilustra la idea de que la estructura de mercado de competencia perfecta no incentiva el gasto en innovación: si todo el mundo invierte para reducir costes, la reducción de costes se transforma completamente en reducción de precio y, como consecuencia, se incurre en un gasto I que no comporta aumento de beneficio y el resultado neto de la inversión es una pérdida.

• **Análisis con Política 0.** Esta situación es interesante desde el punto de vista de la política industrial: ¿hay alguna medida que genere inversión? Por ejemplo, ¿sería efectiva la Política 0? En concreto, si el gobierno financia completamente la inversión, la función de beneficio de cada productor sería

$$\pi = (p - c_0 + \alpha I)q_i.$$

Aparentemente, incentivaría la inversión financiarla completamente. Sin embargo, ser un productor en un mercado competitivo hace que toda la reducción de coste de la inversión se traslade al precio. Específicamente, el análisis previo sigue siendo válido y el precio después de la inversión sería

$$p = c_0 - \alpha I$$

razón por la que, para cada productor,

$$\pi = 0.$$

En suma: invertir o no invertir deja a cada productor sin beneficio. Por tanto, la política no genera un incentivo a invertir.

• **Análisis con mercado global.** Si el mercado doméstico estuviera integrado en un mercado global del producto se podría argumentar que los cambios en el mercado doméstico (la inversión) no afectarían significativamente al precio del mercado global. Ahora, el precio p en la función de beneficio

$$\pi = (p - c_0 + \alpha I)q_i - I$$

no se modificaría significativamente. Para simplificar, es razonable asumir que $p = c_0$: el precio en el mercado global coincide con el coste marginal de producir cuando no existe inversión.

- Caso 1: los productores se financian ellos mismos la inversión. Entonces hay inversión si

$$\pi = (p - c_0 + \alpha I)q_i - I > 0$$

$$\alpha I q_i > I$$

$$\alpha q_i > 1.$$

- Caso 2: el gobierno financia completamente la inversión de todo productor. Ahora hay inversión si

$$(p - c_0 + \alpha I)q_i > 0$$

$$\alpha I q_i > 0$$

condición que se cumpliría siempre.

En definitiva: si el país es pequeño y el mercado considerado está completamente integrado en un mercado global perfectamente competitivo, financiar la inversión daría incentivo a las empresas domésticas a invertir. Y si el gobierno no financia la inversión, el incentivo todavía existiría si el parámetro α de efectividad de la inversión es suficientemente grande ($\alpha > 1/q_i$) o, alternativamente, si el volumen de producción es suficientemente grande ($q_i > 1/\alpha$).

• **Análisis con beneficiarios específicos.** Conclusiones análogas a las del caso de mercado global se obtendrían si el mercado sigue siendo doméstico pero el beneficiario de la política (o el ejecutor de la inversión) fuera sólo un productor, porque en este caso el precio de mercado no variaría significativamente: un productor en un mercado competitivo carece de influencia destacable en el precio. De hecho, lo importante para justificar que se hiciera la inversión no es que el productor no tenga influencia en el precio sino que el productor creyera que no la tiene. En este caso, la función de beneficio sería realmente una función de beneficio esperado (construida sobre la base de que el precio de mercado p no se ve afectado por las propias decisiones). Tras tomar la decisión de inversión podría ser que el beneficio fuera inferior al especrado, pero lo que contaría en el análisis es la decisión hecha sobre la base de la expectativa, no de la realización de la expectativa (en el momento de decidir sobre la inversión la realización de la expectativa es desconocida).

• **Análisis con precio igual a coste medio.** Otra opción de análisis pasa por modificar el mecanismo de formación del precio en el mercado. Por ejemplo si el precio coincide con el coste medio de producción, el beneficio de un productor cuando todos ellos hacen la misma inversión sería

$$\pi = (p - c_0 + \alpha I)q_i - I$$

donde $p = \frac{(c_0 - \alpha I)q_i + I}{q_i} = (c_0 - \alpha I) + \frac{I}{q_i}$, $(c_0 - \alpha I)q_i$ es el coste variable e I es el coste fijo. En este caso,

$$\pi = \left((c_0 - \alpha I) + \frac{I}{q_i} - c_0 + \alpha I\right)q_i - I = 0.$$

Se deduce que un mercado en que el precio compensa el coste medio no desincentiva la inversión, pero tampoco la incentiva (se ha mostrado inicialmente que cuando el precio compensa el coste marginal la inversión genera un beneficio negativo).

2. Competencia perfecta e innovación con coste cuadrático

• **Análisis con ausencia de política.** El mercado de un producto es competitivo. La función de demanda de mercado es

$$p = a - bq^d$$

donde a y b son constantes positivas, p es el precio de mercado del producto y q^d es la cantidad total demandada.

Hay n productores, todos ellos iguales. Cada productor decide el volumen de un gasto I que se interpreta como una inversión en innovación capaz de reducir su coste de producción.

La función de coste de producción de cada productor i es

$$c(q_i, I) = \begin{cases} (c_0 - \alpha I)q_i^2 & si\ \ I \leq \dfrac{c_0 - c_1}{\alpha} \\ c_1 q_i^2 & si\ \ I > \dfrac{c_0 - c_1}{\alpha} \end{cases}$$

donde α, c_0 y $c_1 < c_0$ son constantes positivas, I es el gasto en innovación de i y q_i es la producción de i.

El parámetro $c_0 > 0$ es el coste de producir una unidad sin realizar ningún gasto I en innovación. Cuando se realiza el gasto I el coste c_0 de producir una unidad se reduce en αI unidades. El gasto en innovación no puede reducir c_0 por debajo del valor $c_1 < c_0$. El valor más pequeño del gasto que reduce el coste de c_0 a c_1 es $I^+ = \frac{c_0 - c_1}{\alpha}$. Gasto en innovación por encima de I^+ es estéril y, en tal caso, el coste de producir una unidad se mantiene en c_1. En suma, entendiendo que $0 \leq I \leq I^+$, puede asumirse que la función de coste es

$$c(q_i, I) = (c_0 - \alpha I)q_i^2.$$

La función de beneficio de cada productor i es

$$\pi(q_i, I) = pq_i - c(q_i, I) - I.$$

donde pq_i es el ingreso por la venta de la producción, $c(q_i, I)$ el coste de la producción cuando se ha asumido el gasto I en innovación y el gasto I reduce el beneficio en I unidades.

La función de oferta de cada productor i se obtiene maximizando $\pi(q_i, I)$.

Si $q_i = I = 0$, entonces $\pi(q_i, I) = p\,0 - c(0{,}0) - 0 = 0$. Dado que no producir ni invertir asegura un beneficio de cero, la maximización de $\pi(q_i, I)$ no puede comportar un beneficio negativo.

Si algún valor $q_i > 0$ maximiza $\pi(q_i, I)$ debe satisfacerse

$$0 = \frac{d\pi}{dq_i} = p - \frac{dc}{dq_i} = p - 2q_i(c_0 - \alpha I).$$

De esta condición, haciendo $A = c_0 - \alpha I$ (que por definición es un valor positivo), se obtiene la función de oferta del productor i:

$$q_i = \frac{p}{2A}.$$

Dado que todos los n productores se asumen iguales, la función de oferta de mercado es

$$q^s = nq_i = \frac{np}{2A}.$$

El equilibrio de mercado resulta de las condiciones

- función de demanda de mercado $p = a - bq^d$
- función de oferta de mercado $q^s = np/2A$
- equilibrio de mercado $q^d = q^s$.

El precio de equilibrio satisface

$$p = a - bq^d = a - b\frac{np}{2A}$$

y es

$$p = \frac{2Aa}{2A + bn}.$$

La producción del productor i es

$$q_i = \frac{p}{2A} = \frac{1}{2A}\frac{2Aa}{2A + bn} = \frac{a}{2A + bn}$$

y su beneficio es

$$\pi(q_i, I) = p\frac{p}{2A} - A\left(\frac{p}{2A}\right)^2 - I = \frac{p^2}{2A} - \frac{p^2}{4A} - I = \frac{p^2}{4A} - I = \frac{Aa^2}{(2A + bn)^2} - I \tag{4}$$

o

$$\pi(q_i, I) = (c_0 - \alpha I)\left(\frac{a}{2c_0 + bn - 2\alpha I}\right)^2 - I.$$

Si $I = 0$, entonces $A = c_0$ y el beneficio es

$$\pi(q_i, 0) = \frac{c_0 a^2}{(2c_0 + bn)^2} = c_0\left(\frac{a}{2c_0 + bn}\right)^2 > 0. \tag{5}$$

A diferencia del caso con función de coste lineal, <u>el beneficio sin inversión es positivo</u>.

Por todo lo anterior, el productor i elegirá un gasto I positivo si

$$\frac{Aa^2}{(2A + bn)^2} - I > \pi(q_i, 0) = \frac{c_0 a^2}{(2c_0 + bn)^2}$$

o

$$I < a^2\left(\frac{A}{(2A + bn)^2} - \frac{c_0}{(2c_0 + bn)^2}\right). \tag{6}$$

• **Análisis con Política 1.** Dado que la verificación en general de la desigualdad (6) es laboriosa, vale la pena considerar alguna de las políticas propuestas. En concreto, sea la siguiente versión de la Política 1:

"Todo productor debe pagar el impuesto de cuantía fija T,
del que se puede descontar el gasto I realizado en inversión."

Si ningún productor invierte, el beneficio π^0 con $I = 0$ es (5) menos T:

$$\pi^0 = c_0\left(\frac{a}{2c_0 + bn}\right)^2 - T.$$

Si todos los productores invierten I, el beneficio π^Ies (5) menos $(T - I)$:

$$\pi^I = \frac{Aa^2}{(2A + bn)^2} - I - (T - I) = A\left(\frac{a}{2A + bn}\right)^2 - T.$$

Se sigue que invertir es mejor que no invertir si

$$\pi^I > \pi^0$$

$$A\left(\frac{a}{2A + bn}\right)^2 - T > c_0\left(\frac{a}{2c_0 + bn}\right)^2 - T$$

$$A(2c_0 + bn)^2 > c_0(2A + bn)^2$$

$$4A{c_0}^2 + 4Ac_0bn + Ab^2n^2 > 4c_0A^2 + 4c_0Abn + c_0b^2n^2$$

$$4A{c_0}^2 + Ab^2n^2 > 4c_0A^2 + c_0b^2n^2$$

$$(c_0 - A)4Ac_0 > (c_0 - A)b^2n^2$$

$$\alpha I \; 4Ac_0 > \alpha I \; b^2n^2$$

$$4(c_0 - \alpha I)c_0 > b^2n^2$$

$$4{c_0}^2 > b^2n^2 + 4c_0\alpha I$$

$$I < \frac{c_0}{\alpha} - \frac{b^2n^2}{4c_0\alpha}$$

$$I < \frac{1}{\alpha}\,\frac{4{c_0}^2 - b^2n^2}{4c_0} = \frac{1}{\alpha}\,\frac{(2c_0 + bn)(2c_0 - bn)}{4c_0}.$$

La desigualdad anterior establece que realizar la inversión es mejor que no hacerla si la inversión es inferior a un cierto límite. Para que la condición tenga sentido en el modelo es necesario que el límite sea positivo; esto es,

$$c_0 > \frac{bn}{2}.$$

Resumiendo: <u>un crédito fiscal a la inversión es efectivo para incrementar la inversión si el coste de producir sin inversión es suficientemente grande</u> (c_0 suficientemente grande en relación con el número n de productores y en relación con la sensibilidad b del precio a la cantidad demandada). Además, <u>el nivel de inversión no puede superar un umbral</u> $\frac{c_0}{\alpha} - \frac{b^2n^2}{4c_0\alpha}$ que depende de c_0, b, n y la efectividad α de la inversión. Este umbral:

- decrece con la efectividad α;
- decrece con la sensibilidad b;
- decrece con el número $n$de productores;
- crece con el coste básico c_0.

• **Análisis con Política 0.** La Política 0 (el gobierno paga toda la inversión) tendría los mismos efectos. El beneficio invirtiendo sería, con $A = c_0 - \alpha I > 0$,

$$A\left(\frac{a}{2A + bn}\right)^2$$

y el de no invertir

$$c_0\left(\frac{a}{2c_0 + bn}\right)^2.$$

Con la Política 1, en cada término se restaba una constante T. Por tanto, el problema de determinar cuándo el primer valor es superior al segundo es idéntico con las dos políticas. Las conclusiones son también las mismas. En particular, una lección negativa es que incluso asumiendo el pago de toda la inversión el gobierno no puede garantizar que los productores realizarán inversión.

3. Monopolio e innovación con coste lineal sin política industrial

El mercado de un producto es un monopolio.

La función de demanda de mercado es

$$p = a - b \cdot q$$

donde a y b son constantes positivas, p es el precio del producto y q es la cantidad producida y vendida.

El monopolista puede reducir el coste medio de producción haciendo un gasto I, que se interpreta como una inversión en innovación que genera reducción en el coste de producción.

La función de coste de producción del monopolista es (1), que se define sobre la base de dos valores c_0 y c_1, con $c_0 > c_1 > 0$, y un parámetro α de efectividad de la inversión al reducir el coste.

El coste medio c_0 es el coste si $I = 0$, esto es, si no se hace gasto en innovación. El coste medio c_1 es el menor coste que se puede alcanzar con la innovación. Para $I \leq \frac{c_0 - c_1}{\alpha}$, la función de coste medio del monopolista toma la forma

$$c(I) = c_0 - \alpha I$$

y, para $I > \frac{c_0 - c_1}{\alpha}$, la función de coste medio del monopolista es la función constante

$$c(I) = c_1$$

que expresa la existencia de un límite a la efectividad de la innovación: por encima de un cierto valor, el gasto en innovación no puede rebajar más el coste medio de producción del producto.

El monopolista elige primero I y después q con el objetivo de maximizar la función de beneficio

$$\pi(q, I) = pq - (c_0 - \alpha I)q - I$$

donde pq es el ingreso por la venta de la cantidad q de producto, $(c_0 - \alpha I)$ es el coste medio de producción cuando el monopolista emplea el importe I en innovación, $(c_0 - \alpha I)q$ es el coste total de producción y I es el gasto en innovación.

• **Caso 1. La inversión toma el valor mínimo $I = 0$.** En este caso, la maximización de π requiere

$$0 = \frac{d\pi}{dq} = \frac{dp}{dq}q + p - c_0 = -bq + (a - bq) - c_0 = a - c_0 - 2bq$$

o

$$q_0 = \frac{a - c_0}{2b}.$$

El beneficio resultante es

$$\pi_0 = (p - c_0)q_0 = (a - c_0 - bq_0)q_0 = \frac{(a - c_0)^2}{2b} - \frac{b(a - c_0)^2}{4b^2} = \frac{(a - c_0)^2}{4b}.$$

• **Caso 2. La inversión toma el valor máximo $I_1 = \frac{c_0 - c_1}{\alpha}$.** Con coste medio c_1, la maximización de π requiere

$$0 = \frac{d\pi}{dq} = \frac{dp}{dq}q + p - c_1 = -bq + (a - bq) - c_1 = a - c_1 - 2bq$$

o

$$q_1 = \frac{a - c_1}{2b}.$$

El beneficio resultante es

$$\pi_1 = (p - c_1)q_1 - I_1 = (a - c_1 - bq_1)q_1 - I_1 = \frac{(a - c_1)^2}{2b} - \frac{b(a - c_1)^2}{4b^2} - I_1 = \frac{(a - c_1)^2}{4b} - \frac{c_0 - c_1}{\alpha}.$$

PROPOSICIÓN 1. *Invertir el máximo $I_1 = \frac{c_0 - c_1}{\alpha}$ genera un beneficio superior a no invertir si*

$$\alpha > \frac{4b}{2a - c_0 - c_1}.$$

Demostración. Sea $A = a - c_0$ y $B = a - c_1$. Por hipótesis, $B > A > 0$. Tener $\pi_1 > \pi_0$ equivale a

$$\frac{(a - c_1)^2}{4b} - \frac{c_0 - c_1}{\alpha} > \frac{(a - c_0)^2}{4b}$$

y a

$$\frac{B^2}{4b} - \frac{B - A}{\alpha} > \frac{A^2}{4b}$$

y a

$$B^2\alpha - 4b(B - A) > A^2\alpha$$

y a

$$\alpha(B^2 - A^2) > 4b(B - A)$$

y a

$$\alpha > \frac{4b(B - A)}{B^2 - A^2} = \frac{4b(B - A)}{(B - A)(B + A)},$$

y a

$$\alpha > \frac{4b}{A + B},$$

que es resultado a demostrar. ■

La demostración de la Proposición 1 también evidencia que el monopolista obtiene más beneficio con $I = 0$ que con $I_1 = \frac{c_0 - c_1}{\alpha}$ si

$$\alpha < \frac{4b}{2a - c_0 - c_1}.$$

La igualdad $\alpha = \frac{4b}{2a - c_0 - c_1}$ significa que el beneficio es el mismo con $I = 0$ que con $I_1 = \frac{c_0 - c_1}{\alpha}$.

Ejemplo en que $\pi_0 > \pi_1$: $a = 100$, $b = 1$, $c_0 = 50$, $c_1 = 40$ y $\alpha = 1/30$, ya que $625 = \pi_0 > \pi_1 = 600$.

Ejemplo en que $\pi_1 > \pi_0$: $a = 100$, $b = 1$, $c_0 = 50$, $c_1 = 10$ y $\alpha = 1/30$, ya que $825 = \pi_1 > \pi_0 = 625$.

Una primera conclusión del análisis en un monopolio es que existen características del mercado que inducen al monopolista a hacer inversión (incluso, la máxima posible) sin el apoyo del gobierno. En competencia, los productores no tenían incentivo a invertir (no podían apropiarse de los beneficios de la inversión, que iban a los consumidores por la reducción de precio).

> "The second key idea that Arrow (1962) establishes is the so-called 'Arrow replacement effect'. The Arrow replacement idea is important because it is framed as one of the classical answers to the question of how market structure affects innovation. In particular, the Arrow idea seems to be identified as one 'pole' of the competition/innovation debate — namely, as a key mechanism explaining why product market competition encourages innovation… Schumpeter (1942) classically forms the other 'pole' of this debate — i.e. the opposing view that actually (the prospect of) market power and monopoly profits is what spurs innovation (or that larger firms are otherwise a better home for innovation).
>
> So what is the Arrow replacement effect? The basic idea of the replacement effect is that a monopolist has less incentive to innovate than a competitive firm, due to the monopolist's financial interest in the status quo. As Arrow puts it: 'The preinvention monopoly power acts as a strong disincentive to further innovation'. Indeed, in Arrow's setup, for any given level of post-invention ('ex post') profits, the incentive to innovate will be decreasing in pre-invention (or 'ex ante') profits."

https://jeffreyfossett.com/2020/06/05/arrow-replacement.html

Arrow, Kenneth (1962): "Economic Welfare and the Allocation of Resources for Invention", en *The Rate and Direction of Inventive Activity: Economic and Social Factors*, Princeton University Press, pp. 609-625.

Schumpeter, Joseph (1942): "The Process of Creative Destruction", cap. VII, pp. 81-86 en *Capitalism, Socialism, and Democracy*, Harper & Row.

• **Caso 3. La inversión toma un valor entre el mínimo y el máximo.** La maximización de π requiere

$$0 = \frac{d\pi}{dq} = \frac{dp}{dq}q + p - (c_0 - \alpha I) = -bq + (a - bq) - (c_0 - \alpha I) = a - c_0 + \alpha I - 2bq$$

que implica

$$\tilde{q} = \frac{a - c_0 + \alpha I}{2b}.$$

El precio es

$$\tilde{p} = a - b\tilde{q} = \frac{a + c_0 - \alpha I}{2}.$$

El beneficio es

$$\tilde{\pi} = (\tilde{p} - c_0 + \alpha\tilde{I})\tilde{q} - \tilde{I} = \frac{(a - c_0 + \alpha\tilde{I})^2}{4b} - \tilde{I}\,.$$

En términos equivalentes,

$$\boxed{\tilde{\pi} = \pi_0 + \frac{2(a - c_0)\alpha\tilde{I}}{4b} + \frac{\alpha^2\tilde{I}^2}{4b} - \tilde{I}\,.} \tag{7}$$

De (7) se concluye que invertir por debajo del máximo puede ser preferible a no invertir ($\tilde{\pi} > \pi_0$) si se tiene que

$$\frac{2(a - c_0)\alpha\tilde{I}}{4b} + \frac{\alpha^2\tilde{I}^2}{4b} > \tilde{I}$$

o

$$2(a - c_0)\alpha + \alpha^2\tilde{I} > 4b. \tag{8}$$

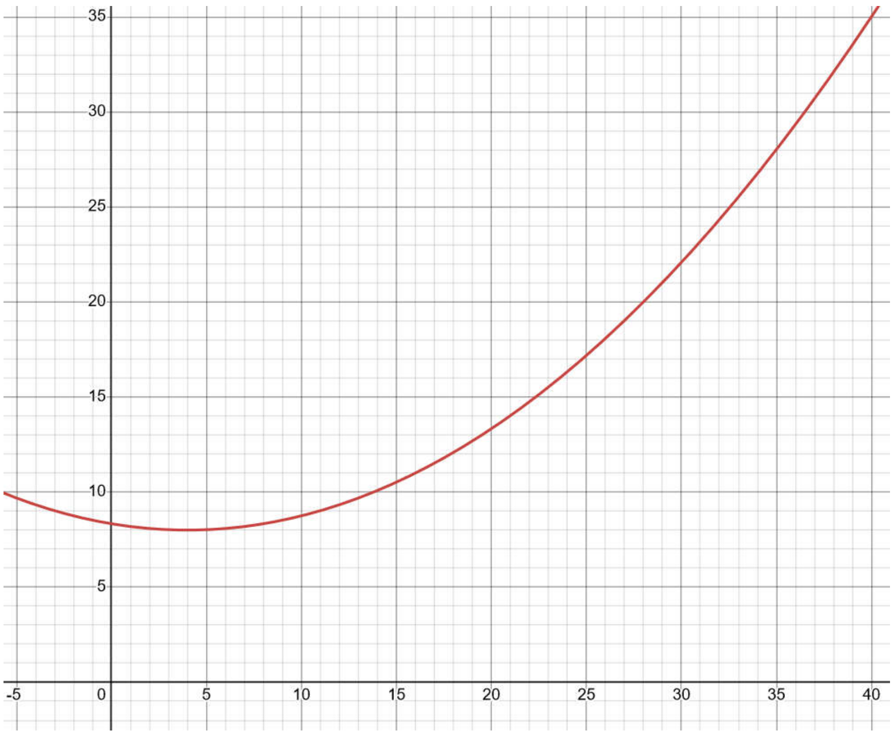
• **Ejemplo.** Los parámetros del modelo son $a = 100$, $c_0 = 80$, $c_1 = 40$, $b = 12$ y $\alpha = 1$.

Si $I = 0$, entonces $\pi_0 = \frac{(a-c_0)^2}{4b} = \frac{(100-80)^2}{48} = \frac{25}{3} \approx 8{,}33$.

Si $\tilde{I} = 16$, entonces $\tilde{\pi} = \frac{(a-c_0+\alpha I)^2}{4b} - \tilde{I} = \frac{(100-80+16)^2}{48} - 16 = \frac{1296}{48} - 16 = 27 - 16 = 11 > \frac{25}{3} = \pi_0$.

Estos valores satisfacen (8).

La gráfica de la derecha (confeccionada en https://www.desmos.com/calculator) representa la función de beneficio $\tilde{\pi} = \frac{(20+I)^2}{48} - \tilde{I}$ del ejemplo. La gráfica ilustra el resultado numérico previo pero también que no existe solución interior: el beneficio se maximiza con un valor extremo de la inversión. El valor máximo de la inversión del ejemplo es $I_1 = \frac{c_0-c_1}{\alpha} = \frac{80-40}{1} = 40$ con beneficio $\pi_1 = \frac{(a-c_1)^2}{4b} - \frac{c_0-c_1}{\alpha} = \frac{(100-40)^2}{48} - 40 = \frac{3600}{48} - 40 = 75 - 40 = 35 > 11 = \tilde{\pi}$.



Si se busca un máximo interior de (7) se obtiene la condición de primer orden de máximo

$$0 = \frac{d\tilde{\pi}}{d\tilde{I}} = \frac{2(a - c_0)\alpha}{4b} + \frac{2\alpha^2 \tilde{I}}{4b} - 1$$

o

$$\tilde{I} = \frac{2b - (a - c_0)\alpha}{\alpha^2}.$$

El problema es que $\tilde{I} = \frac{2b-(a-c_0)\alpha}{\alpha^2}$ determina un mínimo y no un máximo de la función de beneficio (en el ejemplo, sería $\tilde{I} = 4$). La razón es que no se satisface la condición de segundo orden: que la derivada segunda sea negativa cuando se evalúa en el valor candidato a máximo. En concreto,

$$\frac{d^2\tilde{\pi}}{d\tilde{I}^2} = \frac{2\alpha^2}{4b} > 0.$$

PROPOSICIÓN 2. *Invertir un valor positivo pero inferior al máximo* $I_1 = \frac{c_0 - c_1}{\alpha}$ *nunca maximiza el beneficio.*

Demostración. La función de beneficio es (7). La primera derivada

$$\frac{d\tilde{\pi}}{d\tilde{I}} = \frac{2(a - c_0)\alpha}{4b} + \frac{2\alpha^2 \tilde{I}}{4b} - 1$$

es negativa si

$$\frac{2(a - c_0)\alpha}{4b} + \frac{2\alpha^2 \tilde{I}}{4b} < 1$$

que equivale a

$$\tilde{I} < \frac{2b - (a - c_0)\alpha}{\alpha^2}.$$

Por tanto, el beneficio decrece con la inversión para todo valor de la inversión $\tilde{I} < \frac{2b-(a-c_0)\alpha}{\alpha^2}$. Así, si $\tilde{I} < \frac{2b-(a-c_0)\alpha}{\alpha^2}$, el valor máximo del beneficio se alcanzaría con $I = 0$ y no con un valor interior del dominio.

Por el contrario, el beneficio crece con la inversión para todo valor de la inversión $\tilde{I} > \frac{2b-(a-c_0)\alpha}{\alpha^2}$. Por eso, si $\tilde{I} > \frac{2b-(a-c_0)\alpha}{\alpha^2}$, el valor máximo del beneficio se alcanzaría con el valor máximo I_1 admitido y no con un valor interior del dominio.

Por último, si $\tilde{I} = \frac{2b-(a-c_0)\alpha}{\alpha^2}$, entonces la función de beneficio alcanza un mínimo, dado que se tiene $\frac{d^2\tilde{\pi}}{d\tilde{I}^2} = \frac{2\alpha^2}{4b} > 0$. ■

4. Monopolio con política industrial financiada con fondos propios del gobierno

La conclusión del análisis de la sección §3 es que un monopolista con función de coste lineal en la producción y lineal en la inversión elige no invertir o invertir el máximo. Por consiguiente, la política industrial tendría sentido cuando el monopolista no invierte. Por la Proposición 1 el monopolista elige $I = 0$ si $\alpha < \frac{4b}{2a-c_0-c_1}$, esto es, si

- la efectividad α es suficientemente pequeña; o
- la sensibilidad b es suficientemente grande; o
- es suficientemente pequeña la diferencia $a - c_0$ entre lo que los consumidores valoran la primera unidad y el coste de producirla sin innovación; o
- es suficientemente pequeña la diferencia $a - c_1$ entre lo que los consumidores valoran la primera unidad y el coste de producirla con máxima innovación.

En esta sección se considera la siguiente política:

el gobierno financia con fondos propios el porcentaje $1 - s$ de la inversión del monopolista (con $0 \le s < 1$) sólo si $\alpha < \frac{4b}{2a-c_0-c_1}$ (de manera que el monopolista paga la proporción s).

Ahora el monopolista maximiza (7) con el término final $\tilde{I}$ reemplazado por $s\tilde{I}$:

$$\tilde{\pi} = \frac{(a - c_0 + \alpha\tilde{I})^2}{4b} - s\tilde{I} = \pi_0 + \frac{2(a - c_0)\alpha\tilde{I}}{4b} + \frac{\alpha^2\tilde{I}^2}{4b} - s\tilde{I}.$$

En el caso extremo de que el gobierno financia toda la inversión ($s = 0$), se sigue que el monopolista siempre invierte el máximo: con $s = 0$,

$$\tilde{\pi} = \frac{(a - c_0 + \alpha\tilde{I})^2}{4b}$$

que es una función que depende positivamente de $\tilde{I}$.

Si $s > 0$, los resultados de §3 siguen siendo válidos. Concretamente, para que invertir sea la opción elegida por el monopolista es suficiente demostrar que $\tilde{\pi} > \pi_0$. Dado que

$$\tilde{\pi} = \pi_0 + \frac{2(a - c_0)\alpha\tilde{I}}{4b} + \frac{\alpha^2\tilde{I}^2}{4b} - s\tilde{I}.$$

basta con tener

$$\frac{2(a - c_0)\alpha\tilde{I}}{4b} + \frac{\alpha^2\tilde{I}^2}{4b} > s\tilde{I}$$

$$2(a - c_0)\alpha + \alpha^2\tilde{I} > 4bs.$$

Sobre esta base la introducción del parámetro $0 < s < 1$ equivale a una reducción del parámetro b en el modelo original de §3. En paralelo, una reducción de b hace que la condición $\alpha < \frac{4b}{2a-c_0-c_1}$ que avala elegir $I = 0$ sea más difícil de cumplir.

En suma, <u>la política de financiación, aunque parcial, contribuye a eliminar casos en los que el monopolista elige no invertir</u>. La Proposición 3 (la nueva versión de la Proposición 1) establece que cuanto menor la parte s que paga el monopolista más fácil que invierta el máximo $I_1 = \frac{c_0-c_1}{\alpha}$.

PROPOSICIÓN 3. *Cuando el monopolista paga la proporción positiva $s < 1$, invertir el máximo $I_1 = \frac{c_0 - c_1}{\alpha}$ genera un beneficio superior a no invertir si*

$$\alpha > \frac{4bs}{2a - c_0 - c_1}.$$

Demostración. La función de beneficio invirtiendo el máximo es

$$\pi_1^s = (p - c_1)q_1 - sI_1 = \frac{(a - c_1)^2}{4b} - \frac{s(c_0 - c_1)}{\alpha}.$$

Sea $A = a - c_0$ y $B = a - c_1$. Por hipótesis, $B > A > 0$. Tener $\pi_1^s > \pi_0$equivale a

$$\frac{(a - c_1)^2}{4b} - \frac{s(c_0 - c_1)}{\alpha} > \frac{(a - c_0)^2}{4b}$$

$$\frac{B^2}{4b} - \frac{s(B - A)}{\alpha} > \frac{A^2}{4b}$$

$$B^2\alpha - 4bs(B - A) > A^2\alpha$$

$$\alpha(B^2 - A^2) > 4bs(B - A)$$

$$\alpha > \frac{4bs(B - A)}{B^2 - A^2} = \frac{4bs(B - A)}{(B - A)(B + A)} = \frac{4bs}{A + B}. \blacksquare$$

La Proposición 3 también vale para $s = 0$. En ese caso, la condición sería $\alpha > 0$, que es cierta siempre y, por tanto, como se ha argumentado al inicio de la sección, invertir cero no es solución.

5. Monopolio con política industrial financiada con un impuesto sobre el consumo

La política a analizar tiene las siguientes características:

- el gobierno paga el porcentaje $1 - s$ de la inversión I del monopolista (con $0 \leq s < 1$) y el monopolista paga la proporción s;
- el gobierno obtiene la financiación de un impuesto sobre el consumo (donde los consumidores pagan el impuesto de cuantía fija $\tau > 0$ por unidad comprada del bien); y
- el gobierno autofinancia la política: el ingreso τq del impuesto coincide con la inversión financiada $(1 - s)I$ por el gobierno (si $I = 0$ se entiende que $\tau = 0$).

La función de demanda pasa a ser

$$p + \tau = a - bq.$$

Puesto que entonces $p = a - \tau - bq$ y el coste del gasto es sI en lugar de I, los cálculos de §3 y §4 son válidos reemplazando 'a' por '$a - \tau$' y '$-I$' por '$-sI$'. En consecuencia, la función de beneficio del monopolista es

$$\pi = \frac{(a - c_0 + \alpha I - \tau)^2}{4b} - sI$$

con la condición adicional de equilibrio presupuestario de la política

$$\tau q = (1 - s)I.$$

Dado que la producción satisface

$$q = \frac{a - c_0 + \alpha I - \tau}{2b},$$

la condición presupuestaria se convierte en

$$\tau \frac{a - c_0 + \alpha I - \tau}{2b} = (1 - s)I.$$

y así

$$s = 1 - \tau \frac{a - c_0 + \alpha I - \tau}{2bI} = \frac{(2b - \tau\alpha)I + \tau^2 - \tau(a - c_0)}{2bI}. \tag{9}$$

La condición (9) deja un grado de libertad para política en el modelo: el goberno puede elegir el impuesto τ pero entonces la proporción s a financiar el monopolista queda determinada. También se podría interpretar a la inversa: el gobierno puede elegir s y entonces no hay margen para elegir τ.

Combinado la última ecuación con la función de beneficio

$$\pi = \frac{(a - c_0)^2}{4b} + \frac{2(a - c_0)(\alpha I - \tau)}{4b} + \frac{(\alpha I - \tau)^2}{4b} - \frac{(2b - \tau\alpha)I + \tau^2 - \tau(a - c_0)}{2b}$$

$$\pi = \pi_0 + \frac{2(a - c_0)\alpha I}{4b} + \frac{(\alpha I - \tau)^2}{4b} - \frac{2(2b - \tau\alpha)I + 2\tau^2}{4b}$$

$$\pi = \pi_0 + \frac{2(a - c_0)\alpha I}{4b} + \frac{\alpha^2 I^2 + \tau^2 - 2\tau\alpha I}{4b} - \frac{4bI - 2\tau\alpha I + 2\tau^2}{4b}$$

$$\pi = \pi_0 + \frac{2(a - c_0)\alpha I}{4b} + \frac{\alpha^2 I^2}{4b} - \frac{4bI + \tau^2}{4b}$$

$$\pi = \pi_0 + \frac{2(a - c_0)\alpha I}{4b} + \frac{\alpha^2 I^2}{4b} - I - \frac{\tau^2}{4b}. \tag{10}$$

La expresión (10) con $\tau = 0$ deviene (7), la función de beneficio cuando no hay ninguna política (por (9), $\tau = 0$ implica $s = 1$: sin impuesto, el monopolista se paga él mismo la inversión). Hay una interpretación interesante de (10): financiar parte de la inversión del monopolista mediante un impuesto sobre el consumo es como si el monopolista tuviera que pagarse toda la inversión y, además, asumir un impuesto fijo $\frac{\tau^2}{4b}$.

La política tiene pues un efecto perverso: con la política financiada mediante un impuesto sobre los consumidores el beneficio del monopolista derivado de la inversión es inferior al beneficio sin política (existe la pérdida $\frac{\tau^2}{4b}$).

PROPOSICIÓN 4. *La política de financiar una parte de la inversión mediante un impuesto sobre el consumo no modifica el problema de decisión del monopolista: el monopolista decide lo mismo con política que sin política.*

Demostración. La demostración es idéntica a la de la Proposición 2. La función de beneficio es (10). La primera derivada

$$\frac{d\pi}{dI} = \frac{2(a - c_0)\alpha}{4b} + \frac{2\alpha^2 I}{4b} - 1$$

es negativa si

$$\frac{2(a - c_0)\alpha}{4b} + \frac{2\alpha^2 I}{4b} < 1$$

que equivale a

$$I < \frac{2b - (a - c_0)\alpha}{\alpha^2}.$$

Por un lado, el beneficio decrece con la inversión para todo valor de la inversión $I < \frac{2b-(a-c_0)\alpha}{\alpha^2}$. Así, si $I < \frac{2b-(a-c_0)\alpha}{\alpha^2}$, el valor máximo del beneficio se alcanza con $I = 0$, al igual que sucedía sin política.

Por otro lado, el beneficio crece con la inversión para todo valor de la inversión $I > \frac{2b-(a-c_0)\alpha}{\alpha^2}$. Por eso, si $I > \frac{2b-(a-c_0)\alpha}{\alpha^2}$, el valor máximo del beneficio se alcanza con el valor máximo $I_1 = \frac{c_0-c_1}{\alpha}$ admisible, al igual que sucedía sin política.

Si $I = \frac{2b-(a-c_0)\alpha}{\alpha^2}$, la función de beneficio alcanza un mínimo, porque $\frac{d^2\pi}{dI^2} = \frac{2\alpha^2}{4b} > 0$. ■

Como corolario de la Proposición 4, esta política nunca cambiaría la decisión del monopolista de no invertir y, además, tiene un coste para el monopolista representado por una pérdida de beneficio igual a $\frac{\tau^2}{4b}$. Se deja como ejercicio responder a la siguiente pregunta: ¿hay algún valor de τ tal que, sin política, el monopolista elige I_1 y con la política elige $I = 0$?

6. Monopolio y duopolio de Cournot con coste lineal

¿Dónde hay más inversión sin políticas que la promuevan, en un monopolio o un duopolio?

La función de beneficio del monopolista, con función de coste (1), es

$$\pi^m = \frac{(a - c_0 + \alpha I)^2}{4b} - I.$$

En el modelo de Cournot con duopolistas idénticos y función de coste (1), la función de beneficio de cada duopolista es

$$\pi^c = \frac{(a - c_0 + \alpha I)^2}{9b} - I.$$

Una primera implicación de estos resultados es <u>el monopolista deriva más beneficio que un duopolista de la misma inversión</u>: si monopolista y cada duopolista invierten I, entonces

$$\pi^m - \pi^c = \left(\frac{(a - c_0 + \alpha I)^2}{4b} - I\right) - \left(\frac{(a - c_0 + \alpha I)^2}{9b} - I\right) = \frac{5(a - c_0 + \alpha I)^2}{36b} > 0.$$

Una segunda implicación es que <u>monopolista y duopolistas, cuando invierten, realizan la misma inversión</u>. En el caso del monopolista,

$$\pi^m = \pi_0^m + \frac{2(a - c_0)\alpha I}{4b} + \frac{\alpha^2 I^2}{4b} - I$$

donde $\pi_0^m = \frac{(a-c_0)^2}{4b}$ es el beneficio de no invertir.

Tercera implicación: <u>un monopolista nunca invierte menos que un duopolista y en ocasiones invierte más</u>.

Para cada duopolista,

$$\pi^c = \pi_0^c + \frac{2(a - c_0)\alpha I}{9b} + \frac{\alpha^2 I^2}{9b} - I$$

donde $\pi_0^c = \frac{(a-c_0)^2}{9b}$ es el beneficio de no invertir.

PROPOSICIÓN 5. *Para cada duopolista, invertir el máximo $I_1 = \frac{c_0-c_1}{\alpha}$crea un beneficio superior a no invertir si*

$$\alpha > \frac{9b}{2a - c_0 - c_1} = \frac{9b}{(a - c_0) + (a - c_1)}.$$

Demostración. La demostración es análoga a la de la Proposición 1 y se deja como ejercicio. ■

PROPOSICIÓN 6. *Un dupolista nunca invierte más que un monopolista. Específicamente:*

- *si $\alpha < \frac{4b}{2a-c_0-c_1}$ni monopolista ni duopolistas invierten;*
- *si $\frac{4b}{2a-c_0-c_1} < \alpha < \frac{9b}{2a-c_0-c_1}$el monopolista invierte $I_1 = \frac{c_0-c_1}{\alpha}$y ningún duopolista invierte;*
- *si $\alpha > \frac{9b}{2a-c_0-c_1}$el monopolista y cada duopolista invierten $I_1 = \frac{c_0-c_1}{\alpha}$.*

Demostración. Proposición 1 y Proposición 5. ■

7. Duopolio de Bertrand con innovación

En el modelo de Bertrand dos duopolistas fijan el precio y (asumiendo que no existen restricciones de capacidad) quien fija el precio inferior satisface toda la demanda; si el precio es igual, cada uno satisface la mitad de la demanda total.

Para simplificar, la demanda total es el valor constante q.

La función de coste de cada duopolista es (1).

El precio es un múltiplo de un valor mínimo ε: el aumento más pequeño posible del precio es ε y la reducción más pequeña posible también es ε.

Inicialmente, en el período $t = 0$, no hay inversión y cada duopolista fija el mismo precio $p = c_0$. El beneficio de cada duopolista es cero. En cada uno de los siguientes períodos sólo un duopolista toma decisiones; el otro mantiene las decisiones del período anterior.

En $t = 1$ un duopolista (duopolista 1) considera invertir y rebajar el precio ε unidades. Su función de beneficio sería

$$\pi_1 = \big((c_0 - \varepsilon) - c_0 + \alpha I\big)q - I = (\alpha I - \varepsilon)q - I = I(\alpha q - 1) - \varepsilon q.$$

- Caso 1: $\alpha I < \varepsilon$. El beneficio $\pi_1 = (\alpha I - \varepsilon)q - I$ sería negativo y ninguna rebaja del precio haría que valiera la pena invertir. Con $\alpha I < \varepsilon$ el beneficio es negativo porque la inversión no es lo suficientemente efectiva como para permitir la rebaja del precio.
- Caso 2: $\alpha I > \varepsilon$. Caso 2a: $(\alpha I - \varepsilon)q < I$. El beneficio $\pi_1 = (\alpha I - \varepsilon)q - I$ sería negativo. A diferencia del caso 1, la inversión es efectiva para reducir el precio, pero realizarse para cubrir todo el mercado no compensa el coste total.
- Caso 2b: $(\alpha I - \varepsilon)q > I$. Esto significa que $\pi > 0$; es decir, $I(\alpha q - 1) - \varepsilon q > 0$y, en consecuencia, $\alpha q - 1 > 0$. Así pues, la constante $\alpha q - 1$ que acompaña a la inversión es positiva y el beneficio crece con la inversión. Maximizar el beneficio lleva a invertir el valor máximo $I_1 = \frac{c_0 - c_1}{\alpha}$.

En resumen, por la simetría entre duopolistas, en el caso 1 y en el caso 2a nada cambia en el mercado: no hay inversión, el precio es $p = c_0$y ambos duopolistas tienen beneficio cero. Por el contrario, en el caso 2b el duopolista 1 rebaja el precio a $p' = c_0 - \varepsilon$, captura toda la demanda y obtiene un beneficio positivo

$$\pi_1 = \frac{c_0 - c_1}{\alpha}(\alpha q - 1) - \varepsilon q = (c_0 - c_1 - \varepsilon)q - \frac{c_0 - c_1}{\alpha}.$$

El otro duopolista (duopolista 2) no vende nada y tiene pérdidas en $t = 1$. En $t = 2$, el duopolista 2 decide si invierte o se retira del mercado (si no invierte e iguala, o rebaja, su precio por debajo del precio $c_0 - \varepsilon$ del duopolista 1 continuaría con pérdidas).

Si invierte el duopolista 2 debe rebajar el precio a $c_0 - 2\varepsilon$. En este caso la función de beneficio del duopolista 2 es

$$\pi_2 = \big((c_0 - 2\varepsilon) - c_0 + \alpha I\big)q - I = (\alpha I - 2\varepsilon)q - I = I(\alpha q - 1) - 2\varepsilon q.$$

El análisis es análogo al del duopolista 1 en $t = 1$.

- Caso 1′: $\alpha I < 2\varepsilon$. El beneficio $\pi_2 = (\alpha I - 2\varepsilon)q - I$ sería negativo, puesto que la inversión no es suficientemente efectiva como para permitir la rebaja del precio.
- Caso 2′: $\alpha I > 2\varepsilon$. Caso 2a′: $(\alpha I - 2\varepsilon)q < I$. El beneficio $\pi_2 = (\alpha I - 2\varepsilon)q - I$ sería negativo. La inversión es efectiva para reducir el precio, pero no para incrementar el beneficio.
- Caso 2b′: $(\alpha I - 2\varepsilon)q > I$. Como en el caso 2b, maximizar el beneficio requiere invertir el valor máximo $I_1 = \frac{c_0 - c_1}{\alpha}$.

Conclusión: en el caso 1′ y en el caso 2a′ el duopolista 1 se hace definitivamente con el mercado y el duopolista 2 es expulsado, en tanto que en el caso 2b′ el duopolista 2 se queda temporalmente con el mercado y el duopolista 1 tiene pérdidas. El beneficio del duopolista 2 en $t = 2$sería inferior al del duopolista 1 en $t = 1$:

$$\pi_2 = \frac{c_0 - c_1}{\alpha}(\alpha q - 1) - 2\varepsilon q = (c_0 - c_1 - 2\varepsilon)q - \frac{c_0 - c_1}{\alpha} = \pi_1 - \varepsilon q.$$

La diferencia de beneficio εq deriva de la pérdida de ingreso causada por la rebaja en ε unidades del precio del duopolista 1 en $t = 1$.

De lo anterior se puede inferir el siguiente patrón: en cada período se expulsa definitivamente uno de los duopolistas o el duopolista expulsado temporalmente en el período anterior vuelve rebajando el precio ε unidades. Puesto que ε es un valor finito, el proceso de expulsión temporal y de posible retorno termina con uno de los dos siguientes resultados:

- sólo queda en el mercado un duopolista con un beneficio positivo; o
- ambos duopolistas están en el mercado con beneficio cero (y precio $p' = c_1$).

Este resultado identifica un dilema para la política industrial: si se quiere preservar la competencia (que haya dos productores), no debería incentivar la innovación (que hace muy probable que uno de los productores desaparezca); y si se quiere estimular la innovación, se corre el riesgo de eliminar la competencia y transformar el duopolio en monopolio.

8. Competiciones e innovación en el duopolio de Cournot

El modelo desarrollado a continuación añade al duopolio de Cournot (con productores idénticos y función de coste (1)) una política que hace participar a los duopolistas en una competición: quien invierta menos paga la inversión de quien invierta más (si ambos invierten lo mismo, cada uno se paga la inversión propia).

Como las empresas no suelen hacerse pagos forzosos entre ellas, se podría interpretar que la política consiste en las siguientes medidas:

- el duopolista que invierta menos debe pagar un impuesto al gobierno;
- el gobierno paga una subvención al duopolista que más invierta;
- una vez conocidas las inversiones de los duopolistas, el gobierno decreta que el impuesto a pagar coincide con la inversión del duopolista que más ha invertido y que el importe de la subvención es igual a la recaudación por el impuesto.

Cada duopolista elige primero la inversión y, a continuación, la producción. Aplicando la técnica de la inducción hacia atrás, cada duopolista determina primero la producción (en función de la inversión) y después selecciona el nivel de inversión.

La función de demanda es

$$p = a - b(q + q')$$

donde q es la producción del duopolista 1 y q' la del duopolista 2.

La función de beneficio del duopolista 1 es

$$\pi = (p - c_0 + \alpha I)q - I = (a - c_0 + \alpha I - bq - bq')q - I.$$

La maximización de la función de beneficio pide

$$0 = \frac{d\pi}{dq} = a - c_0 + \alpha I - bq' - 2bq$$

o

$$q = \frac{a - c_0 + \alpha I - bq'}{2b}.$$

Por la simetría de los duopolistas,

$$q' = \frac{a - c_0 + \alpha I' - bq}{2b},$$

donde I' es la inversión del duopolista 2.

Combinado las dos últimas ecuaciones,

$$q = \frac{a - c_0 + \alpha(2I - I')}{3b}$$
$$q' = \frac{a - c_0 + \alpha(2I' - I)}{3b}.$$

El precio es

$$p = \frac{a + 2c_0 - \alpha(I + I')}{3}.$$

La función de beneficio del duopolista 1 si paga su inversión es

$$\pi = \pi_0 - \frac{2\alpha(a - c_0)(I + I')}{9b} - \frac{\alpha^2(4I + I')(2I - I')}{9b} - I$$

y si no la paga

$$\hat{\pi} = \pi_0 - \frac{2\alpha(a - c_0)(I + I')}{9b} - \frac{\alpha^2(4I + I')(2I - I')}{9b}$$

donde $\pi_0 = \frac{(a-c_0)^2}{9b}$está el beneficio si la inversión de cada duopolista es cero.

• **Caso 1: el rival no invierte.** Tomando la perspectiva del duopolista 1, sea $I' = 0$. Si 1 no invierte, se obtiene la solución convencional del duopolio de Cournot, con $\pi = \pi' = \pi_0 = \frac{(a-c_0)^2}{9b}$. Si 1 invierte, su función de beneficios se convierte en

$$\pi = \pi_0 - \frac{2\alpha(a - c_0)I}{9b} - \frac{8\alpha^2 I^2}{9b}$$

que, dado que $a > c_0$, se maximiza con $I = 0$. Conclusión: si un duopolista no invierte, lo mejor para el otro duopolista es no invertir (aunque pague la inversión el duopolista no inversor).

• **Caso 2: el rival invierte.** Tomando la perspectiva del duopolista 1, sea $I' > 0$.

• **Caso 2a: 1 invierte lo mismo que 2** ($I = I'$). Dado que cada duopolista se paga su inversión, la función de beneficios del duopolista 1 es

$$\pi = \pi_0 - \frac{4\alpha(a-c_0)I}{9b} - \frac{5\alpha^2 I^2}{9b} - I$$

que, en la medida que $a > c_0$, se maximiza con $I = 0$. Resultado: no hay equilibrio en el que los dos duopolistas invierten e invierten lo mismo.

• **Caso 2b: 1 invierte menos que 2** ($I < I'$). Ahora el duopolista 1 debe pagar toda la inversión (la suya y la del otro duopolista). La función de beneficios del duopolista 1 es

$$\pi = \pi_0 - \left(\frac{2\alpha(a-c_0)(I+I')}{9b} + \frac{\alpha^2(4I+I')(2I-I')}{9b} + I + I'\right)$$

Si $2I - I' > 0$, entonces la suma entre paréntesis es positiva; esto implica $\pi < \pi_0$, por lo que lo mejor para el duopolista 1 es no invertir. Si $2I - I' < 0$, la derivada respecto de I de la función de beneficio

$$\pi = \pi_0 - \frac{2\alpha(a-c_0)I'}{9b} - I' + \frac{\alpha^2 I'^2}{9b} - \left(\frac{2\alpha(a-c_0)I}{9b} + \frac{2\alpha^2 I(4I-I')}{9b} + I\right)$$

sería

$$\frac{d\pi}{dI} = \frac{2\alpha(a-c_0)}{9b} + \frac{2\alpha^2(8I-I')}{9b} + 1 = \frac{2\alpha(a-c_0-\alpha I')}{9b} + \frac{16\alpha^2}{9b} + 1.$$

Por construcción del modelo, $a - c_0 - \alpha I' > 0$. Esto implica que $\frac{d\pi}{dI} > 0$: el beneficio del duopolista 1 crece con su inversión. Puesto que, en este caso, $I < I'$ todavía hay margen para subir I. De lo anterior se sigue que $I < I'$ no maximiza el beneficio del duopolista 1.

• **Caso 2c: 1 invierte más que 2** ($I > I'$). En este caso el duopolista 2 se encuentra en la misma situación que el duopolista 1 en el caso 2b. Como la decisión sobre inversión del duopolista 1 no maximizaba beneficio, la decisión ahora del duopolista 2 tampoco lo hace.

En resumen: no hay equilibrio en el que algún duopolista invierte y, por consiguiente, en el único equilibrio ningún duopolista invierte (la política emplea un mecanismo de competición que no funciona).

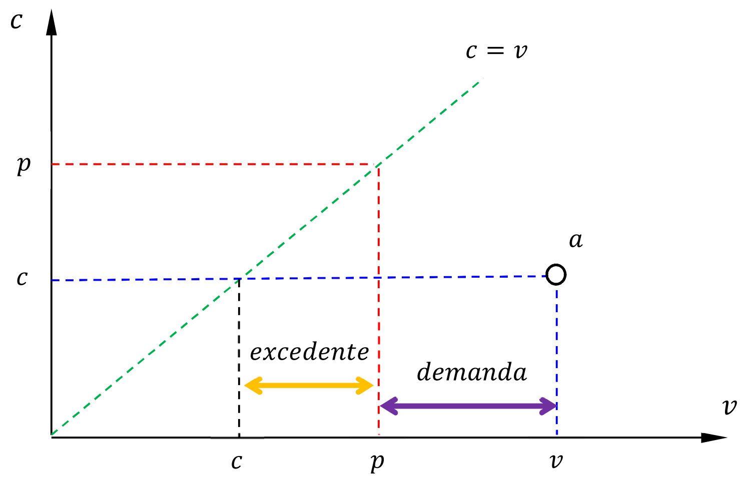
9. Innovación como instrumento de expansión de mercado y de creación de valor

Existe único productor de un producto.

Cada consumidor decide si compra una unidad del producto o no compra ninguna.

Cada consumidor atribuye un valor distinto al producto. Si el precio del producto es inferior (o igual) a ese valor, el consumidor lo compra. Si es superior, no lo compra.

En la representación gráfica del modelo (gráfica a la derecha) los consumidores se ordenan en el eje horizontal, de menor a mayor valor v atribuido al producto. El coste c de producir el producto se mide en el eje vertical.



El estado del mercado (punto a de la gráfica) se representa mediante un vector (c, v): el coste c para el productor de producir cada unidad de producto y el valor v más grande de algún consumidor en el mercado (el precio más alto que alguien pagaría por el producto).

Inicialmente, el productor elige el precio p que maximiza la función de beneficio

$$\pi = (p - c)(v - p)$$

donde $p - c$ es el beneficio que se obtiene por unidad vendida (excedente unitario) y $v - p$ define la demanda del producto (todos los consumidores que asignan al producto un valor entre el precio p y el valor más alto v que marca el límite superior del mercado).

La condición de primer orden es

$$0 = \frac{d\pi}{dp} = \frac{d(p-c)}{dp}(v-p) + (p-c)\frac{d(v-p)}{dp} = v - p - (p - c) = v + c - 2p$$

o

$$p = \frac{v + c}{2}.$$

El beneficio resultante es

$$\pi = (p - c)(v - p) = \left(\frac{v + c}{2} - c\right)\left(v - \frac{v + c}{2}\right) = \frac{(v - c)^2}{4}.$$

Este modelo básico se amplía con la posibilidad de que el productor haga gasto en innovación. El gasto en innovación añade más valor al producto (y, por tanto, sube su coste) y, simultáneamente, amplía el mercado (se incrementa el volumen de consumidores potenciales). Una interpretación es que el gasto en innovación crea nuevas variedades del producto original, que atraen nuevos consumidores (aquellos dispuestos a pagar más por las nuevas variedades). El modelo, según esta interpretación, explicaría la profileración de variantes, marcas y modelos de productos.

La ampliación del modelo es simple. Hay una función

$$c' = c(1 + \alpha I)$$

que establece cómo el gasto en innovación I afecta al coste de producir: el nuevo coste c' es el coste antiguo c más el efecto $c\alpha I$ de la innovación sobre el coste, con $\alpha > 0$ siendo un parámetro que mide el impacto de la innovación en el coste. Reordenando,

$$\frac{c'}{c} - 1 = \alpha I$$

o

$$\frac{c' - c}{c} = \alpha I.$$

El cociente $\frac{c'-c}{c}$ es el cambio relativo del coste (en tanto por uno). Así, la hipótesis $c' = c(1 + \alpha I)$ dice que el gasto en innovación genera un cambio porcentual en el coste por medio del parámetro α. Por ejemplo, $\alpha = 1/2$ indica que cada unidad de gasto incrementa el coste de producción de un 50% (sí $c = 4$ y $I = 1$ entonces $c' = c(1 + \alpha I) = 4\left(1 + \frac{1}{2}\right) = 4 \cdot \frac{3}{2} = 6$: al pasar de 4 a 6 el coste ha subido de un 50%).

Hay una segunda función

$$v' = v(1 + \beta I)$$

que establece <u>cómo el gasto en innovación I afecta al valor del producto por los consumidores</u>: el nuevo valor máximo v'es el valor antiguo $v$más el efecto $v\beta I$ de la innovación sobre el valor, donde $\beta > 0$es un parámetro que mide el impacto de la innovación en el valor que los consumidos atribuyen al producto (o su nueva variante). Reordenando,

$$\frac{v'}{v} - 1 = \beta I$$

o

$$\frac{v' - v}{v} = \beta I.$$

El cociente $\frac{v'-v}{v}$ es el cambio relativo del valor máximo del producto en el mercado (en tanto por uno). Por ello la hipótesis $v' = v(1 + \beta I)$ significa que el gasto en innovación genera un cambio porcentual en el valor máximo en el mercado por medio del parámetro β. Por ejemplo, $\beta = 2$ indica que cada unidad de gasto incrementa el valor máximo en el mercado en un 200% (si $v = 4$ y $I = 1$ entonces $v' = v(1 + \beta I) = 4(1 + 2) = 12$: pasando de 4 a 12 el valor aumenta un 200%).

Hay que añadir una <u>condición de consistencia del modelo</u>:

$$v' \geq c'.$$

Esta desigualdad es condición necesaria para la existencia de mercado: <u>que el consumidor que más está dispuesto a pagar esté dispuesto a pagar el coste del producto</u>. En otras palabras, es necesario que

$$v(1 + \beta I) \geq c(1 + \alpha I)$$

o

$$v - c \geq I(c\alpha - v\beta).$$

La desigualdad se cumple para todo $I \geq 0$ si $c\alpha \leq v\beta$. Si $c\alpha > v\beta$, que equivale a

$$\frac{c}{v} > \frac{\beta}{\alpha},$$

entonces es necesario que

$$I \leq \frac{v-c}{c\alpha - v\beta}.$$

Por último, para garantizar soluciones finitas, se supone que existe un valor máximo $\bar{v}$ que se puede alcanzar con la innovación. El parámetro $\bar{v}$ representaría la máxima expansión del mercado del producto que la innovación haría posible y, por la condición anterior, para todo I, $\bar{v} \geq c' = c(1+\alpha I)$.

Asociado con $\bar{v}$ está el máximo valor $\bar{I}$ del gasto en innovación. Este valor se obtiene de la función $v' = v(1+\beta I)$ haciendo $v = \bar{v}$, y toma el valor (presumiendo que $\bar{v} \geq c' = c(1+\alpha\bar{I})$)

$$\bar{I} = \frac{\bar{v}-v}{v\beta}.$$

El productor elige primero el gasto I y después el precio p para maximizar la nueva función de beneficio

$$\pi' = (p'-c')(v'-p') - I$$

$$\pi' = (p'-c-c\alpha I)(v+v\beta I-p') - I.$$

La condición de primer orden es

$$0 = \frac{d\pi'}{dp'} = v'-p'-(p'-c') = v'+c'-2p'$$

o

$$p' = \frac{v'+c'}{2} = \frac{v(1+\beta I)+c(1+\alpha I)}{2} = \frac{v+c+I(c\alpha+v\beta)}{2}.$$

El beneficio resultante es

$$\pi' = (p'-c')(v'-p') - I = \left(\frac{v'+c'}{2}-c'\right)\left(v'-\frac{v'+c'}{2}\right) - I = \frac{(v'-c')^2}{4} - I =$$

$$= \frac{\big(v(1+\beta I)-c(1+\alpha I)\big)^2}{4} - I = \frac{\big(v-c+I(v\beta-c\alpha)\big)^2}{4} - I = \frac{(v-c)^2}{4} +$$

$$+ \frac{2I(v-c)(v\beta-c\alpha)+I^2(v\beta-c\alpha)^2-4I}{4} =$$

$$= \pi + I\left(\frac{(v-c)(v\beta-c\alpha)-2}{2}\right) + I^2\left(\frac{v\beta-c\alpha}{2}\right)^2.$$

Definiendo

$$A = \frac{(v-c)(v\beta-c\alpha)-2}{2}$$

$$B = \left(\frac{v\beta-c\alpha}{2}\right)^2$$

la función de beneficio es

$$\boxed{\pi' = \pi + AI + BI^2}$$

donde $\pi = \left(\frac{v-c}{2}\right)^2 > 0$está el beneficio sin gasto en innovación, $B > 0$y el parámetro Apuede ser cero, positivo o negativo .

La función de beneficio tiene las siguientes propiedades.

- Es una parábola.
- Tiene un único mínimo, que se alcanza con $I = -\frac{A}{2B}$.
- El mínimo se alcanza en el cuadrante suroeste ($\pi' < 0$ y $I < 0$) si $A > 0$ y $A^2 > 4B\pi$ (Fig. 1).
- El mínimo se alcanza en el cuadrante noroeste ($\pi' > 0$ y $I < 0$) si $A > 0$ y $A^2 < 4B\pi$ (Fig. 2).
- El mínimo se alcanza en el cuadrante sudeste ($\pi' < 0$ y $I > 0$) si $A < 0$ y $A^2 > 4B\pi$ (Fig. 3).
- El mínimo se alcanza en el cuadrante noreste ($\pi' > 0$ y $I > 0$) si $A < 0$ y $A^2 < 4B\pi$ (Fig. 4).

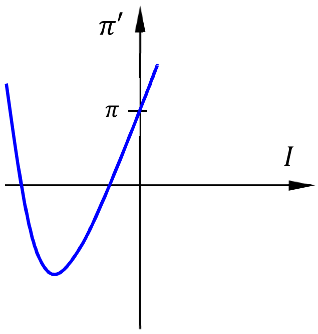


Fig. 1

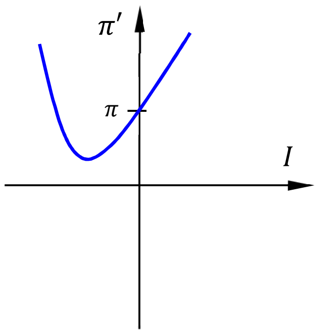


Fig. 2

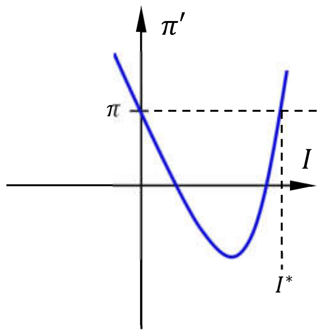


Fig. 3

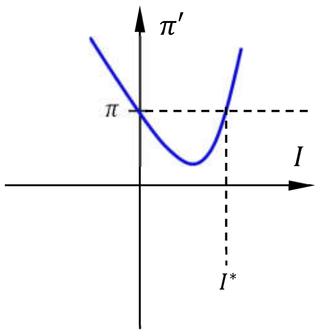


Fig. 4

Sobre la base de las Figs. 1-4 se puede argumentar qué gasto en innovación maximiza el beneficio, recordando que la parte de la parábola para valores negativos de I no es relevante.

- **Caso 1:** $A < 0$ y $A^2 > 4B\pi$ (Fig. 1). En este caso, en el tramo relevante de la parábola, el beneficio crece con el gasto en innovación. Por eso, el valor máximo $\bar{I}$ admisible del gasto en innovación es el gasto que maximiza el beneficio.

- **Caso 2:** $A < 0$ y $A^2 < 4B\pi$ (Fig. 2). Como en el caso 1, en el tramo relevante de la parábola el beneficio crece con el gasto en innovación. Al igual que en el caso 1, el valor máximo $\bar{I}$ es el gasto que maximiza el beneficio. Ejemplo: $v = 5$, $c = 3$, $\alpha = 1$,$\beta = 2$ y $\bar{v} = 45$; con estos datos, $A = 6$, $\pi = 1$, $4B = 49$, el mínimo se alcanza con $I = -\frac{A}{2B} = -\frac{12}{49}$ y la solución es $\bar{I} = 4$ (con $v' = \bar{v} = 45$, $c' = 15$ y beneficio $\pi' = 221 > \pi$).

- **Caso 3:** $A > 0$ y $A^2 > 4B\pi$ (Fig. 3). La solución depende de dónde se sitúa $\bar{I}$. Si cae a la derecha del valor I^*, la solución es $\bar{I}$ (porque es un valor factible); si cae a la izquierda del valor I^*, la solución es $I = 0$ (ya que cualquier otro gasto factible no proporciona un beneficio superior).

- **Caso 4:** $A > 0$ y $A^2 < 4B\pi$ (Fig. 4). Al igual que en el caso 3, la solución depende de dónde se sitúa $\bar{I}$. Si se encuentra a la derecha del valor I^*, la solución es $\bar{I}$; si se encuentra a la izquierda de I^*, la solución es $I = 0$.

Se sigue de los anteriores resultados que, de entrada, no existe mucho margen para una política que pretenda estimular la innovación, ya que cuando hay innovación es la máxima posible. El margen para política sería incentivar la innovación cuando el productor no innovaría. La innovación no se produce en los casos de las Figs. 3 y 4 cuando $\bar{I} < I^*$.

La Fig. 5 ilustra el efecto de una política simple que pretende estimular la innovación. La curva C representa la función de beneficio del productor e $\bar{I}$ indica el gasto máximo posible. En este caso, el gasto I que maximiza el beneficio es cero: en el intervalo $[0, \bar{I}]$, la función C alcanza el máximo en el punto b. Una política que subvencionara el gasto en innovación (por ejemplo, si el gobierno paga una proporción del gasto en inversión) transformaría la curva C en la curva D. Si el desplazamiento hacia arriba C es suficiente, el productor podría maximizar el beneficio haciendo que el gasto sea $\bar{I}$: en la Fig. 5 el beneficio una vez aplicada la política se alcanza en el punto a.

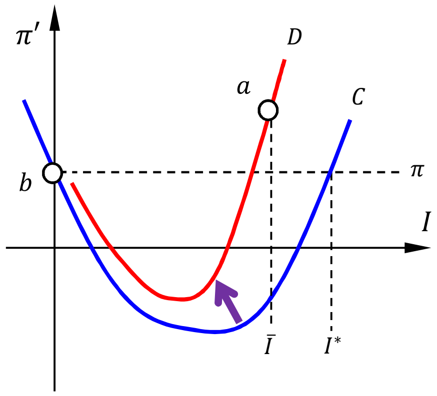


Fig. 5

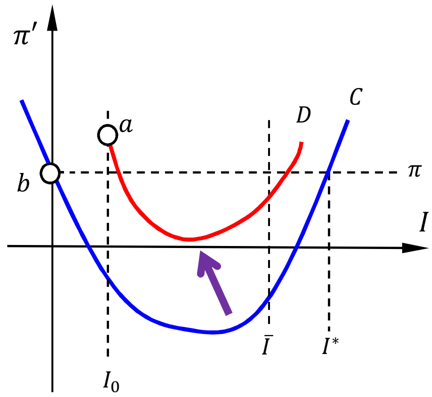


Fig. 6

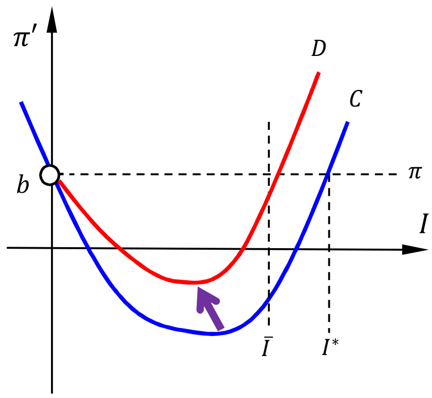


Fig. 7

En la Fig. 5 la situación inicial es que el productor no hace gasto en innovación (punto b). La Fig. 6 muestra que no es cierto que toda política que incentive al productor a hacer gasto llevará al productor a hacer el máximo gasto $\bar{I}$. La política representada en la Fig. 6 asigna una subvención al productor sólo a partir de un cierto nivel de gasto en innovación $I_0 < \bar{I}$. La función no altera la función de beneficio entre 0 y I_0, y la traslada hasta Da partir de I_0. Según esta representación, el máximo beneficio se alcanza con gasto I_0, en el punto a.

La Fig. 7 muestra que no toda política es efectiva, en el sentido de inducir al productor a gastar en innovación cuando, sin la política, el productor ha decidido no hacer ningún gasto. En la Fig. 7, la subvención desplaza la función de beneficio de C a D. La maximización de beneficio sobre la curva $< D$ se produce con $I = 0$.

Por último, no toda política industrial va necesariamente dirigida al productor: la política industrial podría, alternativa o complementariamente, subvencionar a los consumidores.

En el modelo un incremento v' podría representar una subvención a los consumidores (para que estén dispuestos a comprar nuevas variedades del producto: por ejemplo, comprar coches con motor eléctrico en vez de coches con motor de combustión). Esta representación significaría que el gobierno financia la incorporación de nuevos consumidores, no a los consumidores que ya están en el mercado.

Si el gobierno, mediante una subvención, amplía el tamaño del mercado de v' a $v' + s$, la función de beneficio sería

$$\pi' = (p' - c')(v' + s - p') - I.$$

Esta medida tiene un coste, de entrada, indeterminado. Por ejemplo, tener $s = 2$ y que el productor haga un gasto tal que $v' = 10$ significa que el gobierno pagaría la compra del producto de los consumidores comprendidos entre los valores 10 y 12 (entre v' y $v' + s$); en cambio, si el gasto del productor hace que $v' = 6$ el valor $s = 2$ quiere decir que el gobierno pagaría la compra de los consumidores representados por los valores entre 6 y 8.

Una variante de esta política es que el gobierno financie la incorporación de consumidores hasta un cierto valor v^*. Si el gasto del productor lleva a un valor $v' > v^*$ la política sería innecesaria. Pero si, con el gasto en innovación, el productor sólo extiende el mercado hasta $v' < v^*$, entonces el gobierno financia a los consumidores comprendidos entre v' y v^*. El importe empleado en la política seguiría siendo indeterminado, pero ahora tendría un tope: el gobierno no financia compras de consumidores más allá de v^*. Se deja como ejercicio representar y analizar el efecto de esa política.

Se podría combinar la subvención al productor y la subvención a los consumidores. A modo de ilustración, si el gobierno decide extender el mercado en s unidades y pagar todo el gasto en innovación del productor, su función de beneficio sería

$$\pi' = (p' - c')(v' + s - p').$$

Otra posibilidad: el gobierno financia a los consumidores con un impuesto de cuantía equivalente sobre el productor. Esta política transformaría la función de beneficio en

$$\pi' = (p' - c')(v' + s - p') - I - s.$$

Una posibilidad final: el gobierno financia a los consumidores con un impuesto de cuantía equivalente sobre el productor, y compensa al productor asumiendo todo su gasto en innovación. Esta combinación de medidas hace que la función de beneficio sea

$$\pi' = (p' - c')(v' + s - p') - s.$$

Se deja como ejercicio estudiar si, y de qué manera, cada política propuesta modifica la decisión de innovar del productor.